35. Nicht-konservative Entwicklung von engen Doppelsternen

Haben bisher nur konservative Entwicklungen behandelt. Welche Rechtfertigung gibt es $\mathfrak{M}$ = const. und J = const. zu setzen ?

▶ Gründe für die konservative Annahme:

1.) Evidenz für drastisch nicht-konservative Entwicklung wurde erst relativ spät erkannt (~ 1975)

2.) $\mathfrak{M}$ = const. und J = const. bedeutet wesentliche Vereinfachung für die Rechnungen, weil:

▶ wenn $\dot{\mathfrak{M}} \neq 0$ und $\dot{J} \neq 0$ braucht man zwei zusätzliche Funktionen $\dot{\mathfrak{M}} = \dot{\mathfrak{M}}(M_1, \dot{M}_1, M_2, \dots)$ und $\dot{J} = \dot{J}(M_1, \dot{M}_1, M_2, \dots)$

→ benötigt detailierte physikalische Beschreibung der Mechanismen für die Umverteilung und den Verlust von Masse und Drehimpuls!
Aber: Bis heute fehlen solche Modelle fast vollständig!

→ Daher: Wenn man $\dot{\mathfrak{M}} \neq 0$ und $\dot{J} \neq 0$ zulässt, hat man zwei freie Funktionen → damit ist praktisch jedes Resultat möglich.

35.1. Evidenz für nicht-konservative Entwicklung

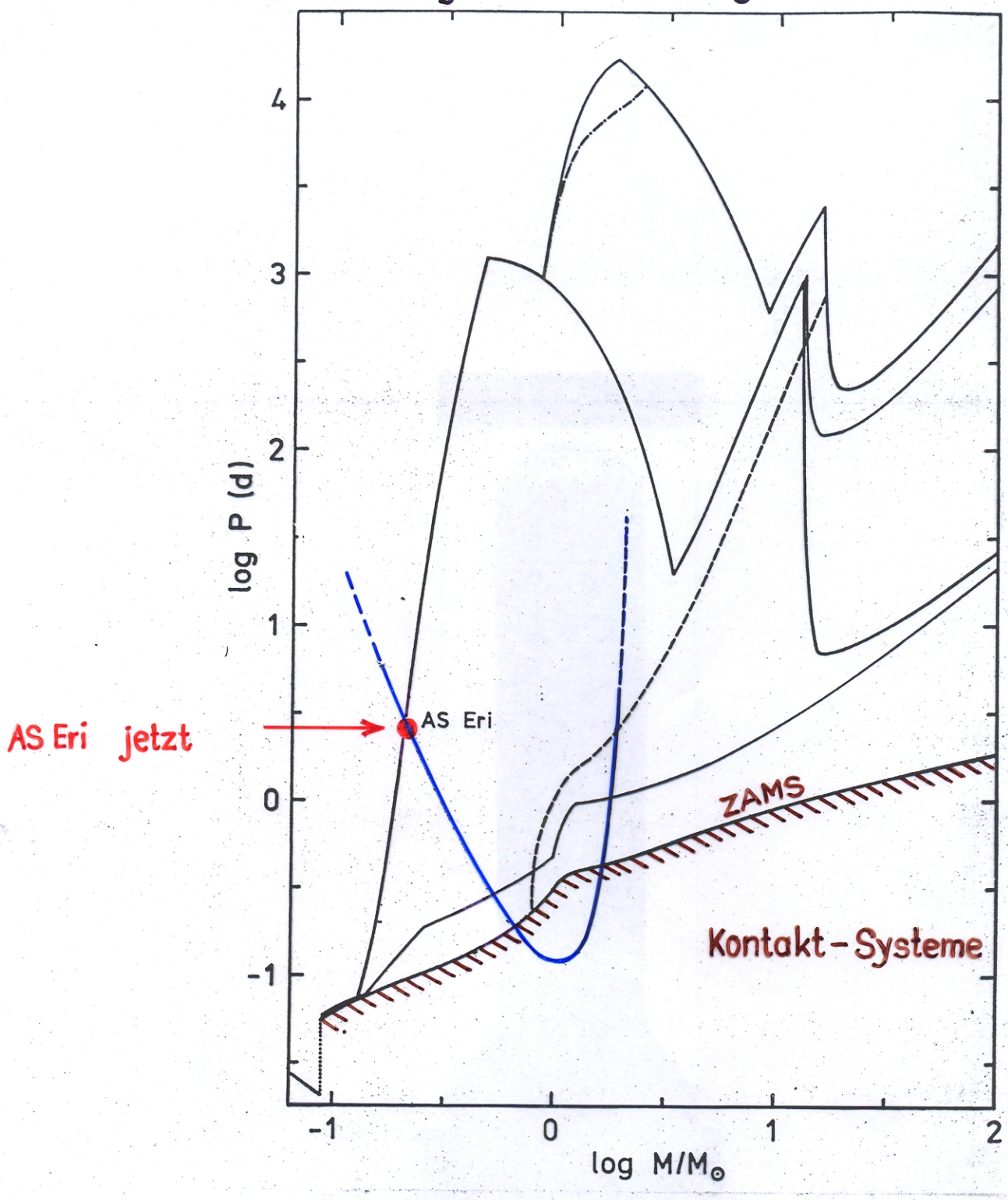
a) Algol-Systeme: Detailierter Vergleich von Beobachtungen mit theor. Rechnungen (Zurückrechnen der beob. Parameter auf die HR) ergibt, dass die beob. Systeme Drehimpuls (und Masse) verloren haben müssen. Bekanntestes Beispiel:

AS Eri : Beobachtungen : D. Popper: 1973, Astrophys. J. 185, 265
Theor. Deutung : S. Refsdal, M.L. Roth, A. Weigert: 1974, Astron. Astrophys. 36, 113

Annahme $\dot{\mathfrak{M}} = 0$ und $\dot{J} = 0$: → Entwicklung durch tiefen Kontakt
→ Inkonsistent mit $\dot{\mathfrak{M}} = 0$ und $\dot{J} = 0$

→ Vermutung: J war früher wesentlich grösser, J-Verlust während oder nach dem schnellen Massentransfer (massearmer Fall B)

AS Eri : Zurückrechnung der Beobachtung mit $\mathfrak{M}$=const. und J=const



Entwicklungsweg im P-M_1-Diagramm unter der Annahme $\dot{\mathfrak{M}}=0$ und $\dot{J}=0$

$$\left.\begin{aligned} J &= G^{1/2}\mathfrak{M}^{-1/2} M_1(\mathfrak{M}-M_1)A^{1/2} \\ P^2 &= 4\pi^2 \frac{A^3}{G\mathfrak{M}} \end{aligned}\right\} \rightarrow \underline{\underline{P(M_1) = \frac{2\pi\mathfrak{M}J^3}{G^2} M_1^{-3}(\mathfrak{M}-M_1)^{-3}}}$$

$\rightarrow$ $P(M_1)$ minimal für $M_1 = \frac{\mathfrak{M}}{2}$; Auf der HR : $M_{1,i} > \frac{\mathfrak{M}}{2} > M_{2,i}$

▶ System muss Min (P) durchlaufen $\rightarrow$ Entwicklung durch tiefen Kontakt oder der Anfangsdrehimpuls war wesentlich grösser !

b) Das Fehlen von langperiodischen Algol-Systemen:

▶ Theoretische Rechnungen von massearmen Fall B, Hülle konvektiv, und Fall C, Hülle konvektiv, ergeben für die Phase des langsamen Massentransfers sehr langperiodische Systeme!
Aber: Solche Systeme werden kaum beobachtet !

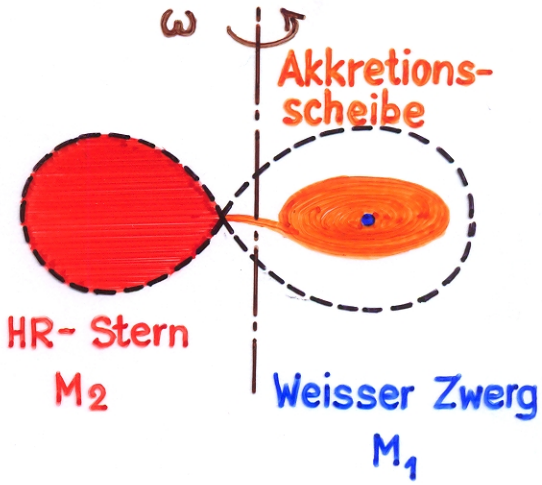
umgekehrt:

▶ Rechnet man die beobachteten Algolsysteme konservativ zurück, so findet man, dass offenbar nur die Doppelsterne als Algol-Systeme enden, deren Primärstern zu Beginn des Massentransfers eine radiative Hülle hat.

→ Verdacht: Massentransfer von konvektiven Hüllen führt zu einer gänzlich anderen Entwicklung!

c) Kataklysmische Doppelsterne

sind halbgetrennte Systeme, bestehend aus einem Weissen Zwerg (Masse M_1) und einem HR-Stern (Masse M_2, $R_2 = R_{2,R}$) mit Massentransfer von $M_2 \rightarrow M_1$ (→ Akkretionsscheibe), angetrieben durch Drehimpulsverluste.



