Ludwig-Maximilians-Universität München

Innerer Aufbau und Entwicklung von Sternen

Teil I

Vorlesung von

Priv. Doz. Dr. H. Ritter und Priv. Doz. Dr. A. Weiss

Max–Planck–Institut für Astrophysik
85741 Garching

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Literaturverzeichnis	V
Einleitung	VI
Kapitel I: Die Grundgleichungen des Sternaufbaus	**1.1**
1. Die Massenverteilung im Stern	1.1
2. Die Impulsbilanz	2.1
2.1. Hydrostatisches Gleichgewicht	2.1
2.2. Die Bewegungsgleichung	2.2
2.3. Gestörtes hydrostatisches Gleichgewicht	2.3
2.4. Zwischenbilanz	2.4
3. Energiereservoire — Virialsatz	3.1
3.1. Energiereservoire	3.1
3.2. Der Virialsatz	3.2
4. Der Energiesatz	4.1
4.1. Der Energiesatz in differentieller Form	4.1
4.2. Die integrale Form des Energiesatzes	4.5
4.3. Zusammenhang zwischen Energiesatz und dem Virialsatz in allgemeiner Form	4.6
4.4. Zeitskalen	4.9
5. Strahlungstransport	5.1
5.1. Abschätzung des Temperaturgradienten	5.1
5.2. Diffusion von Strahlungsenergie	5.2
5.3. Das Rosseland-Mittel der Opazität	5.3
5.4. Die Transportgleichung	5.5
5.5. Thermodynamisches Gleichgewicht	5.6
5.6. Lokales thermodynamisches Gleichgewicht	5.7
5.7. Lösung der Transportgleichung	5.9
5.8. Zusammenhang zwischen Transportgleichung und Energiesatz	5.11
6. Wärmeleitung	6.1
7. Stabilität gegen konvektive Bewegungen	7.1
8. Mischungswegtheorie	8.1
8.1. Die Gleichungen der Mischungswegtheorie	8.1
8.2. Grenzfälle, Definitionen, Effektivität	8.5
8.3. Lösung der Konvektionsgleichungen	8.7
8.4. Abschätzungen für das Sterninnere	8.9
8.5. Zusammenfassung	8.10
9. Chemische Zusammensetzung	9.1
9.1. Definitionen	9.1
9.2. Zeitliche Änderung der chemischen Zusammensetzung in radiativen Gebieten	9.1
9.3. Nukleare Zeitskala eines Sterns	9.3
9.4. Änderung der chemischen Zusammensetzung in konvektiven Gebieten	9.3
9.5. Bemerkungen zur Diffusion und Sedimentation	9.4

Kapitel II: Übersicht über das Gesamtproblem **10.1**

10. Das System der Grundgleichungen 10.1
    10.1. Die Grundgleichungen des Sternaufbaus 10.1
    10.2. Zeitliche Ableitungen und Zusammenhang mit Zeitskalen 10.2
    10.3. Anfangswerte 10.3
    10.4. Die Verkopplung der Aufbaugleichungen 10.4

11. Randbedingungen 11.1
    11.1. Randbedingungen im Zentrum des Sterns 11.1
    11.2. Oberflächenbedingungen 11.2
    11.3. Hüllenlösungen 11.3
    11.4. Randbedingungen für numerische Rechenverfahren 11.7

12. Lösung und Lösungen des Systems der Grundgleichungen 12.1
    12.1. Die Fit-Methode 12.1
    12.2. Die Henyey-Methode 12.2
    12.3. Das Vogt-Russel-Theorem 12.13

Kapitel III: Die Materialfunktionen **13.1**

13. Die Zustandsgleichung 13.1
    13.1. Partialdrucke 13.1
    13.2. Ionisation 13.1
    13.3. Das mittlere Molekulargewicht 13.3
    13.4. Zustandsgleichung des idealen Gases mit Strahlung 13.4

14. Die Entartung des Elektronengases 14.1
    14.1. Vergleich zwischen Boltzmann- und Fermi-Verteilung 14.1
    14.2. Der Grenzfall schwacher Entartung 14.3
    14.3. Der Druck des Elektronengases bei schwacher und mäßiger Entartung 14.5
    14.4. Vollständige Entartung 14.5
    14.5. Druck des Elektronengases bei vollständiger nichtrelativistischer Entartung 14.7
    14.6. Druck eines relativistisch entarteten Elektronengases 14.8
    14.7. Zusammenfassung 14.9

