

8. Kataklysmische Doppelsterne

- Die Sekundärsterne
- Stabilität des Massentransfers
- Massentransferraten
- Die maximale Umlaufzeit
- Die minimale Umlaufzeit
- Die Periodenlücke
- Entstehung von Kataklysmischen Doppelsternen
- Populationssynthese
- Supersoft X-Ray Sources
- Systeme mit nuklear entwickelten Sekundärsternen
- Novae

Beobachtete Eigenschaften von Kataklysmischen Variablen (CVs)

- ▶ ~1500 Objekte bekannt, davon ca. 575 mit bekannter Bahnperiode (→ Ritter & Kolb 2003, A&A 404,301; Downes et al. 2001, PASP 113,764)
- ▶ die meisten CVs sind alte Pop.I Objekte, ∃ einige wenige in Kugelhaufen
- ▶ CVs werden in zahlreiche Unterklassen eingeteilt, hauptsächlich nach dem photometrischen Verhalten und der Magnetisierung des WZ: u. a. unterscheidet man:
 - klassische Novae (N)
 - Zwergnovae (DN)
 - novaähnliche Syst. (NL)
 - magnetische CVs (AM, IP, DQ, ...)
 - und andere mehr

N.B.: diese Klassen sind nicht disjunkt!

- ▶ Die Bahnperioden sind im wesentlichen bimodal verteilt!
 - $\lesssim 50\%$ mit $78 \text{ min} \leq P \leq 2^h$
 - $\lesssim 50\%$ mit $3^h \leq P \leq 16^h$
 } → nur rel. wenige mit $2^h \leq P \leq 3^h$,
 → sog. Periodenlücke

∃ einige wenige Systeme mit $P \lesssim 40 \text{ min}$ und 4 Systeme mit $P \gtrsim 2^d$; fast alle Unterklassen "respektieren" die Lücke (mehr oder weniger).
- ▶ Die Sekundärsterne sind vorwiegend massearme "Hauptreihensterne"
- ▶ Die Massentransferraten sind nicht genau bekannt; typische Werte:
 - oberhalb der Lücke ($P \gtrsim 3^h$): $10^{-9} M_{\odot}/a \lesssim -\dot{M}_2 \lesssim 10^{-8} M_{\odot}/a$,
 - unterhalb der Lücke ($78 \text{ min} \lesssim P \lesssim 2^h$): $10^{-11} M_{\odot}/a \lesssim -\dot{M}_2 \lesssim 10^{-9} M_{\odot}/a$.

Bei jedem P ∃ Streuung von $-\dot{M}_2$ von mindestens einem Faktor 10!
 Die Ursache dafür ist nicht genau bekannt.

 - Entwicklungszeitskala oberhalb der Lücke $\sim 10^8 a$
 - unterhalb der Lücke $\sim 10^9 a$.
- ▶ Die Massen sind i. A. nicht oder nur ungenau bekannt. ∃ glaubhafte Massen für nur ganz wenige Systeme.
 - mittlere Masse der WZ in CVs $\langle M_{WZ} \rangle_{CV} \approx 0.8 M_{\odot}$ ist deutlich grösser als die mittlere Masse isolierter WZ $\langle M_{WZ} \rangle \approx 0.55 M_{\odot}$.

Kataklysmische Doppelsterne

- ▶ für allgemeine Eigenschaften → Einleitung und Übersicht

1. Die Sekundärsterne

- ▶ primäre Observable: • Spektraltyp (SpT)
• Umlaufszeit (P)
- ▶ sekundäre Observable: • Effektivtemperatur T_{eff} , aus dem SpT
• mittlere Dichte $\bar{\rho}_2$, aus P + Roche-Geometrie:

$$\bar{\rho}_2 = \frac{3\pi}{G(1+q)f_2^3(q)} P^{-2} \approx \frac{243\pi}{8GP^2} = 110 \text{ gcm}^{-3} P(h)^{-2}, \text{ praktisch unabhängig von } q, \text{ sofern } q \gtrsim 1.25$$

- ▶ Umrechnung $\text{SpT} \leftrightarrow T_{\text{eff}}$ und $P \leftrightarrow \bar{\rho}_2$ erlaubt Vergleich von Beobachtungen (SpT, P) mit theoretischen Rechnungen (T_{eff} , $\bar{\rho}_2$).
→ Beuermann, K., et al.: 1998, A&A 339, 518; Smith, D.A., Dhillon, V.S.: 1998, MNRAS 301, 767.

- ▶ Ergebnis: (→ Figuren: Beuermann et al. 1998, Fig. 4 und Fig. 5)

in CVs mit Umlaufzeiten $80 \text{ min} \lesssim P \lesssim 10^h$ (das sind mehr als 90% aller CVs mit bekanntem P) sind die Sekundärsterne im Rahmen der Beobachtungsgenauigkeit von normalen Pop.I Hauptreihensternen nicht zu unterscheiden! D.h., diese

- CV-Sekundärsterne sind Pop.I-Sterne mit zentralem Wasserstoffbrennen.

Das heisst aber nicht notwendigerweise, dass diese Sterne Alter-Null-Hauptreihensterne sind, oder dass sie näherungsweise im thermischen Gleichgewicht sind.

Systeme mit $P \gtrsim 0.6^d$ haben entweder einen nuklear entwickelten Sekundärstern, oder sind instabil gegen Massentransfer.

Are the red dwarfs in cataclysmic variables main-sequence stars ?

Beuermann, K., et al.: 1998, A&A 339, 518

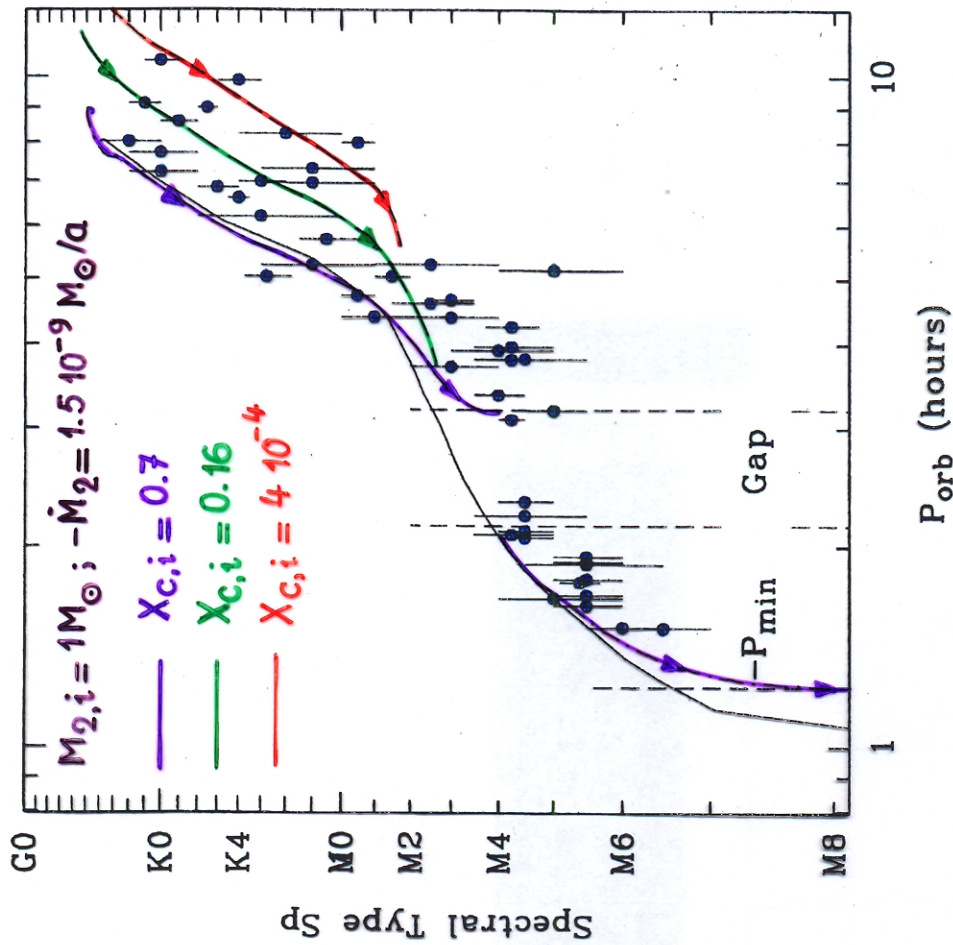


Fig. 5. $Sp - P$ diagram for CVs secondary stars. Data points are from Ritter & Kolb (1998) (see also Appendix B). The solid curve indicates the location of ZAMS stars with $[M/H]=0$ from Fig. 4. In addition, evolutionary sequences for an initial $1 M_{\odot}$ secondary with constant mass loss rate are displayed for different starting conditions: ZAMS model for $[M/H]=0$ (dot-dashed curve), evolved models with reduced central hydrogen abundance (dashed curves, see text). Note the lack of observed secondaries of low metallicity which would populate the upper left of the diagram.