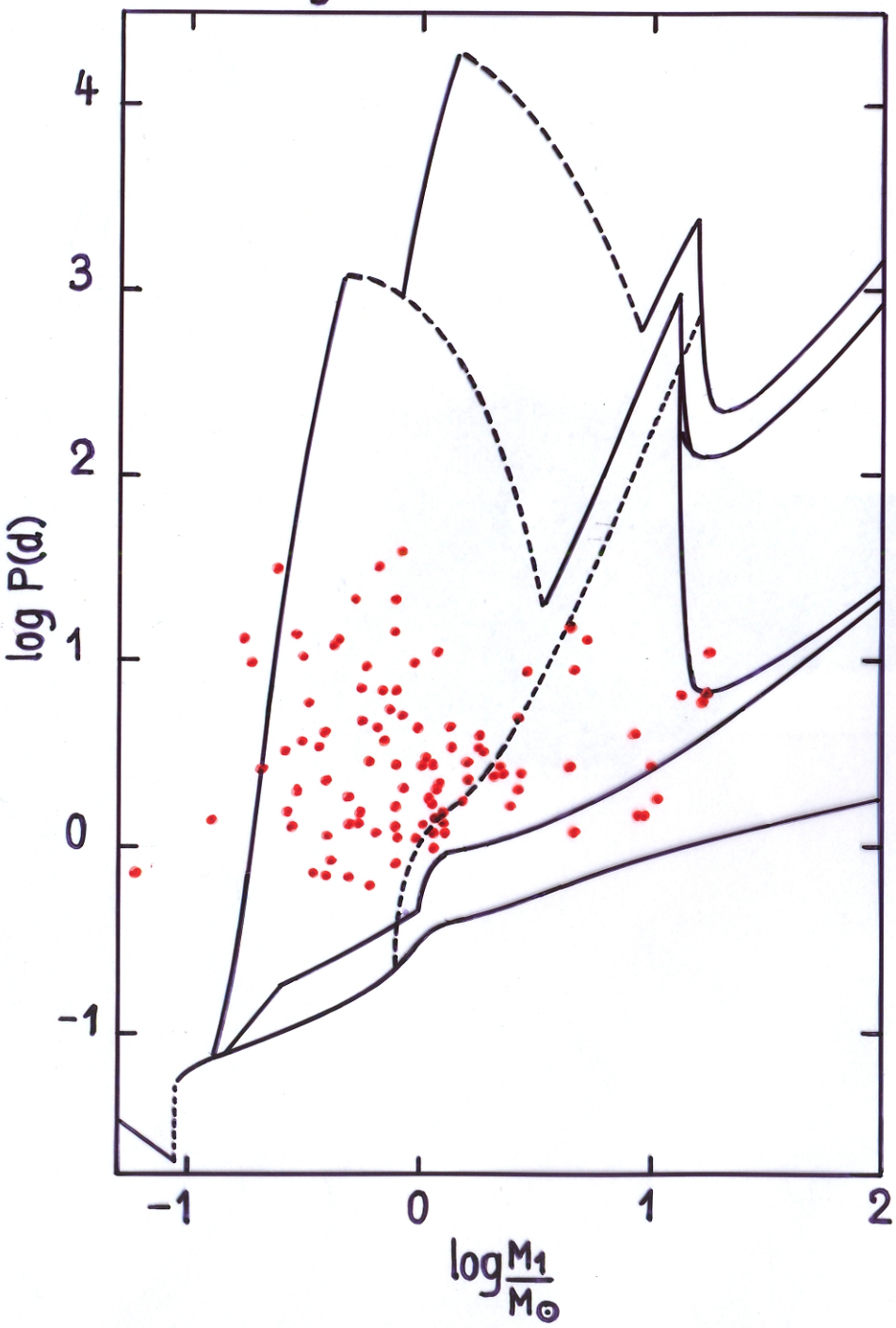
Bahnparameter:

Weisser Zwerg : $0.4 M_\odot \lesssim M_1 \lesssim 1.2 M_\odot$
HR-Stern : $0.1 M_\odot \lesssim M_2 \lesssim 1.0 M_\odot$
Massenverhältnis : $M_1/M_2 \gtrsim 1$ → Massentransfer ist stabil
Umlaufszeit : $80\,\text{min} \lesssim P \lesssim 16^h$, $P = P(M_2)$

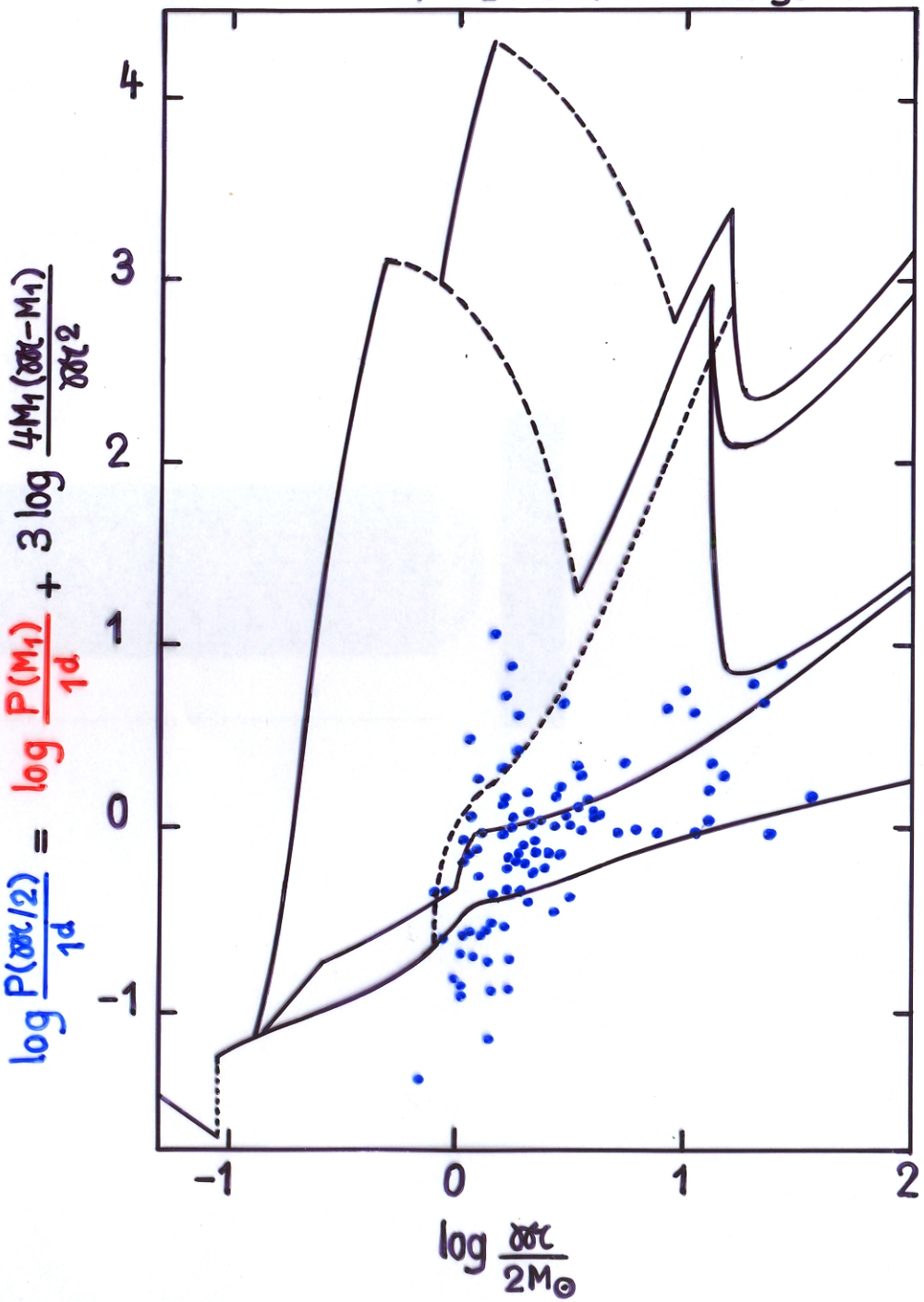
▶ Wesentliche Eigenschaft: Trotz extrem kurzer Umlaufszeit enthalten diese Systeme einen Weissen Zwerg!

Vergleich mit Bahnparametern von Endsystemen konservativer Entwicklungen (massearmer Fall B sowie Fall C) ergibt:

Lage der Kontaktkomponenten von Algol-Systemen im P-M-Diagramm



Lage der Kontaktkomponenten konservativ auf den Punkt $M_1 = M_2 = \mathfrak{M}/2$ zurückgerechnet



6/87

▶ Bei konservativer Entwicklung:

- Die Endsysteme haben eine viel längere Umlaufszeit und einen viel grösseren Bahnabstand (vgl. z.B. Abschnitte 32.3 & 33.2)
- Die Endsysteme sind weit getrennt, insbesondere $R_2 < R_{2,R}$
- $M_2 > M_1$, je nach dem sogar $M_2 \gg M_1$

Woher kommen diese Unterschiede?