15. Die Opazität 15.1
    15.1. Die wichtigsten Quellen der Opazität 15.1
    15.2. Der totale Absorptionskoeffizient 15.3
    15.3. Der mittlere Absorptionskoeffizient 15.4
    15.4. Analytische Approximationen für κ 15.4
    15.5. Wärmeleitung durch Elektronen 15.6
    15.6. Ergebnisse numerischer Rechnungen 15.6

16. Nukleare Energieeerzeugung 16.1
    16.1. Allgemeines zu den Fusionsreaktionen 16.1
    16.2. Thermonukleare Reaktionsraten 16.3
    16.3. Bemerkungen zu $\langle \sigma_{12} v \rangle$ 16.4
    16.4. Fusion von Wasserstoff zu Helium 16.8
    16.5. Fusion von Helium 16.12

16.6. Das Kohlenstoff-Brennen 16.14
16.7. Das Neon-Brennen 16.14
16.8. Das Sauerstoff-Brennen 16.14
16.9. Energieerzeugungsraten der höheren Brennen 16.15

Kapitel IV: Einfache Sternmodelle **17.1**

17. Polytrope Gaskugeln 17.1
17.1. Definitionen 17.1
17.2. Die Emdensche Differentialgleichung 17.2
17.3. Lösungen der Emdengleichung 17.3
17.4. Masse und Radius von Polytropen 17.4
17.5. Der Freiheitsgrad der Lösungen 17.4
17.6. Konstanten der Lane-Emden-Funktionen 17.6

18. Weiße Zwerge 18.1
18.1. Abschätzung charakteristischer Größen 18.1
18.2. Die Masse-Radius- und Masse-Dichte-Beziehung 18.2
18.3. Die Grenzmasse für Weiße Zwerge 18.2
18.4. Zentraltemperatur und Entwicklung von Weißen Zwergen 18.5
18.5. Abkühlzeit von Weißen Zwergen 18.8

19. Hauptreihensterne 19.1
19.1. Allgemeines, Definitionen 19.1
19.2. Masse-Leuchtkraft- und Masse-Radius-Beziehung 19.2
19.3. Die Lage der Hauptreihenmodelle im HRD 19.4
19.4. Durchmischte Entwicklung 19.5
19.5. Zentralwerte für Hauptreihenmodelle 19.6
19.6. Konvektion 19.7
19.7. Vergleich mit numerischen Rechnungen und Beobachtungen 19.9
19.8. Die Entwicklung während des Wasserstoff-Brennens 19.13

20. Die Hayashi-Linie 20.1
20.1. Vollkonvektive Sterne 20.1
20.2. Die Nachbarschaft der Hayashi-Linie 20.6

Kapitel V: Entwicklung von Sternen **21.1**

21. Vorhauptreihenentwicklung 21.1
21.1. Sternentstehung: Vom Protostern zum Stern 21.1
21.2. Homologe Kontraktion 21.3
21.3. Entwicklung eines vollkonvektiven Sterns im HRD 21.4

22. Die Entwicklung des Zentralgebiets 22.1
22.1. Zentrales Wasserstoffbrennen, Entstehung einer Schalenquelle 22.1
22.2. Die Schönberg-Chandrasekhar-Grenze 22.3
22.3. Die Kontraktion des Zentralgebiets 22.6

23. Von der Hauptreihe zum Heliumbrennen 23.1
23.1. Das Spiegelungsprinzip 23.1

23.2. Entwicklung von Sternen mit $10M_\odot \gtrsim M \gtrsim 2.5M_\odot$ 23.2
23.3. Entwicklung von Sternen kleiner Masse, $M_\odot \lesssim 2.5M_\odot$ 23.12
23.4. Sterne mit einer Schalenquelle um einen entarteten Kern 23.13
23.5. Thermische Stabilität von nuklearem Brennen 23.23

24. Zentrales Heliumbrennen und spätere Entwicklungsphasen 24.1
24.1. Zentrales Heliumbrennen 24.1
24.2. Entwicklung nach dem zentralen Heliumbrennen 24.3
24.3. Die Kernmasse-Leuchtkraft-Beziehung 24.13

25. Endstadien der Sternentwicklung 25.1
25.1. Weiße Zwerge 25.1
25.2. Neutronensterne 25.4
25.3. Schwarze Löcher 25.7
25.4. Endprodukt der Sternentwicklung in Abhängigkeit der Anfangsmasse 25.8

INNERER AUFBAU UND ENTWICKLUNG VON STERNEN, TEIL I

Literaturliste

Einführungen in den Inneren Aufbau und die Entwicklung von Sternen

Kippenhahn, R., Weigert, A.: *Stellar Structure and Evolution*, Astronomy and Astrophysics Library, Springer Verlag, Berlin/ Heidelberg/New York (1990)