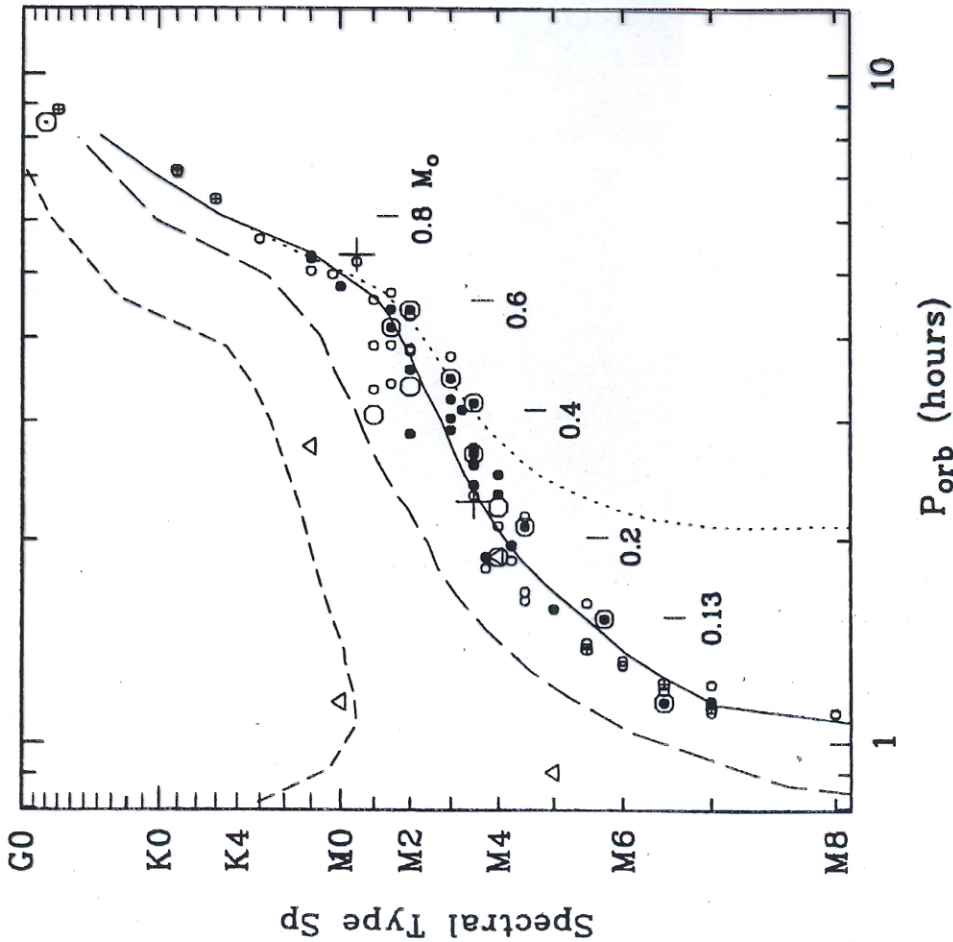


Fig. 4. $Sp - P$ diagram for the single field stars of Fig. 2. Crosses (+) indicate the mean components of the binaries CM Dra and YY Gem. The theoretical curves are from Baraffe et al. (1997, 1998) for the ZAMS at metallicity $[M/H] = 0$ (solid), and for an age of 10 Gyr at metallicities $[M/H] = -0.5$ (long dashes) and $[M/H] = -1.5$ (short dashes). The dotted curve is for $[M/H] = 0$ and an age of 0.1 Gyr.

2. Stabilität des Massentransfers

- ▶ **adiabatische Stabilität:** $\dot{\Sigma}_s(M_2) - \dot{\Sigma}_{R,2}(q) > 0 \rightarrow q > q_{\text{crit},s}(M_2)$
- ▶ **thermische Stabilität:** $\dot{\Sigma}_e(M_2) - \dot{\Sigma}_{R,2}(q) > 0 \rightarrow q > q_{\text{crit},e}(M_2)$

→ benötigt (M_2, q) bzw. (M_1, M_2) sowie theoretische Voraussagen für $q_{\text{crit},s}(M_2)$ und $q_{\text{crit},e}(M_2)$ zur Überprüfung der Stabilität des Massentransfers.

▶ Bestimmung von (M_1, M_2) mit hinreichender Genauigkeit ist nur bei relativ wenigen CVs möglich (→ z.B. Smith & Dhillon, 1998).

▶ Ergebnis: → Figur, mit Beobachtungen, zusammengestellt von Smith & Dhillon (1998) sowie theoretischen Kurven $q_{\text{crit}}(M)$ basierend auf Ergebnissen von Webbink (1985).

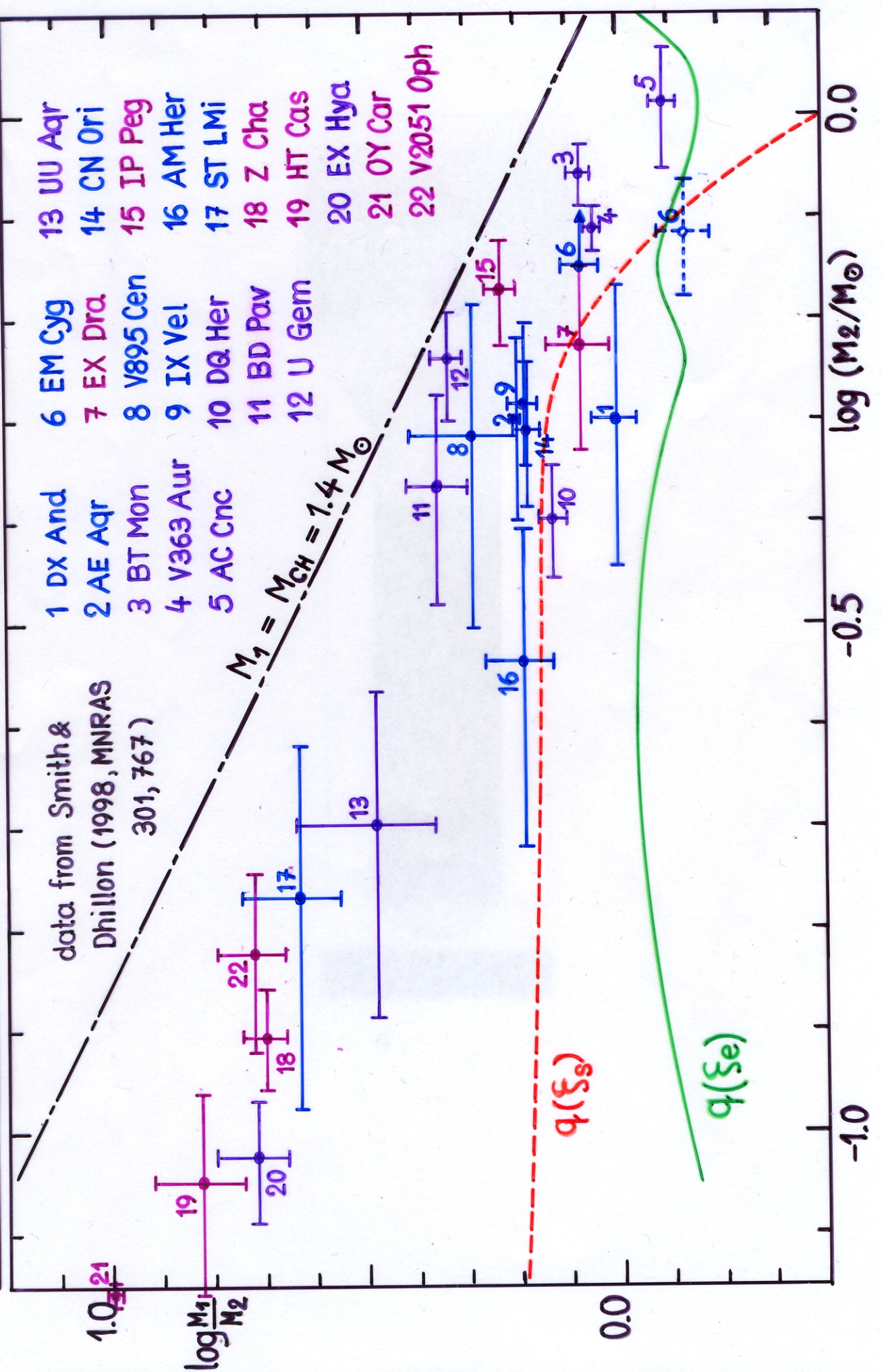
→ Massentransfer in normalen CVs (supersoft sources möglicherweise ausgenommen) ist thermisch und adiabatisch stabil!

N.B. der genaue Verlauf der Grenzkurven $q_{\text{crit}}(M_2)$ hängt von Details der angenommenen Sternphysik (chem. Zusammensetzung, Opazitäten, Zustandsgleichung, Konvektionstheorie) sowie vom Entwicklungsstand der Sterne ab. Die in der Figur eingetragenen Grenzkurven gelten für Nullalter - Hauptreihensterne der Pop. I.

▶ Da normale CVs stabil gegen Massentransfer sind, muss der beobachtete Massentransfer durch einen entsprechenden Mechanismus angetrieben werden.

Mass ratios of cataclysmic binaries versus the mass of the secondary component

Critical mass ratio for marginal stability against **dynamical** / **thermal** time scale mass transfer



data from Smith & Dhillon (1998, MNRAS 301, 767)

$M_1 = M_{ch} = 1.4 M_\odot$

$q(S_s)$

$q(S_e)$

3. Massentransferraten

▶ **Massentransferraten sind nicht direkt messbar und daher sehr schwierig zu bestimmen. ∃ zahlreiche indirekte Methoden zur Bestimmung von \dot{M} , die aber alle nicht besonders genau sind.**

▶ **Fazit:** Massentransferraten sind nur näherungsweise ($\Delta \log \dot{M} \approx \pm 0.5$) bekannt.