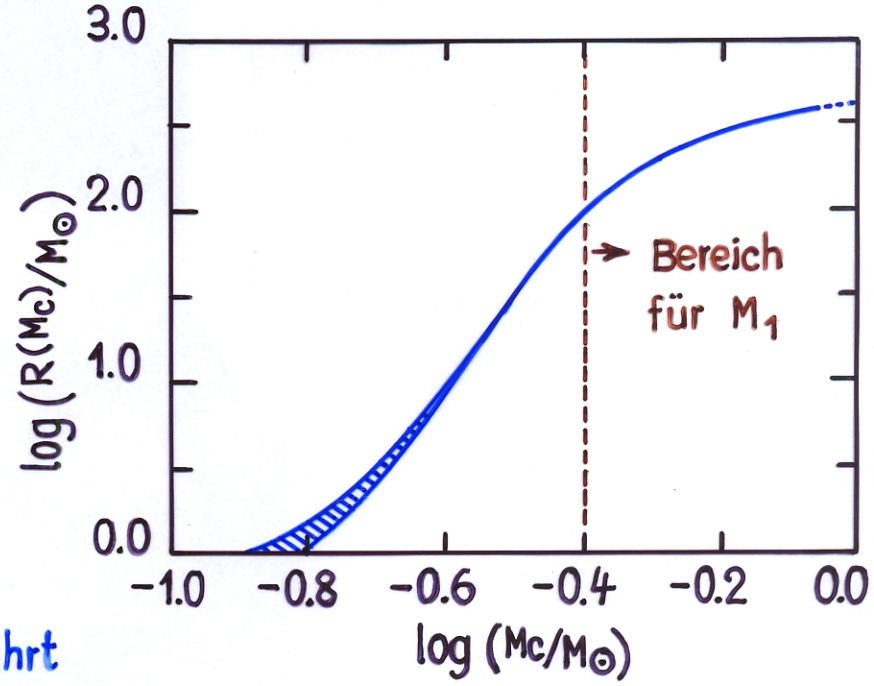
1.) Wegen der Kernmasse-Radius-Beziehung $R = R(M_c)$ ist zur Entstehung eines Weissen Zwergs mit der Masse M_{WZ} in einem System mit den Anfangsmassen M_1 und M_2 ein minimaler Bahndrehimpuls J_{min} erforderlich:

$$R_{1,R} \gtrsim R(M_{WZ}) \rightarrow J \gtrsim J_{min} = \frac{G^{1/2} M_1 M_2}{(M_1+M_2)^{1/2}} \left[R(M_{WZ})\right]^{1/2} f_1^{-1/2}(M_1/M_2)$$

Da $\frac{dR(M_c)}{dM_c} > 0$: → Je grösser M_{WZ}, desto grösser J_{min}

Da $M_1 \gtrsim 0.4 M_\odot$, folgt $R(M_c) \gtrsim 100 R_\odot$

→ $J_{min}(M_c)$ ist viel grösser als der Drehimpuls eines Kataklysmischen Doppelsterns mit $M_1 = M_c$, $M_2 \lesssim M_1$.



→ Die Annahme $J = \text{const.}$ führt zwangsläufig zu sehr weiten Endsystemen

2.) Da $M_{WZ} = f M_{1,i}$, $f \approx 0.1 \cdots 0.2$, ergibt die Annahme $J = \text{const.}$

$$M_{2,f} = M_{2,i} + (1-f) M_{1,i} \quad \text{und} \quad q_f = \frac{M_{WZ}}{M_{2,f}} = \frac{q_i f}{1 + (1-f) q_i} < 1$$

▶ Erklärung der Kataklysmischen Doppelsterne als Endprodukte von Entwicklungen nach Fall C (wenn $M_{WZ} > M_{He-Fl}$) und nach massearmem Fall B (wenn $M_{WZ} < M_{He-Fl}$) unter zwei Bedingungen möglich:

1.) Vorläufersysteme waren ehemals sehr weite Systeme mit $A \approx 10^2 \dots 10^3 R_\odot$, $R_{1,R} \approx 10^2 \dots 10^3 R_\odot$, $P \approx 10^2 d \dots 10 a$, $M_1 \approx 1 \dots 10 M_\odot$, $M_2 < M_1$

2.) Diese Systeme müssen nach Beginn des Massentransfers vom Primärstern bis zu 99% ihres Anfangsdrehimpulses und bis 75% ihrer Anfangsmasse verlieren (H. Ritter: 1976, M.N.R.A.S. 175, 279).

$$\langle \nu \rangle = \frac{\log J_i/J_f}{\log \mathfrak{M}_i/\mathfrak{M}_f} \approx 3 \dots 4$$

→ sehr effektiver Drehimpulsverlustmechanismus erforderlich!

▶ Da Kataklysmische Doppelsterne häufig sind ($\sim 10^3$ beobachtet, $\gtrsim 10^7$ in der ganzen Milchstrasse), folgt, dass nicht-konservative Entwicklungen nichts ungewöhnliches (sondern eher die Regel) sind.

d) Präkataklysmische Doppelsterne:

Wie Kataklysmische Doppelsterne, jedoch getrennte Systeme mit etwas grösseren Umlaufszeiten (typisch $P \sim 0.5 \dots 2^d$); einige Systeme (~ 14) sind Zentralstern eines Planetarischen Nebels!

▶ Argumente für extrem nicht-konservative Entwicklung qualitativ gleich wie bei den Kataklysmischen Doppelsternen.

e) Massearme Röntgendoppelsterne: (LMXBs = Low-Mass X-ray Binaries)

Wie Kataklysmische Doppelsterne, jedoch mit einem Neutronenstern oder einem Schwarzen Loch an Stelle des Weissen Zwergs; wenige ($\gtrsim 130$) Objekte in der ganzen Milchstrasse, davon rel. viele in Kugelsternhaufen.

▶ Argumente für extrem nicht-konservative Entwicklung analog zu denen bei Kataklysmischen Doppelsternen.

35.2. Entwicklung nach massearmem Fall B und Fall C (konvektiv)

Hatten bereits aufgrund des Fehlens der langperiodischen Algol-Systeme vermutet, dass Massenverlust von der konvektiven Hülle des Primärsterns zu einer stark nicht-konservativen Entwicklung führt.

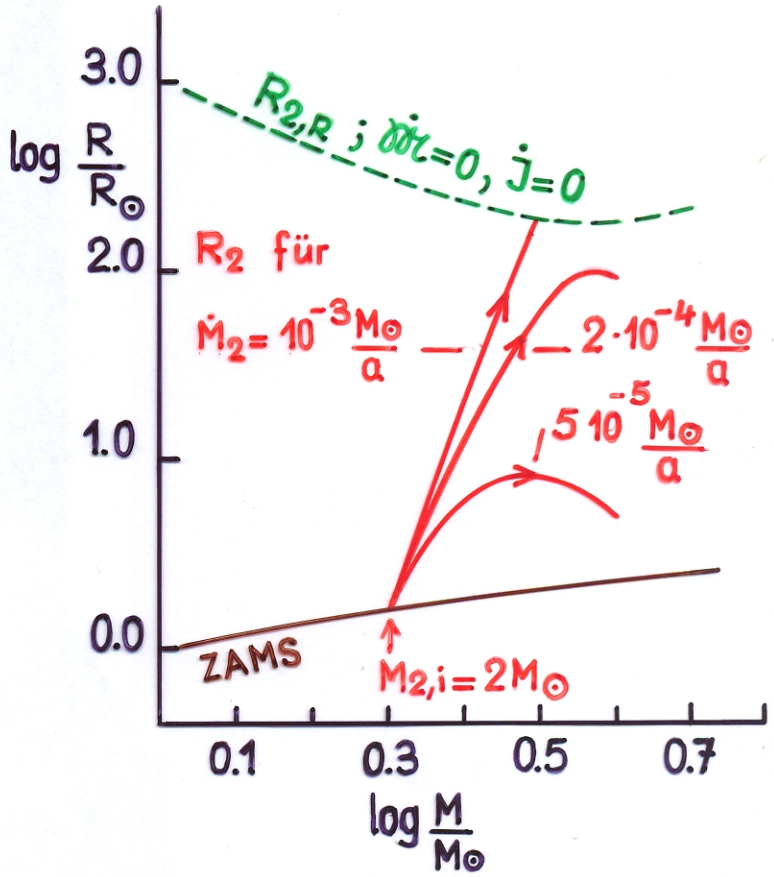
Wollen hier die mit dem schnellen Massenverlust des konvektiven Primärsterns einsetzende Entwicklung kurz skizzieren:

▶ Entscheidender Unterschied zu den früher besprochenen Entwicklungen: Berücksichtigen die Reaktion des Sekundärsterns auf die Akkretion.

a) Ein Beispiel (Fall C)

$M_{1,i} = 5 M_\odot$, $M_{2,i} = 2 M_\odot$
$A_i = 700\, R_\odot$, $R_{1,R} = 320 R_\odot$
$\rightarrow M_c \approx 0.65 M_\odot$
$P = 2.22a$

→ für $\dot{M}_2 \gtrsim 10^{-3} M_\odot/a$ füllt der Sekundärstern sein kritisches Roche-Volumen weniger als $\sim 10^3$ Jahre nach Beginn des Massentransfers!



▶ Erwarten, dass sich bei Massenverlustraten von $\sim 0.1 \cdots 1\, M_\odot/a$ die Systeme sehr schnell in Kontakt entwickeln

b) Entwicklung in tiefen Kontakt (Common Envelope)

Der schnelle Massenverlust vom Primärstern hat eine Reihe von Konsequenzen, die alle die Entwicklung in tiefen Kontakt und schliesslich eines Systems in einer ausgedehnten gemeinsamen Hülle (sog. Common Envelope) begünstigen:

- $M_1 > M_2$, $\dot{M}_1 < 0$: → $\dot{A} < 0$, $\dot{R}_{1,R} < 0$, $\dot{R}_{2,R} < 0$ → Massentransfer beschleunigt sich. Weiter folgt wegen $P^2 \sim A^3$, dass $\dot{\omega} > 0$.