Böhm–Vitense, E.: *Introduction to Stellar Astrophysics, Vol. 3, Stellar Structure and Evolution*, Cambridge University Press, Cambridge (1992)

de Loore, C.W.H., Doom, C.: *Structure and Evolution of Single and Binary Stars*, Kluwer, Dordrecht (1992)

Hansen, C.J., Kawaler, S.D.: *Stellar Interiors – Physical Principles, Structure and Evolution*, Springer Verlag, Berlin/Heidelberg/New York (1994)

Huang, R.Q., Yu, K.N.: *Stellar Astrophysics*, Springer-Verlag, Singapore (1998)

Ergänzende und weiterführende Literatur

Eddington, A.S.: *Internal Constitution of the Stars*, Cambridge University Press, Cambridge (1988), Ersterscheinung 1926

Chandrasekhar, S.: *An Introduction to the Study of Stellar Structure*, University of Chicago Press, Chicago (1939), auch als Dover Publication (1958/1967)

Schwarzschild, M.: *Structure and Evolution of the Stars*, Princeton University Press, Princeton (1958), auch als Dover Publication (1965)

Clayton, D.D.: *Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis*, Mc Graw–Hill Book Company, New York (1968); Neuauflage: The University of Chicago Press, Chicago (1983)

Shapiro, S.L., Teukolsky, S.A.: *Black Holes, White Dwarfs and Neutron Stars*, J. Wiley & Sons, New York (1983)

Rose, W.K.: *Advanced Stellar Astrophysics*, Cambridge University Press, Cambridge (1998)

Padmanabhan, T.: *Theoretical Astrophysics, Volume II: Stars and Stellar Systems*, Cambridge University Press, Cambridge (2001)

Cox, J.P., Giuli, R.T.: *Principles of Stellar Structure*; 2. Auflage, Herausgeber A. Weiß, W. Hillebrandt, H.-C. Thomas, H. Ritter, Cambridge Scientific Publishers, Cambridge (2004)

Salaris, M., Cassisi, S.: *Evolution of Stars and Stellar Populations*, J. Wiley & Sons, Ltd., Chichester (2005)

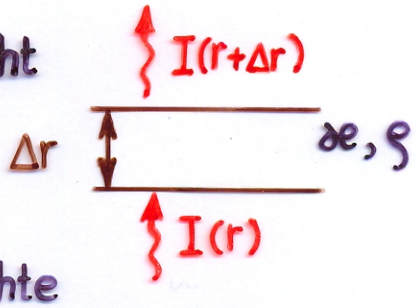
Einleitung

Gegenstand der Vorlesung: **Innerer Aufbau und Entwicklung von Sternen**

Def.: **Stern** : selbstgravitierende Gaskugel grosser Masse

Stern
- Sternatmosphäre , opt. Tiefe $0 < \tau \lesssim 1$
- Sterninneres , opt. Tiefe $\tau \gtrsim 1 \ldots \gg 1$
  - ▶ von aussen unsichtbar

Abschätzung : Masse der optisch dünnen Schicht



$$I(r+\Delta r) = I(r)\, e^{-\tau}$$

$$\tau \approx \Delta r\, \bar{\varkappa}\, \bar{\varrho}$$, $\varkappa$ = Opazität , ϱ = Dichte

$\tau \approx 1$: Sternoberfläche (Photosphäre)

▶ $$\Delta r \approx \frac{1}{\bar{\varkappa}\bar{\varrho}} \quad \rightarrow \quad \underline{\underline{\Delta M \approx 4\pi R^2 \bar{\varrho}\, \Delta r = \frac{4\pi R^2}{\bar{\varkappa}}}}$$

Beispiel: **Sonne** : $\bar{\varkappa} \approx 1\,\mathrm{cm^2 g^{-1}}$, $\bar{\varrho} \approx 10^{-7}\,\mathrm{g cm^{-3}}$, $R_\odot = 7\,10^{10}\,\mathrm{cm}$

▶ $\Delta r \approx 10^7\,\mathrm{cm} \approx 10^{-4} R_\odot$

$\Delta M \approx 10^{23}\,\mathrm{g} \approx 10^{-11} M_\odot$

▶ Für praktisch alle Sterne gilt: $\frac{\Delta r}{R} \ll 1$, $\frac{\Delta M}{M} \ll 1$

Braucht daher eine **Theorie** über den inneren Aufbau von Sternen