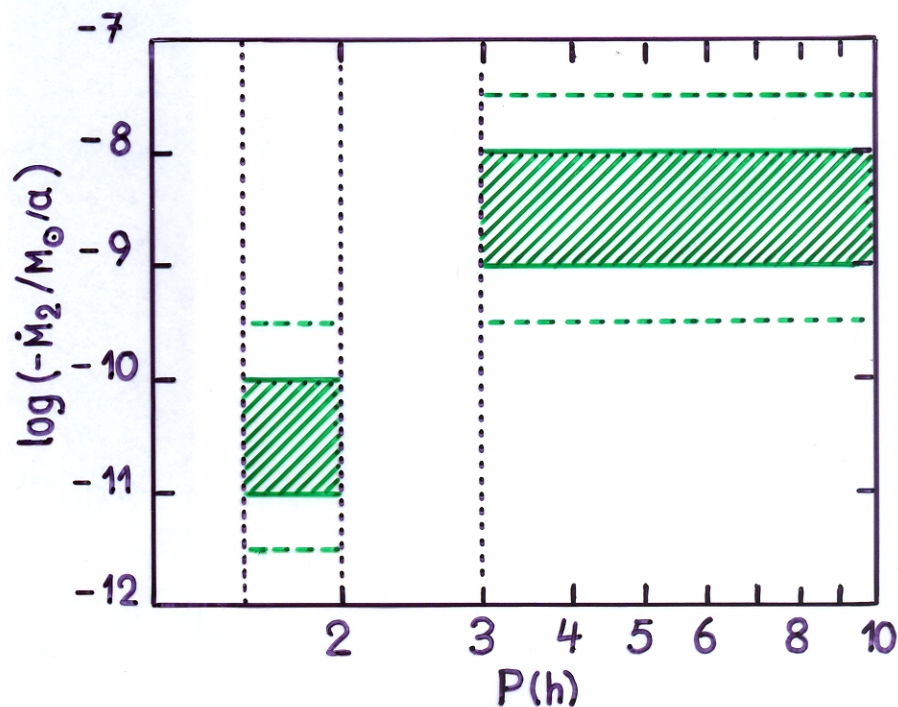
▶ **Ergebnis:** a) im Mittel über viele Systeme ist

$$\langle -\dot{M}_2 \rangle \approx 10^{-9} \dots 10^{-8} M_{\odot}/a, \text{ im Bereich } 3^h \lesssim P \lesssim 10^h$$

$$\langle -\dot{M}_2 \rangle \approx 10^{-11} \dots 10^{-10} M_{\odot}/a, \text{ im Bereich } 80 \text{ min} \lesssim P \lesssim 2^h$$

→ Schema

b) bei einer gegebenen Periode P streuen die beobachteten $-\dot{M}_2$ -Werte erheblich (um Faktor > 10).



Antriebsmechanismen ?

▶ Die Beobachtungen sind kompatibel mit folgender Hypothese

$P \gtrsim 3^h$: Massentransfer angetrieben durch magnetische Bremsung (+ Gravitationswellen), d.h. $\dot{J} = \dot{J}_{MB} + \dot{J}_{GR}$.

$P \lesssim 2^h$: Massentransfer angetrieben im wesentlichen nur durch Gravitationswellen, d.h. $\dot{J} \gtrsim \dot{J}_{GR}$.

Nukleare Entwicklung ist vernachlässigbar \forall Systeme mit $P \lesssim 10^h$.

4. Die maximale Umlaufszeit

- Die maximale Umlaufszeit von normalen CVs ist $P_{\max} \approx 16^h$

(\exists nur 2 normale CVs mit $P \gtrsim 16^h$: GK Per und V1017 Sgr, \rightarrow Periodenhistogramm in der Einleitung).

- P_{\max} erklärt sich zwanglos aus folgenden Tatsachen:

- a) Die Sekundärsterne sind \sim HR-Sterne
 b) CVs sind stabil gegen Massentransfer, d.h.

$$\left. \begin{array}{l} \int_{\text{od}}(M_2) - \int_{R,2}(q) > 0, \text{ und} \\ \int_e(M_2) - \int_{R,2}(q) > 0 \end{array} \right\} \rightarrow q \gtrsim 0.8 \dots 1.0 \text{ im relevanten Massenbereich}$$

- c) Der Primärstern ist ein Weisser Zwerg, d.h. $M_1 < M_{\text{CW}} \approx 1.4 M_{\odot}$

\rightarrow a) + b) + c): $M_2 \lesssim 1.5 M_{\odot}$

- mit $R_{\text{ZAMS}}(M=1.5M_{\odot}) \approx 1.3 R_{\odot} \rightarrow P \approx 10^h$, wenn M_2 auf der ZAMS*
 $R_{\text{TAMS}}(M=1.5M_{\odot}) \approx 1.8 R_{\odot} \rightarrow P \approx 16^h$, wenn M_2 auf der TAMS*

- Wenn $P \gtrsim 16^h \rightarrow$ entweder ist der Sekundärstern nicht mehr auf der Hauptreihe (ZAMS...TAMS),
oder das System ist instabil gegen Massentransfer!

* ZAMS = zero age main sequence = Alter Null Hauptreihe

TAMS = terminal age main sequence $\hat{=}$ Ende des zentralen Wasserstoffbrennens

5. Die minimale Bahnumlaufzeit

5.1 Modellvorstellung und einfache Abschätzungen

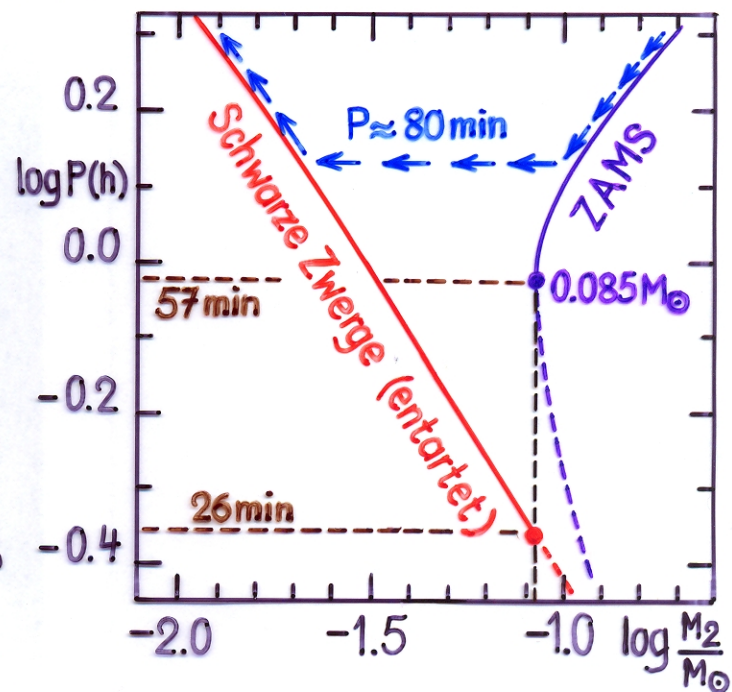
► Warum gibt es ein P_{\min} , welchen Wert von P_{\min} erwarten wir theoretisch

► Betrachten im folgenden nur Systeme mit $P \lesssim 2^h$.

Wissen bereits aus vorangegangenen Überlegungen :

a) Wenn $-\dot{M}_2$ genügend klein :

→ Sekundärsterne auf der HR bis $M_2 = M_{\min} \approx 0.085 M_{\odot}$ mit $P_{\min}(M_{\min}) \approx 57 \text{ min}$, oder Sekundärsterne sind Schwarze Zwerge mit $M_2 < M_{\min} \approx 0.085 M_{\odot}$ und $P > P_{\min}(M_2 \approx 0.085 M_{\odot}) \approx 26 \text{ min}$



b) Sekundärsterne sind vollkonvektiv, da $M_2 (P \lesssim 2^h) \lesssim 0.2 M_{\odot}$

c) $-\dot{J} \gg -\dot{J}_{GR}$ (Gravitationswellen lassen sich nicht vermeiden)

d) Für Sekundärsterne auf oder in der Nähe der HR ist

$$-\dot{M}_2 \gg (-\dot{M}_2)_{GR} = \frac{-M_2}{\xi_2 - \xi_{R,2}} \frac{\dot{J}_{GR}}{J} \approx (0.3 - 1.0) 10^{-10} M_{\odot}/a, \text{ praktisch unabh. von } M_2, P$$

$$e) \tau_{KH} = \frac{GM^2}{RL} \approx 3 \cdot 10^7 a \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^2 \left(\frac{R}{R_{\odot}}\right)^{-1} \left(\frac{L}{L_{\odot}}\right)^{-1} \approx 3 \cdot 10^8 a \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^{-1} \text{ für } M \lesssim 0.3 M_{\odot}$$

→ τ_{KH} wird umso länger, je geringer M_2

f) → Abweichung vom thermischen Gleichgewicht umso stärker, je geringer M_2 → Stern entfernt sich von der HR, ξ_2 wird umso kleiner, je geringer M_2

g) Die Umlaufzeit wird minimal, wenn $\xi_2 = \xi_{krit}$.
Bestimmung von ξ_{krit} :

$$P = 2\pi \left(\frac{A^3}{G(M_1+M_2)} \right)^{1/2} = 2\pi \left(\frac{R_2^3}{GM_2 F(q)} \right)^{1/2}, \text{ wobei } F(q) = (1+q)f_2^3(q)$$

$$\xi_{krit} : d \ln P = \frac{3}{2} d \ln R_2 - \frac{1}{2} d \ln M_2 - \frac{1}{2} d \ln F(q) = 0$$

$$\rightarrow \xi_{krit} = \left(\frac{d \ln R_2}{d \ln M_2} \right)_P = \frac{1}{3} \left[1 + \frac{d \ln F(q)}{d \ln M_2} \right]$$

$$d \ln F(q) = \left(\frac{q}{1+q} + 3\beta_2 \right) d \ln q = - \left(\frac{q}{1+q} + 3\beta_2 \right) \frac{\eta+q}{q} d \ln M_2$$