- wegen Massenverlust: $\dot{r}(M_r) > 0$, aber $j(M_r) = r^2 \Omega_1(M_r) \approx$ const. → $\dot{\Omega}_1(M_r) < 0$. Da $\dot{\omega} > 0$ → keine gebundene Rotation mehr (Gezeitenwechselwirkung ist zu wenig effektiv) → Roche-Modell ist nicht mehr anwendbar!

- Scheibenakkretion, solange R_2 hinreichend klein

- Rasches Anwachsen von R_2, sobald $-M_2/\dot{M}_1 < \tau_{KH,2}$

- $\dot{\Omega}_2 > 0$ (Drehimpulsproblem!) → auch hier keine gebundene Rotation mehr → Roche-Modell auch nicht mehr auf den Sekundärstern anwendbar!

- sobald
$$\dot{M}_2 > L_{Edd} \left(\frac{GM_2}{R_2}\right)^{-1} = \frac{4\pi c}{\sigma_e} R_2 \approx \frac{20\pi c}{(1+X)} R_2$$
$$\approx 2.1\ 10^{-3} \frac{M_\odot}{a} \left(\frac{R_2}{R_\odot}\right) (1+X)^{-1}$$

  → Massenverlust aus dem System durch strahlungsgetriebenen Wind aus der Scheibe, bzw. von M_2 → Drehimpulsverlust mit $j = j_{2,Bahn} = \frac{M_1}{M_2} \frac{J}{\mathfrak{M}}$ → wenn $M_1 > M_2$ → $j_{2,Bahn} > \langle j \rangle$

  → verstärkte Kontraktion des Systems → Beschleunigung des Massentransfers

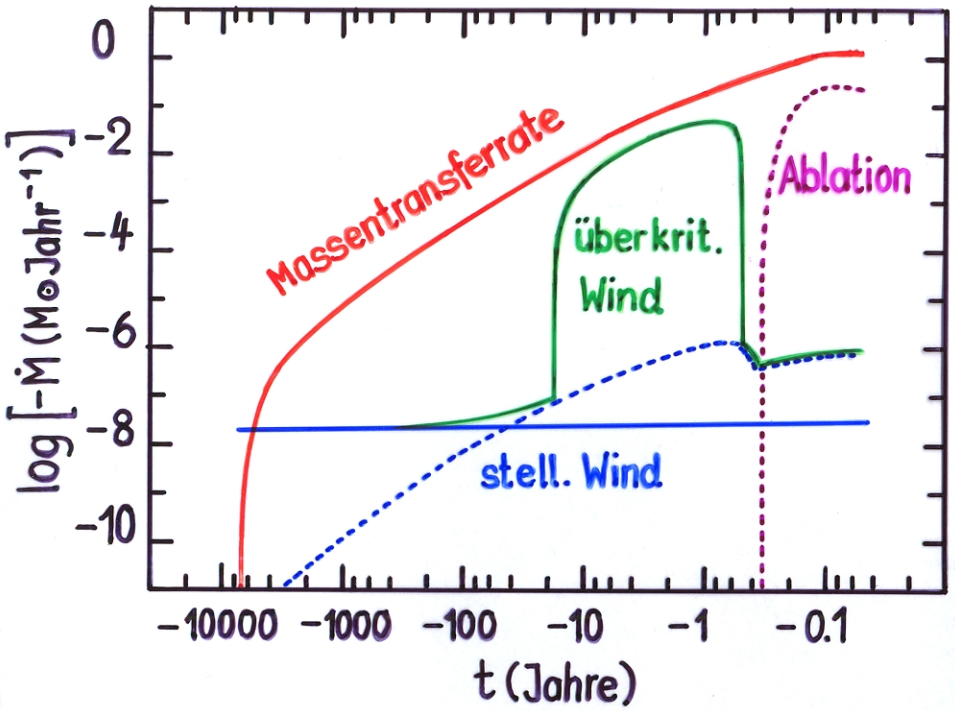
- sobald R_2 hinreichend gross: Massenstrom prallt direkt auf den Sekundärstern

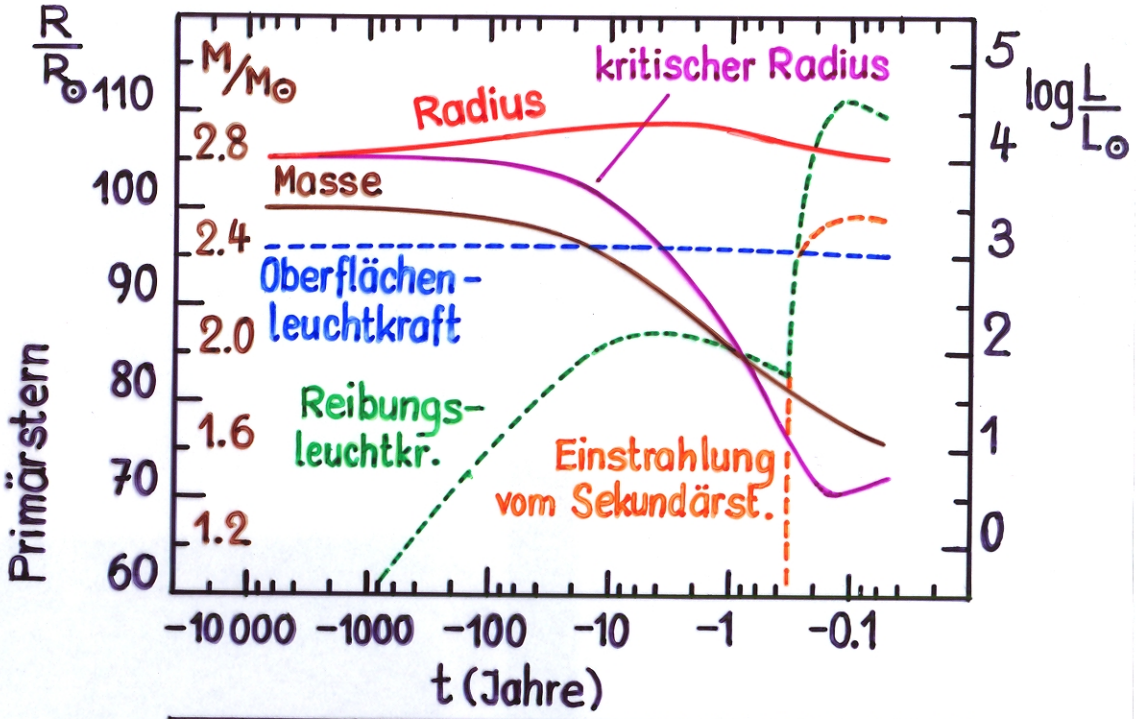
- sobald beide Sterne in Kontakt kommen: Erzeugung von Reibungsleuchtkraft, da $\Omega_1 \neq \Omega_2 \neq \omega$ → Aufblähung der Hülle, Entwicklung in tiefen Kontakt

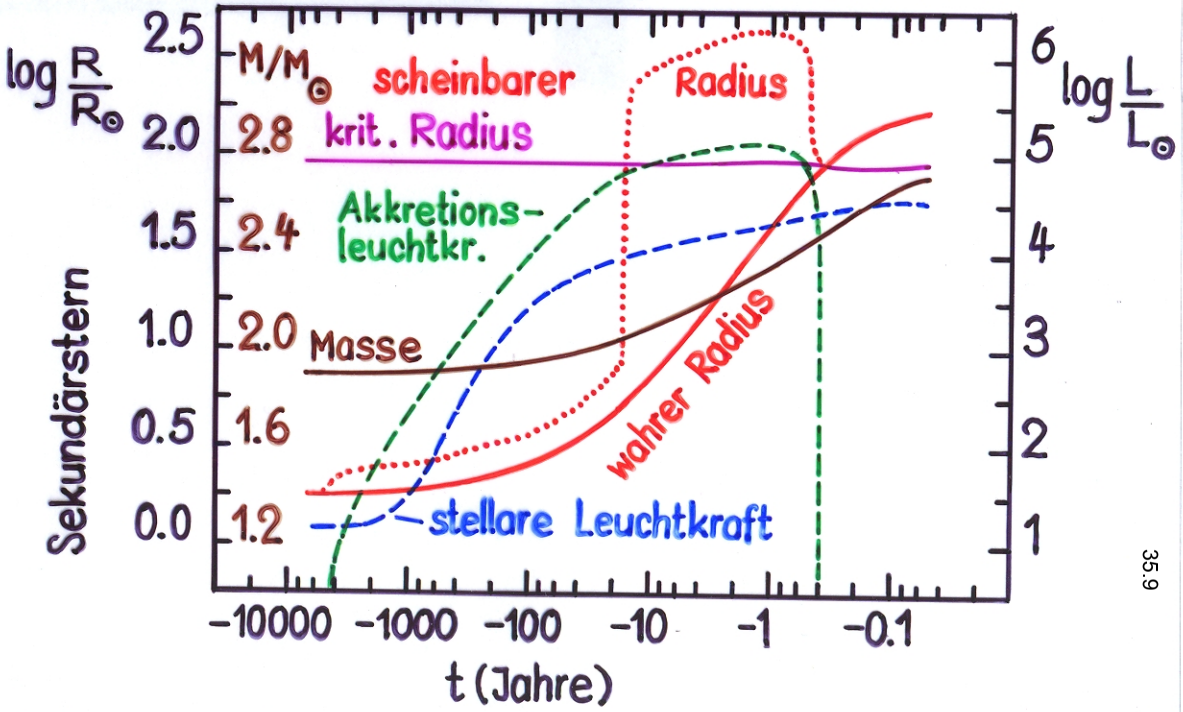
→ vgl. dazu die Modellrechnung von R.F. Webbink: 1979, in: Changing Trends in Variable Star Research, IAU Coll. No. 46, p. 102

▶ Mit Erreichen des Kontakts wird das Problem so kompliziert (3-dim. zeitabhängiges, turbulentes hydrodynamisches Problem), dass Modellrechnungen nicht mehr möglich sind.

Beginn des Massentransfers in einer Entwicklung nach Fall C (Webbink, 1979)







Modellparameter (von T CrB)

$M_{1,i} = 2.6\,M_\odot$
$M_{c,1} = 0.6\,M_\odot$
} Stern am Beginn des Massentransfers auf dem asympt. Riesenast

$M_2 = 1.9\,M_\odot$: HR-Stern

$P_{orb,i} = 227\,d$

Weitere Entwicklung lässt sich nur noch qualitativ und spekulativ behandeln. Quantitative Studien nur unter drastisch vereinfachenden Annahmen !

▶ Situation nachdem die Phase des tiefen Kontakts erreicht ist: Der entartete Kern des ursprünglichen Primärsterns und der ursprüngliche Sekundärstern bilden ein Doppelsternsystem, das in eine gemeinsame Hülle (Common Envelope) eingebettet ist.

Weitere Entwicklung ??

35.3. Common-Envelope-Entwicklung

a) Minimale Energie eines Doppelsterns bei gegebenem Drehimpuls

(→ Z. Kopal : 1972, Astrophys. Space Sci. 17, 161
P. Hut : 1980, Astron. Astrophys. 92, 167)

Betrachten hier nur den einfachsten Fall:

Doppelstern mit sphärischen, starr rotierenden Komponenten auf einer Kreisbahn im Abstand A und Umlaufsfrequenz ω.
Stern i : Masse M_i, Radius R_i, Trägheitsradius r_{gi}, Spinfrequenz Ω_i, $i = 1,2$, wobei $\vec{\Omega}_i = \Omega_i (0,0,e_z)$ und $\vec{\omega} = \omega (0,0,e_z)$

→ Gesamtdrehimpuls
$$J = \underbrace{\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} A^2 \omega}_{J_{Bahn}} + \underbrace{\theta_1 \Omega_1 + \theta_2 \Omega_2}_{J_{Spin}} ,$$

$$\theta_i = r_{gi}^2 R_i^2 M_i , \quad i = 1,2$$: Spin-Trägheitsmomente

Gesamtenergie
$$E = \underbrace{-\frac{G M_1 M_2}{A}}_{E_{pot}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} A^2 \omega^2}_{E_{kin}} + \underbrace{\frac{1}{2} \theta_1 \Omega_1^2 + \frac{1}{2} \theta_2 \Omega_2^2}_{E_{kin}}$$

Bahn Spin

3. Keplersches Gesetz: $$\omega^2 = \frac{G(M_1 + M_2)}{A^3}$$

Ersetzen in den Gleichungen für J und E A durch ω.

$$J = \frac{G^{2/3} M_1 M_2}{(M_1+M_2)^{1/3}} \omega^{-1/3} + \theta_1 \Omega_1 + \theta_2 \Omega_2$$

$$E = -\frac{1}{2} \frac{G^{2/3} M_1 M_2}{(M_1+M_2)^{1/3}} \omega^{2/3} + \frac{1}{2} \theta_1 \Omega_1^2 + \frac{1}{2} \theta_2 \Omega_2^2$$

Suchen nun das Extremum von E für fest vorgegebenes J.

Verwenden hierzu die Lagrange-Multiplikator Methode:

$\rightarrow$ $\frac{\partial}{\partial x_i}(E + \lambda J) = 0$, $x_i \in (\omega, \Omega_1, \Omega_2)$; λ = Lagrange-Multiplikator

$$\frac{\partial}{\partial \omega}(E+\lambda J) = -\frac{1}{3} \frac{G^{2/3} M_1 M_2}{(M_1+M_2)^{1/3}} \omega^{-1/3} \left[1 + \frac{\lambda}{\omega}\right] = 0 \quad \rightarrow \lambda = -\omega$$

$$\frac{\partial}{\partial \Omega_1}(E+\lambda J) = \theta_1 (\Omega_1 + \lambda) = 0 \quad \rightarrow \lambda = -\Omega_1$$

$$\frac{\partial}{\partial \Omega_2}(E+\lambda J) = \theta_2 (\Omega_2 + \lambda) = 0 \quad \rightarrow \lambda = -\Omega_2$$

E ist extremal, wenn $\omega = \Omega_1 = \Omega_2$, d.h. für gebundene Rotation

$\rightarrow$ Frage: Ist gebundene Rotation immer möglich?

1) Betrachten hierzu $J(\omega)$ für gegebene M_1, M_2, θ_1 und θ_2:

$$J(\omega) = \frac{G^{2/3} M_1 M_2}{(M_1+M_2)^{1/3}} \omega^{-1/3} + (\theta_1 + \theta_2)\omega$$

Extremum von $J(\omega)$: $\frac{dJ}{d\omega} = -\frac{1}{3}\frac{J_B}{\omega} + \theta_1 + \theta_2 = 0 \rightarrow \underline{\omega = \omega_{cr} = \frac{J_B}{3(\theta_1+\theta_2)}}$

Ist das Extremum ein Minimum oder ein Maximum?

$\left(\frac{d^2J}{d\omega^2}\right)_{\omega=\omega_{cr}} = \frac{4}{9}\frac{J_B}{\omega_{cr}^2} > 0 \rightarrow$ $\underline{J_{cr} = J(\omega_{cr}) \text{ ist minimal}}$

$\frac{dJ}{d\omega} = 0 \rightarrow$ Minimum von $J(\omega)$, $\omega = \omega_{cr}$, $J_{Spin} = \frac{1}{3} J_{Bahn} = \frac{1}{4} J$,

da $\Omega_1 = \Omega_2 = \omega = \omega_{cr}$: $\theta_1 + \theta_2 = \frac{1}{3}\frac{M_1 M_2}{M_1+M_2} A^2$

$\underline{\exists \text{ keine gebundene Rotation, wenn } J < J_{cr}}$

J_{cr} hängt nur von M_1, M_2, θ_1 und θ_2 ab: $\underline{J_{cr} = 4\left[\frac{1}{27}\frac{G^2 M_1^3 M_2^3}{M_1+M_2}(\theta_1+\theta_2)\right]^{1/4}}$

Verlauf von $J(\omega)$:

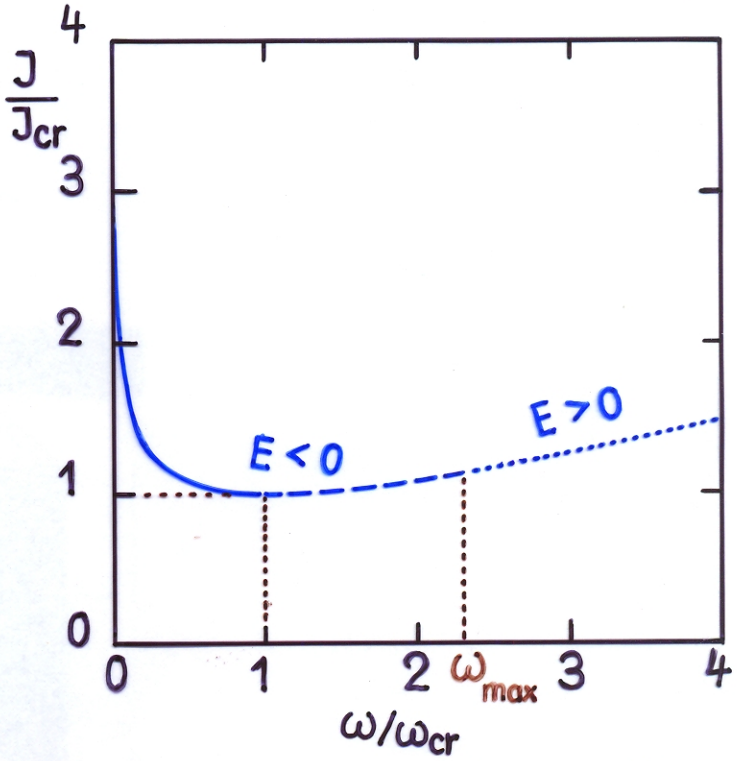
$J = k_B \omega^{-1/3} + \theta\omega$, wobei

$k_B = \frac{G^{2/3} M_1 M_2}{(M_1+M_2)^{1/3}}$ und $\theta = \theta_1 + \theta_2$

$J_{cr} = k_B \omega_{cr}^{-1/3} + \theta\omega_{cr} = 4\theta\omega_{cr}$

$\rightarrow \quad \underline{\omega_{cr} = \frac{J_{cr}}{4\theta}}$

$$\underline{\underline{\frac{J}{J_{cr}} = \frac{3}{4}\left(\frac{\omega}{\omega_{cr}}\right)^{-1/3} + \frac{1}{4}\left(\frac{\omega}{\omega_{cr}}\right)}}$$