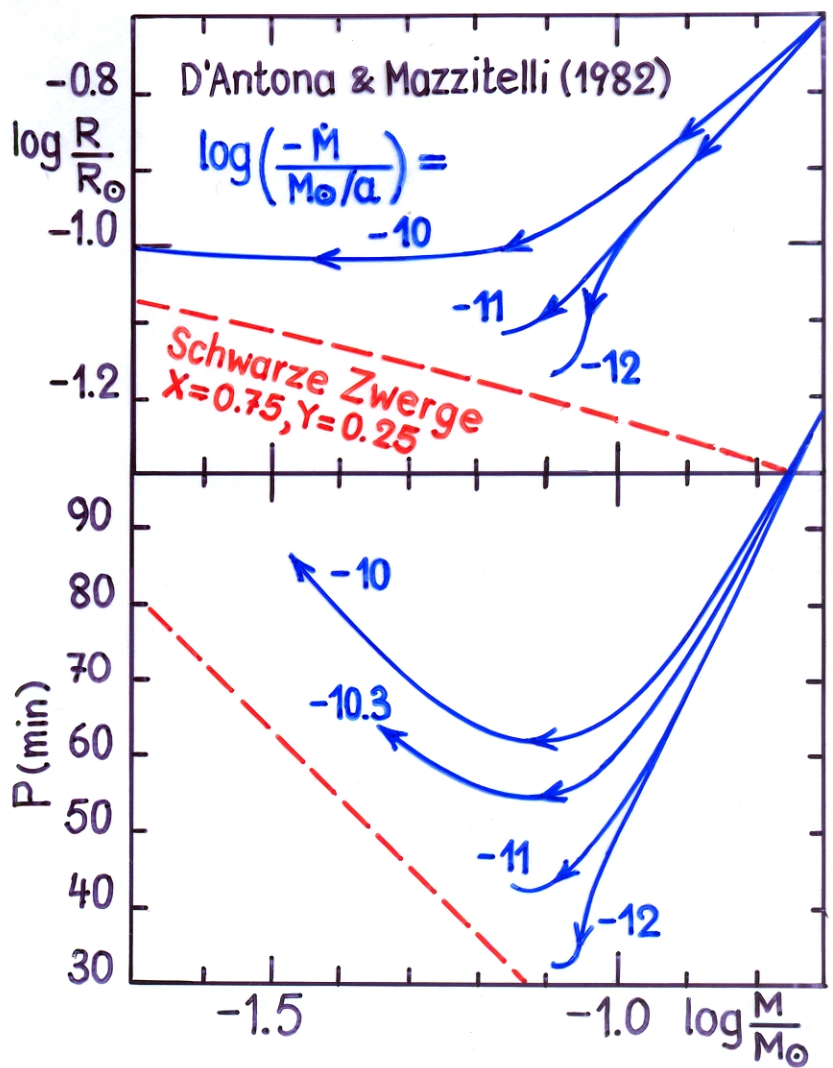
►
$$\xi_{krit} = \frac{1}{3} \left[1 - \frac{\eta+q}{q} \left(\frac{q}{q+1} + 3\beta_2 \right) \right]$$

Vereinfachung: Für $q \gtrsim 1.25$ ist $f_2(q) \approx \left(\frac{8}{81}\right)^{1/3} (1+q)^{-1/3} \rightarrow \frac{q}{1+q} + 3\beta_2 = 0$

►
$$\xi_{krit} = \frac{1}{3}$$
 für $q \gtrsim 1.25$

h) Sterne entwickeln sich in Richtung der Schwarzen Zwerge, wenn $\tau_M < \tau_{KH}$ (→ Figur)

i) Wenn $\tau_M \ll \tau_{th} \approx \tau_{KH}$, so wird $\xi \rightarrow \xi_s = -1/3$



→ Können nun folgende einfache Abschätzung von P_{\min} machen:

(nach B. Paczyński: 1981, Acta Astron. 31, 1)

Wissen, dass $\xi_2 \approx \xi_{2,e} \approx 0.8 \dots 1.0$, wenn $\tau_M \gg \tau_{KH}$, und

$\xi_2 \approx \xi_{2,s} \approx -1/3$, wenn $\tau_M \ll \tau_{KH}$

► **Annahme:** $\xi_2 = +1/3$, wenn $\tau_M \approx \tau_{KH}$

→ Abschätzung von P_{\min} :

$$\tau_M = \frac{\tau_{GR}}{2} (\xi_2 - \xi_{R,2}) = \frac{\tau_{GR}}{2} \left(\frac{1}{3} - \xi_{R,2} \right) = \frac{\tau_{GR}}{2} \underbrace{\left(\frac{1}{3} + \frac{q+1}{q} \beta_2 + \frac{2(q-1)}{q} \right)}_{=0}$$

$$= \frac{q-1}{q} \tau_{GR} \approx \tau_{GR}$$

$$\tau_{GR} = \frac{5c^5}{32G^{5/3}} \frac{(M_1+M_2)^{1/3}}{M_1 M_2} \left(\frac{P}{2\pi} \right)^{8/3} = \frac{5c^5}{32G^{5/3}} \frac{(M_1+M_2)^{1/3}}{M_1 M_2} \left(\frac{R_2^3}{GM_2 F(q)} \right)^{4/3}$$

$$= \frac{5c^5}{32G^{5/3}} \frac{(M_1+M_2)^{1/3}}{M_1 M_2} \left(\frac{81R_2^3}{3GM_2} \right)^{4/3} = \tau_{GR}(M_2, R_2; M_1)$$

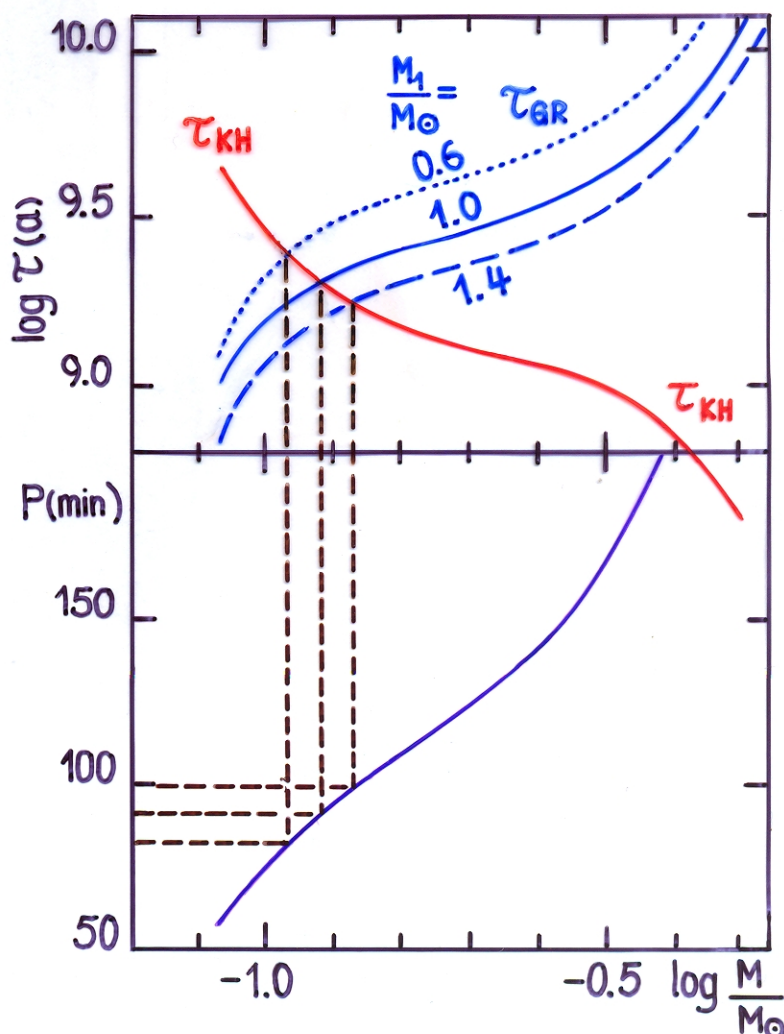
$$\tau_{KH} = \frac{GM_2^2}{R_2 L_2}$$

► Verwenden zur Abschätzung von τ_{GR} und τ_{KH} die HR M-R- und M-L-Beziehung von Grossman et al. (1974)

Lösen $\tau_{GR} = \tau_{KH}$ graphisch (→ Figur)

Ergebnis

$\frac{M_1}{M_\odot}$	P_{\min} (min)	$\frac{M_2(P_{\min})}{M_\odot}$
0.6	82	0.108
1.0	91	0.122
1.4	99	0.135



$$\rightarrow \underline{P_{\min} \approx 91 \text{ min} \left(\frac{M_1}{M_{\odot}}\right)^{0.22}} \quad \text{und} \quad \underline{M_2(P_{\min}) = 0.122 M_{\odot} \left(\frac{M_1}{M_{\odot}}\right)^{0.26}}$$

Paczynski (1980) verwendet Potenzgesetze für $R(M)$ und $L(M)$ und findet:

$$\underline{P_{\min} \approx 87 \text{ min} \left(\frac{j}{j_{\text{GR}}}\right)^{0.34} \left(\frac{M_1}{M_{\odot}}\right)^{0.23}} \quad \text{und} \quad \underline{M_2(P_{\min}) = 0.124 M_{\odot} \left(\frac{j}{j_{\text{GR}}}\right)^{0.47} \left(\frac{M_1}{M_{\odot}}\right)^{0.31}}$$

5.2 Verbesserte Abschätzung von P_{\min}

► Ausgangspunkt: Beziehung $\xi(\tau_M, \tau_{\text{th}})$

$$\underline{\xi_{\text{eff}} = \frac{d \ln R}{d \ln M} = \xi_s + \frac{\alpha+1}{2\nabla_{\alpha}} \frac{c_v}{c_p} \frac{\tau_M}{\tau_{\text{th}}}}$$

► Hier: Sekundärsterne ($M_2 \lesssim 0.2 M_{\odot}$) sind vollkonvektiv,
 → in guter Näherung Polytrope mit $n=3/2$, mit $\nabla_{\alpha}=2/5$
 und $c_p/c_v = 5/3$

$$\rightarrow \text{für } \frac{\tau_M}{\tau_{\text{th}}} \rightarrow 0 \quad \rightarrow \xi \rightarrow -1/3$$

$$\rightarrow \underline{\xi_{\text{eff}} = -\frac{1}{3} + \frac{\alpha+1}{2\nabla_{\alpha}} \frac{c_v}{c_p} \frac{\tau_M}{\tau_{\text{th}}}}$$

$$\underline{\underline{P = P_{\min} \Leftrightarrow \xi = \xi_{\text{krit}} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{\alpha+1}{2\nabla_{\alpha}} \frac{c_v}{c_p} \frac{\tau_M}{\tau_{\text{th}}} = \frac{2}{3}}}$$

Berechnung von $\tau_{\text{th}} = \frac{E_{\text{th}}}{L_g}$:

$$E_{\text{th}} = \int_0^M c_v T dM_r = \frac{3}{2} \int_0^M \frac{P}{\rho} dM_r = -\frac{1}{2} E_G = \frac{1}{2} \int_0^M \frac{GM_r}{r} dM_r = \frac{3}{2(5-n)} \frac{GM^2}{R} = \frac{3}{7} \frac{GM^2}{R}$$

ideales Gas
Virialsatz
für Polytrope $n=3/2$

$$\rightarrow \underline{\underline{\tau_{\text{th}} = \frac{3}{7} \frac{GM^2}{RL_g} = \frac{3}{7} \tau_{\text{KH}} \frac{L}{L_g}}}$$