2) Betrachten nun ein System mit gegebenem J, M_1 und M_2 aber variablem θ

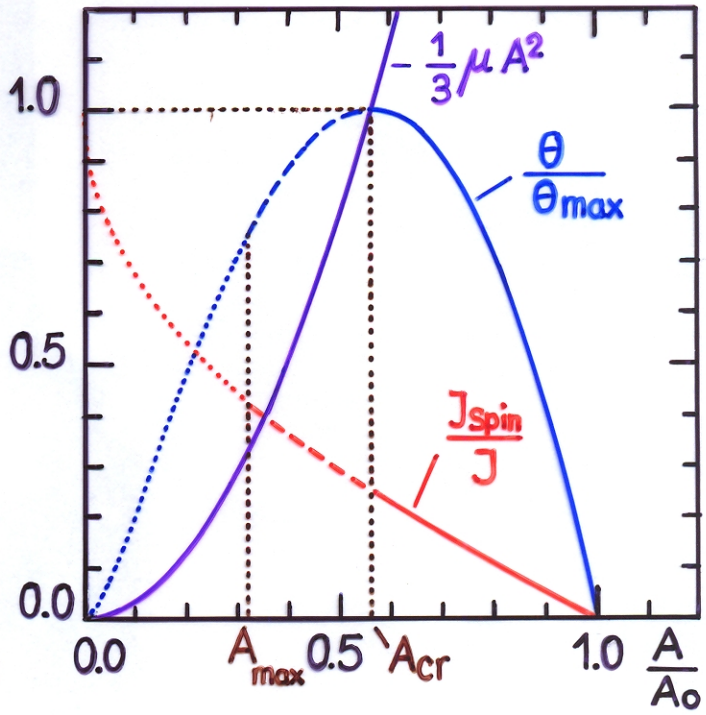
$A_o = \frac{J^2(M_1+M_2)}{G M_1^2 M_2^2}$

$A_{cr} = \frac{9}{16} A_o$

$\theta_{max} = \frac{1}{3}\mu A^2 = \frac{27}{256}\mu A_o^2$

$\frac{\theta}{\theta_{max}} = \frac{256}{27}\left(\frac{A}{A_o}\right)^2\left[\left(\frac{A}{A_o}\right)^{-1/2} - 1\right]$

$\frac{J_{spin}}{J} = \frac{\theta\omega}{J} = 1 - \left(\frac{A}{A_o}\right)^{1/2}$



▶ $\forall\ \theta < \frac{1}{3}\mu A^2\ \exists$ 2 Lösungen mit gebundener Rotation,

- eine Lösung mit $A > A_{cr} = 9/16\, A_o$ und $\omega < \omega_{cr}$, und
- eine Lösung mit $A < A_{cr} = 9/16\, A_o$ und $\omega > \omega_{cr}$

$\forall\ \theta > \frac{1}{3}\mu A^2\ \exists$ keine Lösung mit gebundener Rotation

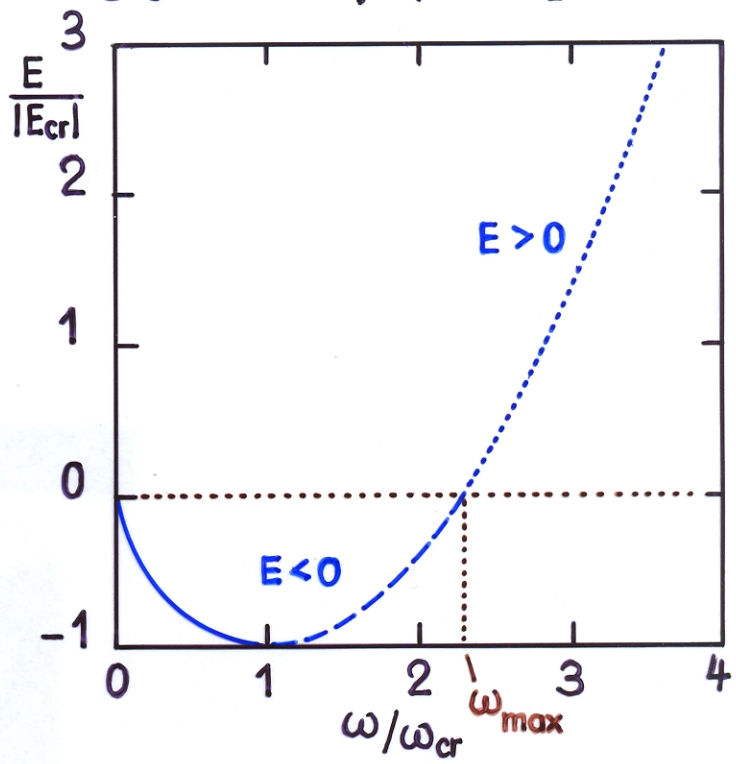
(→ G.H. Darwin: 1879, Proc. Roy. Soc. 29, 168)

3) Betrachten jetzt die Gesamtenergie zu gegebenem J, M_1 und M_2 als Funktion von ω:

$$E = \frac{J\omega}{2} - \frac{G^{2/3} M_1 M_2}{(M_1+M_2)^{1/3}} \omega^{2/3}$$

$$E_{cr} = E(\omega_{cr}) = -\theta \omega_{cr}^2$$

$$\rightarrow \quad \underline{\underline{\frac{E}{|E_{cr}|} = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega}{\omega_{cr}}\right)^2 - \frac{3}{2}\left(\frac{\omega}{\omega_{cr}}\right)^{2/3}}}$$



$\rightarrow$ $E = 0$ für $\omega = 0$ und
für $\omega = \omega_{max} = 3^{3/4}\omega_{cr}$

$E < 0$ für $0 < \omega < \omega_{max}$

▶ für $\omega > \omega_{max}$: $E > 0$

4) Die Gesamtenergie als Funktion des Gesamtdrehimpulses

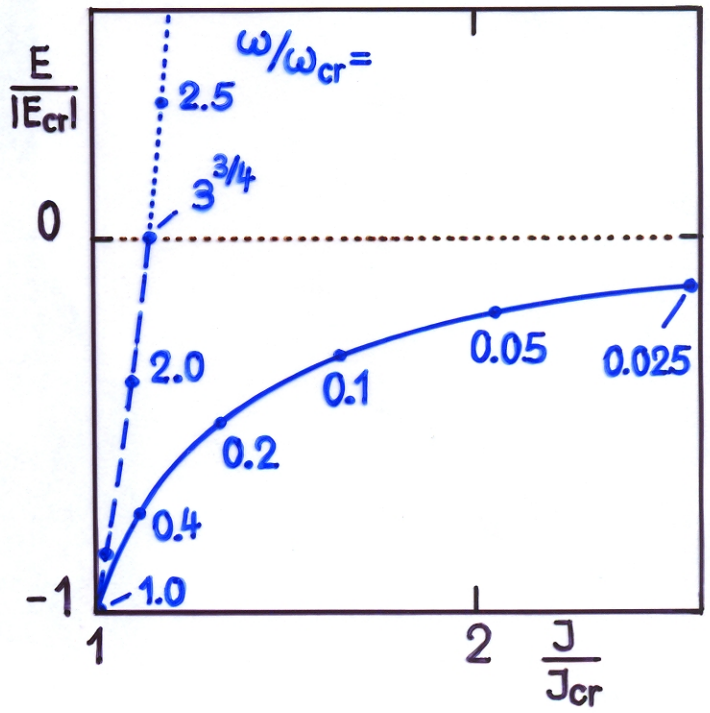
Haben jetzt 2 Gleichungen für J und E :

$$\frac{J}{J_{cr}} = \frac{3}{4}\left(\frac{\omega}{\omega_{cr}}\right)^{-1/3} + \frac{1}{4}\left(\frac{\omega}{\omega_{cr}}\right)$$

$$\frac{E}{|E_{cr}|} = \frac{1}{2}\left(\frac{\omega}{\omega_{cr}}\right)^2 - \frac{3}{2}\left(\frac{\omega}{\omega_{cr}}\right)^{2/3}$$

$\rightarrow$ Parameterdarstellung für $E(J)$

(Formale Lösung $\rightarrow$ Kopal, 1972)



▶ $\forall\ J > J_{cr}\ \exists$ 2 Lösungen für E

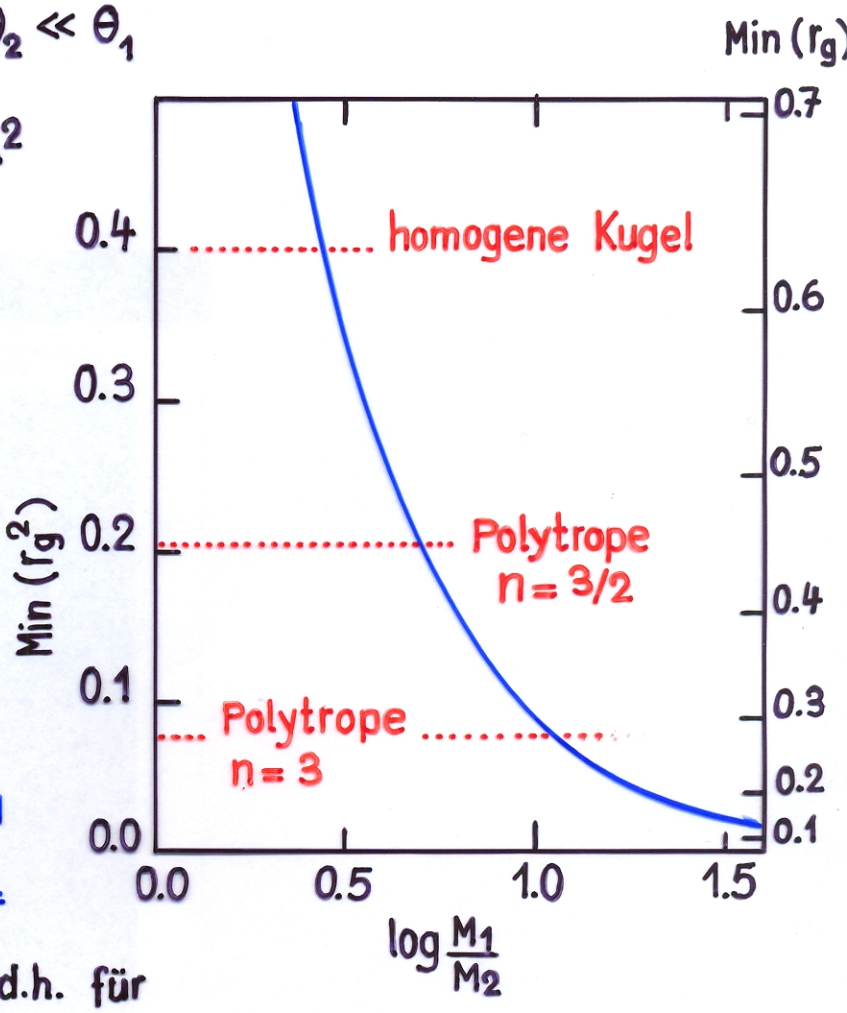
Da $E(J)$ ein Extremum ist, folgt :

$E(J > J_{cr})$ ist minimal, wenn $\omega < \omega_{cr}$; Lösung ist stabil
" " maximal, wenn $\omega > \omega_{cr}$; Lösung ist instabil

b) Systeme mit $\theta > \frac{1}{3}\mu A^2$, bzw. $J_{Spin} > \frac{1}{3} J_{Bahn}$

1. Frage: Kann das auftreten?

Machen Vereinfachung: Sei $\theta_2 \ll \theta_1$



→ Bedingung: $\theta_1 > \frac{1}{3}\frac{M_1 M_2}{M_1+M_2} A^2$

mit $\theta_1 = r_{g1}^2 M_1 R_1^2$ folgt:

$$r_{g1}^2 > \frac{1}{3(1+q)}\left(\frac{R_1}{A}\right)^{-2}$$

günstigste Bedingungen, wenn R_1 maximal ist.
Da $R_1 \leq R_{1,R} = A\, f_1(q)$, folgt:

$$r_{g1}^2 > \mathrm{Min}\,(r_{g1}^2) = \left[3(1+q) f_1^2(q)\right]^{-1}$$

Für einen gegebenen Sterntyp, d.h. für gegebenes r_{g1} → Bedingung an das Massenverhältnis

Beispiele:

Polytrope	$n = 3/2$	: $r_g^2 = 0.205$	→ $q \gtrsim 5$
Polytrope	$n = 3$	: $r_g^2 = 0.0758$	→ $q \gtrsim 20$
typischer Riese		: $r_g^2 \cong 0.15$	→ $q \gtrsim 6$
typischer HR-Stern, $M \gtrsim 1 M_\odot$, radiativ		: $r_g^2 \approx 0.05 \cdots 0.07$	→ $q \gtrsim 22 \cdots 30$

▶ Bedingung $\theta > \frac{1}{3}\mu A^2$ nur erfüllbar, wenn q ziemlich gross ist.

Mit Stern an der HL für $q \gtrsim 6$, mit radiativ geschichtetem Stern $q \gtrsim 20$

Gibt es Beispiele? Massereiche Röntgendoppelsterne
$M_{opt} \approx 20 \cdots 60\, M_\odot$, $M_X = M_{NS} \approx 1.4\, M_\odot$
$q \approx 14 \cdots 40$

▶ Wenn $q > q_{min}$: Entwicklung von der HR mit $\theta \uparrow$ führt schliesslich zu $\theta > \frac{1}{3}\mu A^2$

2. Frage : Was passiert wenn $\theta = \frac{1}{3}\mu A^2$ und $\dot{\theta} > 0$?

Entwicklung unter der Nebenbedingung $J = \frac{G^{2/3} M_1 M_2}{(M_1+M_2)^{1/3}} \omega^{-1/3} + \theta_1 \Omega_1 = \text{const.}$

▶ Aus $dJ = 0$ folgt: $d\Omega_1 = \frac{\partial J/\partial \omega}{\partial J/\partial \Omega_1} d\omega - \frac{\partial J/\partial \theta_1}{\partial J/\partial \Omega_1} d\theta_1 = \frac{1}{3}\frac{J_B}{\theta_1} d\ln\omega - \Omega_1 d\ln\theta_1$

▶ Spin-Bahn-Kopplung (Gezeitenwechselwirkung) mit $\dot{\theta} > 0$ bewirkt $\Omega_1 < \omega$, ⇝ keine perfekte Synchronisation

Wie ändert sich $\omega - \Omega_1$?

$$\frac{d(\omega-\Omega_1)}{dt} = \left(1 - \frac{1}{3}\frac{J_B}{\theta_1 \omega}\right)\dot{\omega} + \Omega_1 \frac{d\ln\theta_1}{dt}$$

Spin-Bahn-Kopplung bei $\omega > \Omega_1$: $\dot{J}_B = -\dot{J}_{Spin} < 0$ ⇝ $\dot{\omega} > 0$

▶ $\frac{d}{dt}(\omega - \Omega_1) < 0$, sofern $\theta_1 \omega$ klein genug gegen J_B, d.h. θ_1 gegen μA^2

Wenn $\theta_1 = \text{const.}$ ⇝ $\frac{d}{dt}(\omega-\Omega_1) < 0$, wenn $\theta_1 < \frac{1}{3}\mu A^2$

$\frac{d}{dt}(\omega-\Omega_1) > 0$, wenn $\theta_1 > \frac{1}{3}\mu A^2$: Entwicklung weg von der Synchronisation !!

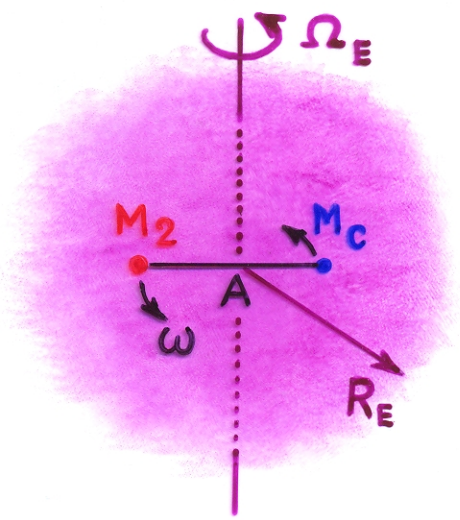
3. Frage : Wie verläuft die weitere Entwicklung wenn $\dot{\omega} > \dot{\Omega}_1$?

Gezeitenwechselwirkung : $\dot{J}_B < 0$ ⇝ $\dot{A} < 0$, $\dot{R}_{1,R} < 0$, ev. $\dot{R}_1 > 0$

⇝ Entwicklung mit der Zeitskala der Gezeitenreibung bis $R_1 = R_{1,R}$

⇝ Massentransfer: $\dot{M}_1 < 0$ ⇝ $\dot{q} < 0$ (wenn $M_1 > M_2$) ⇝ Instabilität wird beseitigt, wenn $\dot{q} < 0$.

c) Die Common-Envelope-Instabilität



Betrachten jetzt Doppelsternsystem bestehend aus dem Zentralgebiet des Primärsterns (vor Beginn des schnellen Massentransfers) und dem ursprünglichen Sekundärstern, eingebettet in eine gemeinsame Hülle (common envelope), wie sie als Folge des schnellen Massentransfers entsteht.

Doppelstern: Massen M_c, M_2, Abstand A $\rightarrow \omega^2 = \frac{G(M_c+M_2)}{A^3}$

Hülle : Masse $M_E = M_1 - M_c$, Radius $R_E \gtrsim R(M_c)$ (wegen $L > L(M_c)$), Trägheitsradius r_{gE}, Spinfrequenz Ω_E

$\rightarrow$ Gesamtdrehimpuls $J = \underbrace{\frac{G^{2/3} M_c M_2}{(M_c+M_2)^{1/3}} \omega^{-1/3}}_{=J_{**}} + \underbrace{r_{gE}^2 M_E R_E^2 \Omega_E}_{=\theta_E \Omega_E = J_E}$

Sei $\Omega_E < \omega$: $\rightarrow \frac{d}{dt}(\omega - \Omega_E) = ?$ $\Leftrightarrow$ Ist Synchronisation möglich ?