: Beziehung zwischen τ_{KH} und τ_{th} !

$$\rightarrow \text{mit } \alpha \approx 1/2 \quad \text{und} \quad \tau_M = \frac{q-1}{q} \tau_{\text{GR}} \quad : \quad \underline{\underline{\frac{\tau_{\text{GR}}}{\tau_{\text{KH}}} \approx \frac{16}{63} \frac{L}{L_g} \frac{q}{q-1}}}$$

Ersetzen L_2 in τ_{KH} durch $L_2 = 4\pi R_2^2 \sigma T_e^4$ und eliminieren R_2 mit Hilfe der Beziehung $R_2 = R_2(P, M_2)$. Damit wird

$$P_{\min}^{14/3} = \frac{576 G^{5/3} \pi (2\pi)^{8/3}}{35 c^5 \sigma} \frac{M_1 M_2^2}{(M_1 + M_2)^{1/3}} T_e^{-4} \frac{L}{L_g} \frac{q}{q-1}, \text{ oder}$$

$$P_{\min} = 191.4 \text{ min} \left(\frac{M_1}{M_\odot}\right)^{3/14} \left(\frac{M_2}{M_\odot}\right)^{6/14} \left(\frac{M_1 + M_2}{M_\odot}\right)^{-1/14} \left(\frac{T_e}{2500\text{K}}\right)^{-12/14} \left(\frac{L}{L_g}\right)^{3/14} \left(\frac{q}{q-1}\right)^{3/14}$$

► Hauptunsicherheit für P_{\min} : T_e des Sekundärsterns

Wählen :

Begründung

$T_e \approx 2000 - 2500 \text{ K}$: $T_e = 2500 \text{ K} \hat{=}$ der untersten HR ; daher $T_e \approx 2500 \text{ K}$

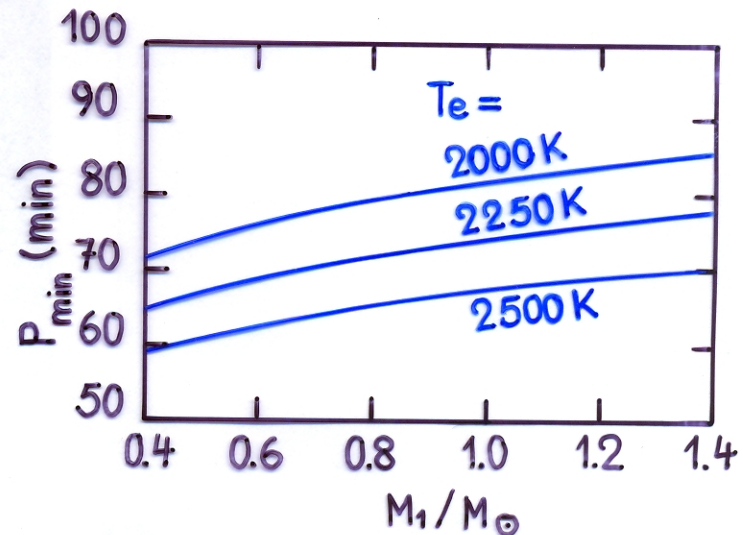
$L_g \approx L$

: $\xi_{\text{eff}} = 1/3$ nur bei starker Abweichung vom thermischen Gleichgewicht $\rightarrow L_{\text{nuc}}/L \ll 1$

$M_2 \approx 0.09 M_\odot$

: $\hat{=}$ Masse auf der HR, wo $\tau_{KH} \approx \frac{63}{16} \tau_{GR}$

► P_{\min} liegt etwas tiefer als der beobachtete Wert von $\sim 80 \text{ min}$ (kürzeste Periode: J0132-6554 mit $P = 77.8 \text{ min}$).



Andere Abschätzung:

Äquivalent zur obigen Abschätzung ist

$$P_{\min} = \left(\frac{18\pi}{7\sigma}\right)^{1/2} (-\dot{M}_2)^{1/2} \left(\frac{L}{L_g}\right)^{1/2} T_e^{-2}$$

$$= 79.9 \text{ min} \left(\frac{-\dot{M}_2}{10^{-10} M_\odot / \text{a}}\right)^{1/2} \left(\frac{T_e}{2500\text{K}}\right)^{-2} \left(\frac{L}{L_g}\right)^{1/2}$$

► Fazit : Im Rahmen der Genauigkeit dieser Abschätzung erhält man etwa den beobachteten Wert von P_{\min} .

5.3 Ergebnisse numerischer Rechnungen

Quellen:

Paczyński, B., Sienkiewicz, R.: 1981, *Astrophys. J. Letters* 248, L27

Paczyński, B., Sienkiewicz, R.: 1983, *Astrophys. J.* 268, 825

Rappaport, S., Joss, P.C., Webbink, R.F.: 1982, *Astrophys. J.* 254, 616

a) Rechnungen von Paczyński & Sienkiewicz (1981, 1983)

- Modellannahmen:
- adiabatischer Aufbau des Sekundärsterns, d.h. $(\partial S / \partial M_r) = 0$ im Inneren
 - nukleare Energieerzeugung durch PPI-Kette im Reaktionsgleichgewicht
 - chem. Zus. des Anfangsmodells $X = 0.70, Z = 0.03$
 - konservativer Massentransfer
 - $\dot{J} = f \dot{J}_{GR}$, $0.8 \leq f \leq 2$
- Ergebnisse (siehe auch Figuren)
- 1.) \exists kontinuierliche Entwicklung von der HR zum entarteten Zweig
 - 2.)
$$P_{\min} = 77.5 \text{ min} \left(\frac{Z}{0.03} \right)^{0.058} \left(\frac{M_1 + M_2}{M_{\odot}} \right)^{0.102} \left(\frac{\dot{J}}{\dot{J}_{GR}} \right)^{0.151}$$
 mit Cox & Stewart-Opazitäten

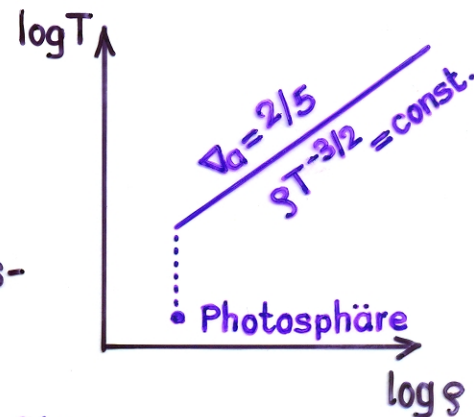
$$P_{\min} = 110.2 \text{ min} \left(\frac{Z}{0.03} \right)^{0.122} \left(\frac{M_1 + M_2}{M_{\odot}} \right)^{0.091}$$
, für $\dot{J} = \dot{J}_{GR}$ und Alexander-Opazitäten (Staub!)
 - P_{\min} hängt stark davon ab, welches α verwendet wird!
 (α bestimmt T_{eff} ! → unsere Abschätzung!)
 - 3.) $\partial \log P_{\min} / \partial \log \dot{J} / \dot{J}_{GR} = 0.151$ → geringe Abhängigkeit von P_{\min} von \dot{J} → kann \dot{J} nicht genau aus beob. P_{\min} bestimmen!
 - 4.) $M_2(P_{\min}) \approx 0.05 - 0.06 M_{\odot}$ (d.i. deutlich geringer als in unserer Abschätzung angenommen)
 - 5.) Dauer der Entwicklung bis $P_{\min} \sim 3 - 4 \cdot 10^9 \text{ a}$

6.) Entwicklung auf dem entarteten Zweig verläuft sehr langsam
 $\leftrightarrow -\dot{M}_2 < 10^{-11} M_\odot/a \rightarrow$ Systeme sind schwer zu beobachten,
 obwohl intrinsisch sehr häufig

b) Rechnungen von Rappaport, Joss & Webbink (1982)

► Modellannahmen: - isentroper Aufbau des Sekundärsterns im Inneren ($\partial S/\partial M_r = 0$) mit $\nabla_\alpha = 2/5 = \text{const}$
 \rightarrow Polytrope $n = 3/2$

- Entropiesprung zwischen Innenlösung und Photosphäre (grobe Berücksichtigung der Ionisations- und Dissoziationszonen)



$$(\rho T^{-3/2})_{\text{phot}} = 4 \cdot 10^{-3} (\rho T^{-3/2})_c$$

- nukleare Energieerzeugung durch PP-Ketten im Reaktionsgleichgewicht
 - $\dot{J} = \dot{J}_{\text{GR}}$

N.B. Weil $\rho T^{-3/2} = \text{const.}$ im Inneren, ist $\mathcal{V} = \text{const.}$ und $D \equiv \frac{P_{\text{tot}}}{P(\rho, T)_{\text{ideal}}} = \text{const.}$

► Modellparameter und Ergebnisse

Sequ.	$\frac{M_{1,i}}{M_\odot}$	$\frac{M_{2,i}}{M_\odot}$	δe^+	X	Z	α^*	η	$P_{\text{min}}^{(\text{min})}$	$\frac{\dot{M}_1(P_{\text{min}})}{10^{-10} M_\odot/a}$	$T_e(P_{\text{min}})$ °K
1	1.0	0.4	LA	0.70	0.02		1	63.4	0.431	2357
2	1.0	0.4	A	0.70	0.02		1	68.6	0.341	2138
3	1.0	0.4	AG	0.70	0.02		1	74.5	0.458	2486/730
4	0.65	0.4	LA	0.70	0.02		1	61.5	0.407	2358
5	1.40	0.4	LA	0.70	0.02		1	65.1	0.452	2353
6	1.0	0.4	LA	0.20	0.02		1	46.5	0.372	2655
7	1.0	0.4	LA	0.70	0.02	1.0	0.77	65.8	0.368	2370
8	1.0	0.4	LA	0.70	0.02	var.	0.80	73.0	0.542	2450

+*) LA = Los Alamos Opazität ; A = Alexander Opazität, ohne Staub ; AG mit Staub ; (X = 0.70 bzw. X = 0.20 und Z = 0.02)

8.15 12/90
7/99

*) $\alpha = \nu \frac{q}{(1+q)^2}$; wenn α variabel (Sequ. 8) , dann so, dass $\xi_{2,S} - \xi_{R,2} = 0.025 = \text{const.}$

► Wichtige Ergebnisse (→ Figuren und obige Tabelle)

$$1.) P_{\min} = \left(\frac{81\pi}{28\sigma}\right)^{1/2} (-\dot{M}_2)^{1/2} \left(\frac{L_g}{L}\right)^{-1/2} T_e^{-2} = 96 \text{ min} \left(\frac{-\dot{M}_2}{10^{-10} M_\odot / \text{a}}\right)^{1/2} \left(\frac{L_g}{L}\right)^{-1/2} \left(\frac{T_e}{2350\text{K}}\right)^{-2}$$

(Abschätzung von P_{\min} analog zu der in 5.2., aber unter Verwendung von Nullrandbedingungen, d.h. $R_2 = R(M_2)$ für volle Polytrope $n=3/2$. N.B. Ergebnis in 5.2. wird identisch für $a=1/3$).

2.) Abhängigkeit von P_{\min} von versch. Modellparametern

$$\frac{\partial \ln P_{\min}}{\partial \ln X} = 0.32 ; \frac{\partial \ln P_{\min}}{\partial \ln \alpha} = 0.112 ; \frac{\partial \ln P_{\min}}{\partial \ln q_i} = -0.002 ; \frac{\partial \ln P_{\min}}{\partial \eta} = 0.031$$

$$\frac{\partial \ln P_{\min}}{\partial [\alpha(1-\eta)]} = 0.176 , \text{ in der Umgebung von } P_{\min} \text{ gerechnet mit}$$

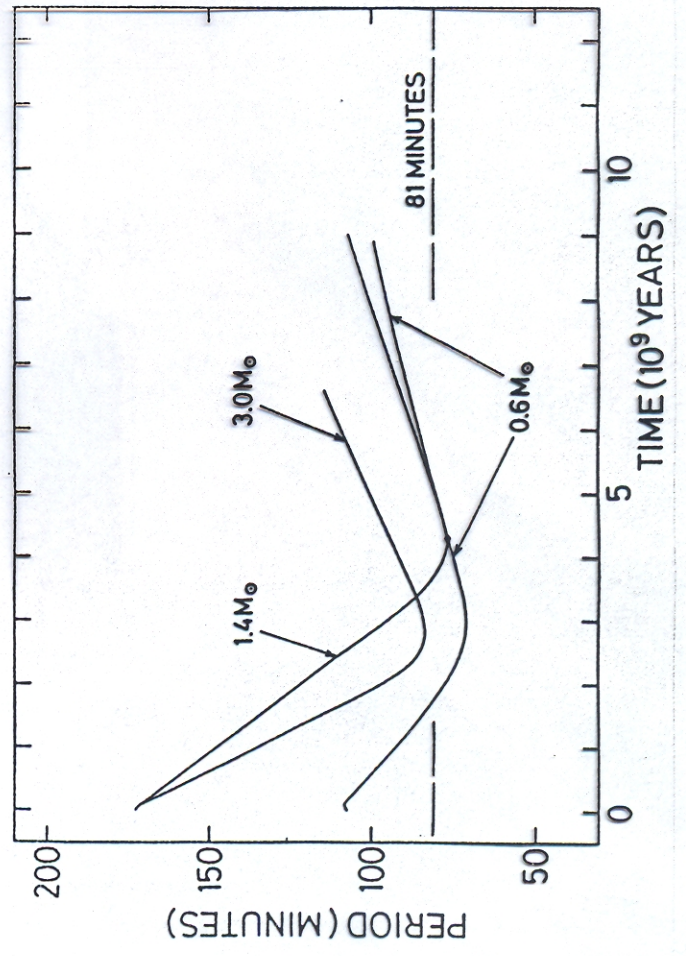
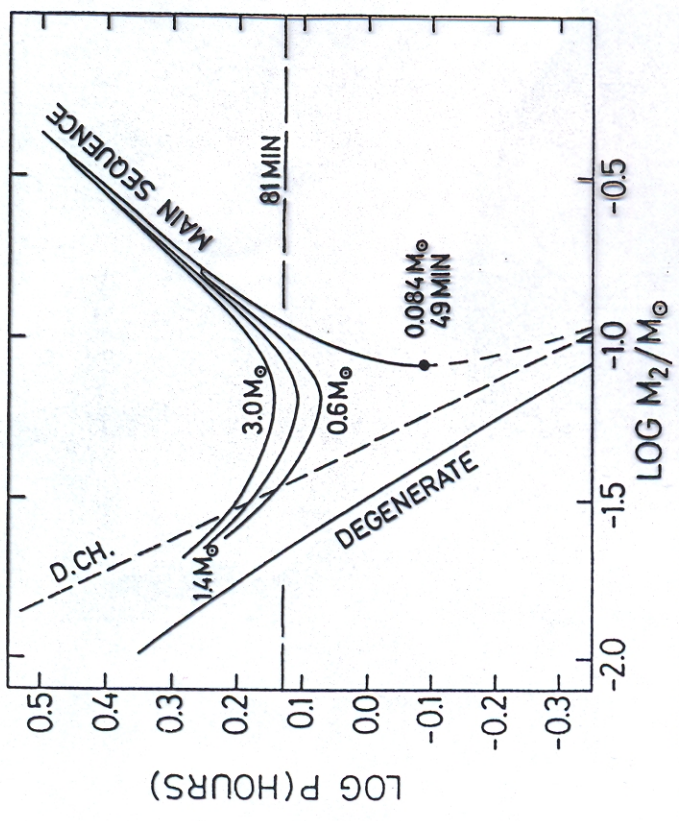
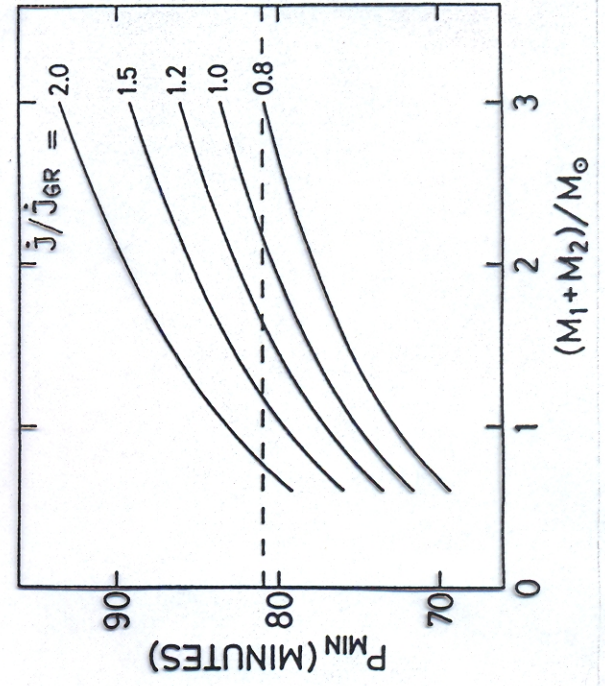
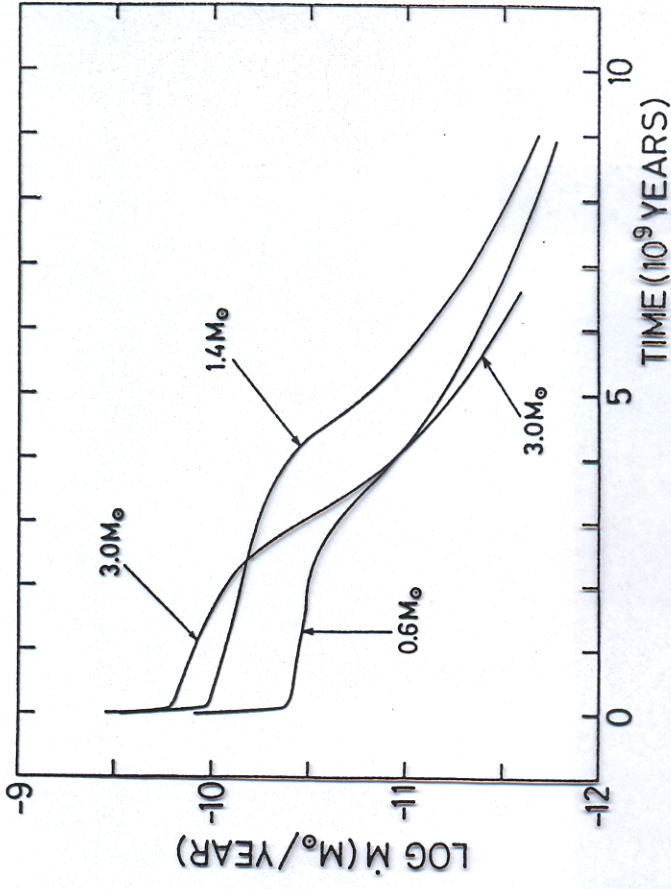
$$X=0.70 , \alpha = LA , \alpha = 1.4 M_\odot , q_i = 2.5 , \eta = 1 , \alpha(1-\eta) = 0.$$

3.) Staubopazität hat grossen Einfluss auf den Wert von P_{\min} und die Struktur des Sekundärsterns (vgl. z.B. $L(t), L_{\text{nuc}}(t), D(t)$ in Sequ. 2 & 3 !)

4.) ~ 20% aller beobachteten CVs mit $P \lesssim 2^h$ sind auf dem entarteten Zweig.