Analoge Überlegung wie oben in Abschnitt b):

▶ $\frac{d}{dt}(\omega - \Omega_E) < 0 \rightarrow$ Synchronisation, wenn $\theta_E < \frac{1}{3}\mu_{**} A^2$

$\frac{d}{dt}(\omega - \Omega_E) > 0 \rightarrow$ keine Synchronisation, wenn $\theta_E > \frac{1}{3}\mu_{**} A^2$

Bedingung für Instabilität: $\theta_E > \frac{1}{3} \frac{M_c M_2}{M_c + M_2} A^2$

$\rightarrow$ $\frac{R_E}{A} > \left[\frac{M_c M_2}{3 r_{gE}^2 M_E (M_c + M_2)}\right]^{1/2}$ ist verhältnismässig leicht zu erfüllen, wenn $M_E \gtrsim M_c \approx M_2$ ist

Beispiel: $M_1 = 3 M_\odot$, $M_c = 0.6 M_\odot$, $\rightarrow M_E = 2.4 M_\odot$; $M_2 = 0.5 M_\odot$, $r_{gE}^2 = 0.1$
$\rightarrow R_E > 0.6 A$

▶ Müssen erwarten, dass viele Systeme mit Common-Envelope instabil sind, so dass $\dot{\omega} > \dot{\Omega}_E \rightarrow \dot{J}_{**} < 0 \rightarrow \dot{A} < 0 \rightarrow$ "Todesspirale"

d) Common-Envelope-Entwicklung

Wenn $\Omega_E < \omega$: $\exists$ Gezeitenwechselwirkung $\rightarrow$ Dissipation von Bindungsenergie des Doppelsterns:

$$E_{**} = -\frac{GM_cM_2}{A} + \frac{1}{2}\frac{M_cM_2}{M_c+M_2}A^2\omega^2 \rightarrow \dot{E}_{**} = \frac{1}{2}\frac{GM_cM_2}{A^2}\dot{A}$$

& $\exists$ Drehimpulstransfer an die Hülle : $\dot{J}_{**} = \frac{d}{dt}(\theta_{**}\omega) = \frac{1}{2}\frac{\dot{A}}{A}J_{**}$

▶ Wenn $\theta_E > \frac{1}{3}\frac{M_cM_2}{M_c+M_2}A^2$: Common-Envelope-Instabilität, $\dot{\Omega}_E < \dot{\omega}$, keine Synchronisation $\rightarrow$ Doppelstern taucht in die Hülle ein, $\dot{A} < 0$

Zeitskala der Entwicklung

($\rightarrow$ numerische Rechnungen von F. Meyer und E. Meyer-Hofmeister: 1979, Astron. Astrophys. 78, 167)

Leuchtkraft der Hülle : $L = L_{nuc} + L_{accr} + |\dot{E}_{**}| \approx L_{Edd} = \frac{4\pi Gc(M_c+M_2)}{\varkappa}$

$\uparrow$ Eddington Leuchtkraft in der Nahzone des Doppelsterns

▶ Gezeitenreibung, d.h. $|\dot{E}_{**}|$ ist negativ an L rückgekoppelt (Strahlungsdruck!), so dass $L \approx L_{Edd}$

$\rightarrow |\dot{E}_{**}| = f\, L_{Edd}$, $f \approx 0.5$ (Meyer & Meyer-Hofmeister, 1979)

$$\rightarrow \tau_{CE} = -\frac{A}{\dot{A}} = \frac{GM_cM_2}{2A|\dot{E}_{**}|} = \frac{GM_cM_2}{2fAL_{Edd}} = \frac{\varkappa M_cM_2}{8\pi cf(M_c+M_2)}\frac{1}{A}$$

Abschätzung : $f = \text{const.} \rightarrow -\frac{A}{\dot{A}} = \frac{C}{A}$, $C = \frac{\varkappa M_cM_2}{8\pi cf(M_c+M_2)}$

▶ $t - t_0 = C\left[A(t)^{-1} - A(t_0)^{-1}\right] \approx 500\,\text{Jahre} \cdot f^{-1}\frac{M_cM_2}{(M_c+M_2)M_\odot}\left\{\left[\frac{A(t)}{R_\odot}\right]^{-1} - \left[\frac{A(t_0)}{R_\odot}\right]^{-1}\right\}$

▶ charakteristische Zeitskala für die Entstehung eines engen Systems (mit $A \approx R_\odot$) ist $\sim$ 1000 Jahre

Beendigung der Common-Envelope-Entwicklung ?

Theoretisch noch nicht vollständig verstanden. Prinzipiell sind jedoch zwei Möglichkeiten denkbar:

1) Verschmelzung und Entstehung eines Einzelsterns: (Auflösung des ehemaligen Sekundärsterns → schnell rotierender Riese mit entartetem Zentralgebiet oder AGB Stern mit entartetem CO-Kern.)

2) "Abwurf" der Hülle (analog zum "Abwurf" eines Planetarischen Nebels)

Dazu erforderliche Energie ΔE (aus der Bahnenergie des Doppelsterns > Bindungsenergie der Hülle $E_B(M_E)$:

$$\alpha_{CE}\,\Delta E_{Bahn} = \left[\frac{GM_cM_2}{2A_f} - \frac{GM_1M_2}{2A_i}\right]\alpha_{CE} = E_B(M_E) = \frac{GM_1M_E}{\lambda R_1}\,, \quad \alpha_{CE} \lesssim 1$$

$$\rightarrow \quad \frac{A_f}{A_i} = \left[\frac{2M_1(M_1-M_c)}{\alpha_{CE}\,\lambda\, f_1(q_i)\,M_cM_2} + \frac{M_1}{M_c}\right]^{-1}$$

(Webbink, R.F.: 1984, ApJ 277, 355)

▶ λ abhängig von der Struktur des Sterns und davon, ob in E_B auch innere Energie zu berücksichtigen ist (→ Dewi & Tauris (2000, A&A 360, 1043)).

Beispiel: $M_1 = 3M_\odot$, $M_c = 0.6M_\odot$, $M_E = 2.4M_\odot$, $M_2 = 0.5M_\odot$, $R_E = R(M_c) = 300R_\odot$,
$A_i = R_E\, f_1(q_i)^{-1} \approx 560\,R_\odot$, $P_i \approx 820\,d$, $\lambda = 0.5$, $\alpha_{CE} = 0.5$
$\rightarrow$ $A_f \approx 1.5\,R_\odot$, $P_f \approx 0^d.2$, $R_{2,R} \approx 0.6\,R_\odot \gtrsim R_{HR}(M_2)$

▶ Wenn die zum Abwurf der Hülle erforderliche Energie aus der Bahnenergie des Doppelsterns stammt, so muss ein enges System entstehen! (→ Taam & Seaquist (2000, ARA&A 38, 113)).

Beobachtungen zeigen, dass der Abwurf der Common Envelope mindestens in einigen Fällen funktioniert, denn

▶ $\exists$ eine kleine Zahl (~14) von kurzperiodischen, getrennten Doppelsternen vom Typ HR-Stern + WZ (oder sdO/B), die Zentralstern eines Planetarischen Nebels sind (→ Präkataklysmische Doppelsterne in Abschnitt 36.2). Interpretation: Der PN ist die abgestossene Common Envelope (Lebensdauer ~ 10^4 a).

▶ Nach der Auflösung des Planetarischen Nebels bleibt ein getrenntes, kurzperiodisches System (HR-Stern + WZ) zurück. Davon kennt man ebenfalls einige wenige (~35), (→ Präkataklysmische Doppelsterne in Abschnitt 36.2).

Entwicklung des Sekundärsterns in der Common Envelope

∃ 2 wesentliche Fragen:
1.) Wie stark wird das thermische Gleichgewicht gestört?
2.) Wieviel Masse kann der Stern akkretieren?

Antwort durch Vergleich von 2 Zeitskalen:

– thermische Zeitskala des Sekundärsterns $\tau_{th} \approx \tau_{KH} = \frac{GM_2^2}{R_2 L_2}$

– Zeitskala der Common-Envelope-Entw. $\tau_{CE} \cong \frac{GM_c M_2}{2 f A_f L_{Edd}}$

▶ $\frac{\tau_{CE}}{\tau_{th}} \approx \underbrace{\frac{R_2}{A_f}}_{<1} \underbrace{\frac{L_2}{L_{Edd}}}_{\ll 1} \ll 1$ → Der Sekundärstern ist während der Common-Envelope-Entwicklung praktisch thermisch isoliert ($\tau_{th} \gg \tau_{CE}$)

Massenakkretion: Nur die Schichten, für die $\tau_{th} \lesssim \tau_{CE}$ ist, können innerhalb von τ_{CE} akkretiert werden (Nebenbedingung $R_2(M_r) \lesssim 0.5\,A$)

→ $\tau_{th} \approx \frac{GM_2 \Delta M}{R_2 L_2} \lesssim \tau_{CE} \approx \frac{GM_2 M_c}{2 f A_f L_{Edd}}$

▶ $\frac{\Delta M_{acc}}{M_2} \lesssim \frac{M_c}{M_2} \frac{R_2}{A_f} \frac{L_2}{L_{Edd}} \approx 10^{-4}$ → Der Sekundärstern kann nur sehr wenig Masse akkretieren

▶ Erwarten daher, dass der Sekundärstern nach dem Abwurf der Common Envelope nur unwesentlich aus dem thermischen Gleichgewicht ist. (Stimmt mit Beobachtungen an Präkataklysmischen Doppelsternen überein, → Abschnitt 36.2)