GRAVITATIONAL RADIATION AND THE MINIMUM PERIOD OF CATAclysmic BINARIES

Paczynski, B., Sienkiewicz, R.: 1981, *Astrophys. J. Letters* 248, L27
 Paczynski, B., Sienkiewicz, R.: 1983, *Astrophys. J.* 268, 825



SÄKULARE ENTWICKLUNG VON KATAKLYSMISCHEN DOPPELSTERNEN

Die minimale Umlaufszeit

Rappaport, S., Joss, P.C., Webbink, R.F.: 1982, "The Evolution of Highly Compact Binary Stellar Systems", *Astrophys. J.* 254, 616

Standard Model (Los Alamos Opacities)

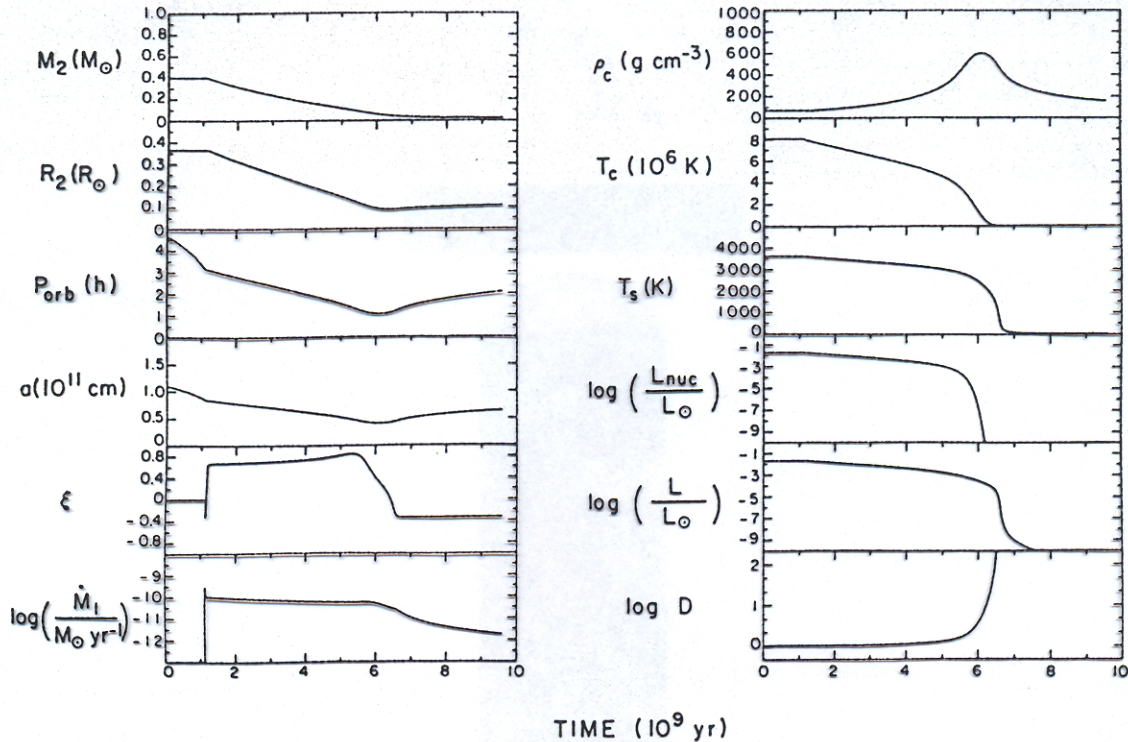


FIG. 3.—Calculated evolution of the standard model (case 1). The initial parameters of this system are $M_1 = 1.0 M_\odot$, $M_2 = 0.4 M_\odot$, $P_{\text{orb}} = 4^{\text{h}}$, and $(X, Y, Z) = (0.70, 0.28, 0.02)$. Los Alamos opacities (Huebner *et al.* 1978) were assumed. Several of the binary system parameters (the mass M_2 and radius R_2 of the secondary, the orbital period P_{orb} , and separation a , the stellar index of the secondary ξ , and the mass accretion rate onto the primary, \dot{M}_1) are shown as functions of time in the left-hand panel. The evolution of some additional properties of the secondary (its central density ρ_c , central temperature T_c , effective surface temperature T_s , nuclear luminosity L_{nuc} , bolometric luminosity L , and ratio of total to ideal gas pressure, D) are shown in the right-hand panel.

Hydrogen Depleted

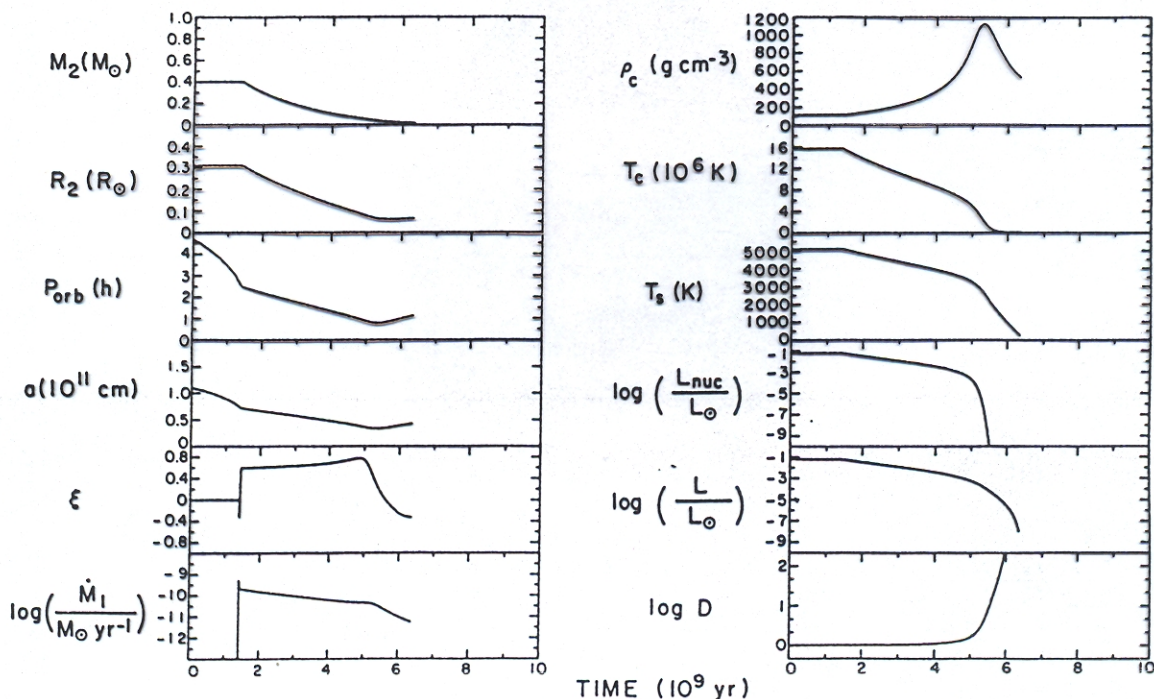


FIG. 8.—Calculated evolution of case 6. The input physics and initial parameter values are the same as for the standard model (see Table 1), except that the secondary was taken to be hydrogen-deficient, with a chemical composition of $(X, Y, Z) = (0.20, 0.78, 0.02)$, and Los Alamos opacities (Cox and Stewart 1970a, b) appropriate to this composition were used. The notation is the same as in Fig. 3.

SÄKULARE ENTWICKLUNG VON KATAKLYSMISCHE DOPPELSTERNEN

Die minimale Umlaufszeit

Rappaport, S., Joss, P.C., Webbink, R.F.: 1982, "The Evolution of Highly Compact Binary Stellar Systems", *Astrophys. J.* 254, 616

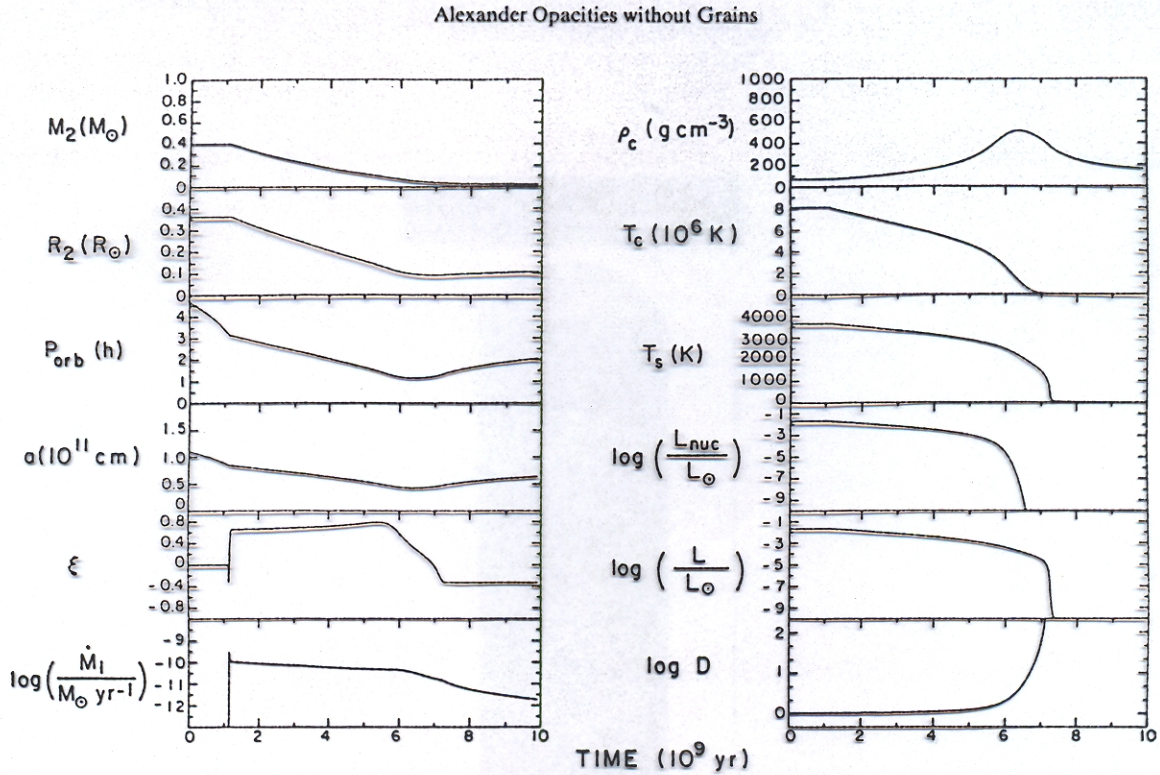


FIG. 4.—Calculated evolution of case 2. The input physics and initial parameter values are the same as for the standard model (see Table 1), except that the radiative opacity law was changed to the Alexander (1980) opacities with the contributions from dust grains excluded (see text and the Appendix). The notation is the same as in Fig. 3.

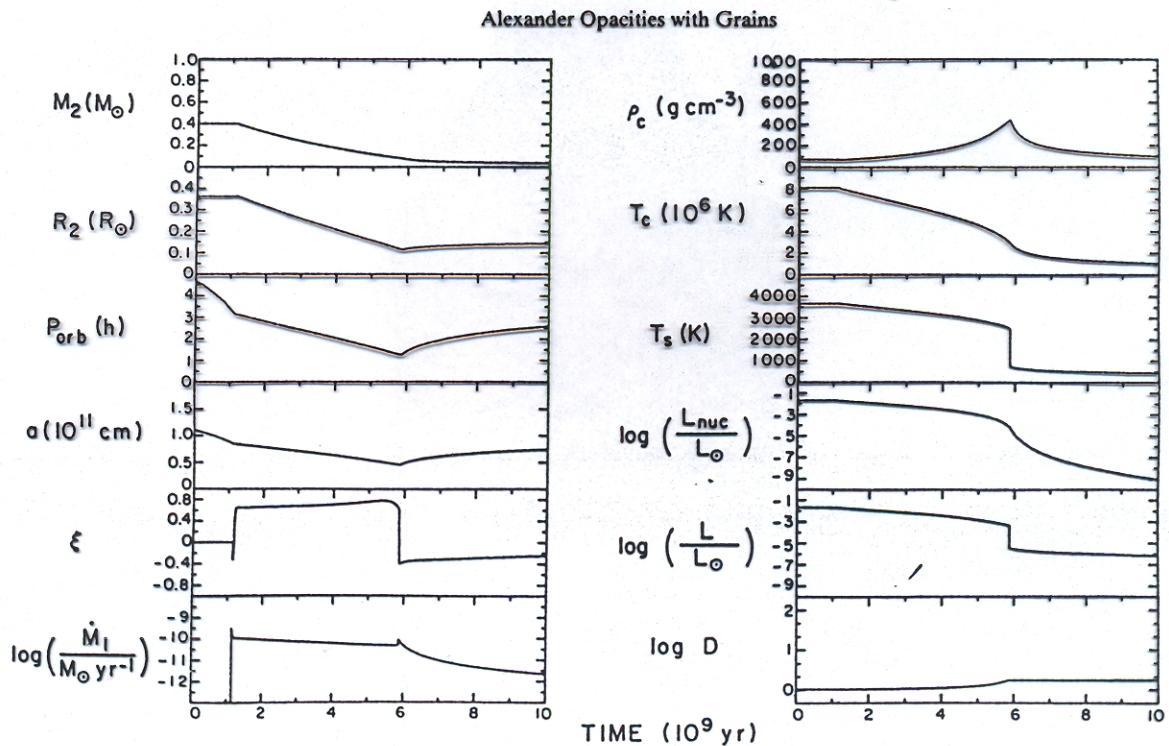


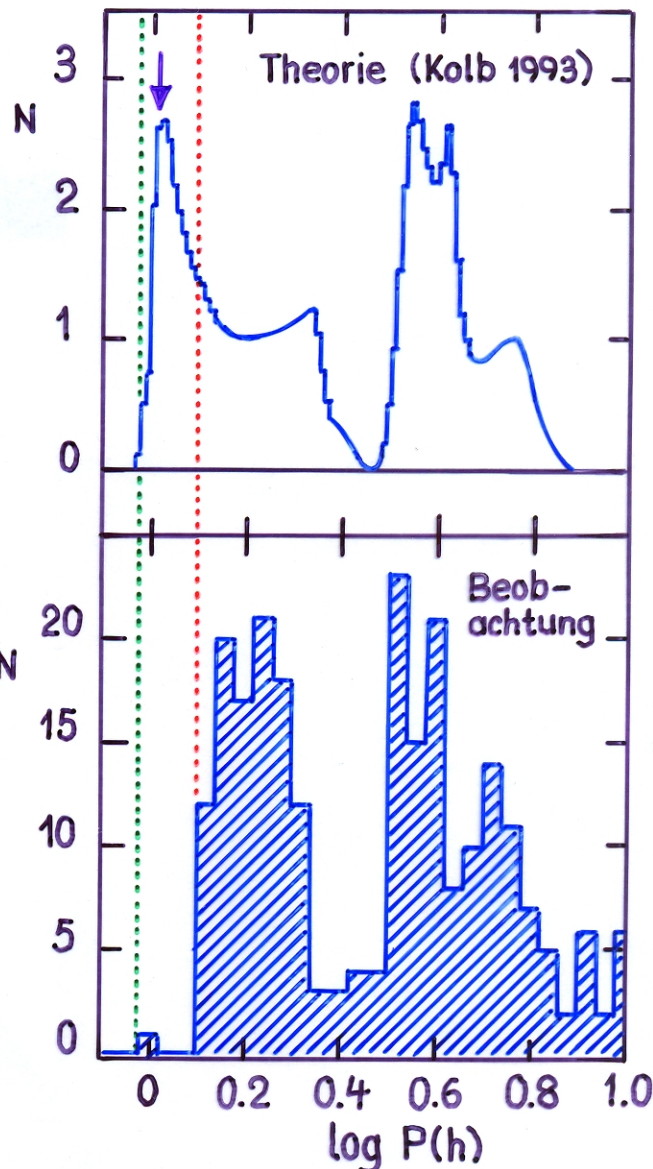
FIG. 5.—Calculated evolution of case 3. The input physics and initial parameter values are the same as for the standard model (see Table 1), except that radiative opacity law was changed to the Alexander (1980) opacities with the contributions from dust grains included (see text and the Appendix). The notation is the same as in Fig. 3.

► Die genauesten numerischen Modellrechnungen mit $\dot{j} = \dot{j}_{GR}$ (→ Kolb & Baraffe 1999) sagen voraus, dass

1.) $P_{min} = 67 \text{ min} - 70 \text{ min}$, beobachtet wird aber $P_{min} \approx 78 \text{ min}$.

2.) Die Häufigkeitsverteilung der CVs müsste bei $P \approx P_{min}$ ein ausgeprägtes Maximum haben (wegen $\dot{P}(P_{min}) = 0$), das aber nicht beobachtet wird.

► Das Modell für P_{min} stimmt offenbar bestenfalls qualitativ!



Mögliche Lösungen

a) $\dot{j} > \dot{j}_{GR} \rightarrow P_{min} \uparrow$

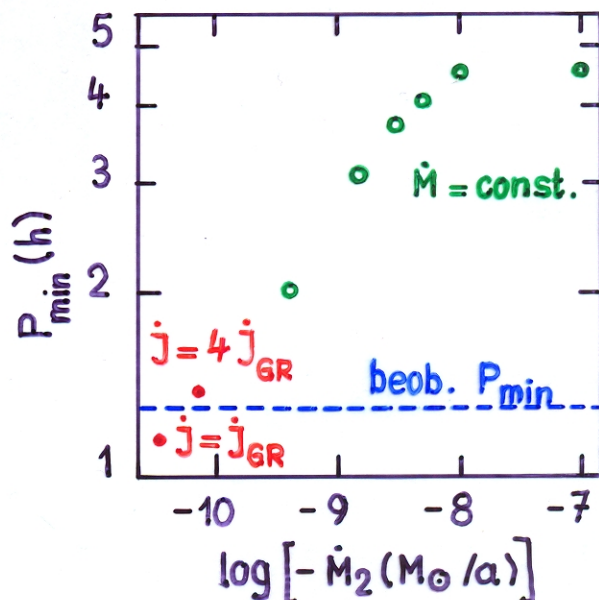
Damit P_{min} von $\sim 70 \text{ min} \rightarrow \sim 78 \text{ min}$ muss \dot{j} von $\dot{j}_{GR} \rightarrow \sim 3 \dot{j}_{GR}$ erhöht werden!

→ benötigt zusätzlichen Antriebsmechanismus mit $\dot{j} \approx 2 \dot{j}_{GR}$!
Welcher Mechanismus?

► Ausserdem: Wenn $P_{min} \approx 78 \text{ min}$ → erwarten dort ein Maximum in der Häufigkeitsverteilung! Ein solches wird aber nicht beobachtet!

b) Der tatsächliche Wert von P_{min} ist $\approx 70 \text{ min}$.

Der beobachtete Wert von $\sim 78 \text{ min}$ ergibt sich, weil Systeme mit



mit $70 \text{ min} \lesssim P \lesssim 78 \text{ min}$ nicht beobachtbar (weil zu schwach) sind.

▶ Wenn das so ist, warum ist dann P_{min} für magnetische CVs (die vorwiegend als Röntgenquellen entdeckt werden) gleich wie für Zwergnovae (die vorwiegend im Optischen beobachtet werden) ?

c) \exists systematische Fehler durch

- Verwendung des Roche-Modells an Stelle des selbstkonsistent bestimmten Potentials.

▶ Das Roche-Modell ist in diesem Fall eine gute Näherung !
(\rightarrow Rezzolla, L., et al.: 2001, MNRAS 327, 888

- Annahme, dass $R_{V,\text{crit}} = R_*$ ($R_{V,\text{crit}}$ = volumenäquivalenter kritischer Roche Radius, R_* = Radius eines entsprechenden Einzelsterns).

▶ Numerische Rechnungen (Renvoizé, V., et al. 2002, A&A, subm.) zeigen, dass

$$\frac{R_{V,\text{crit}}}{R_*} = 1 + \epsilon,$$

wobei $\epsilon \approx$ einige %.

Insbesondere für eine Polytrope $n=3/2$ und $\frac{M_1}{M_2} \gg 1$ ist $\epsilon \approx 0.06$.

\rightarrow zu wenig, um $P_{\text{min}} \approx 80 \text{ min}$ zu erreichen!
Ausserdem bleibt das Problem der fehlenden Häufung von Systemen bei $P = P_{\text{min}}$.

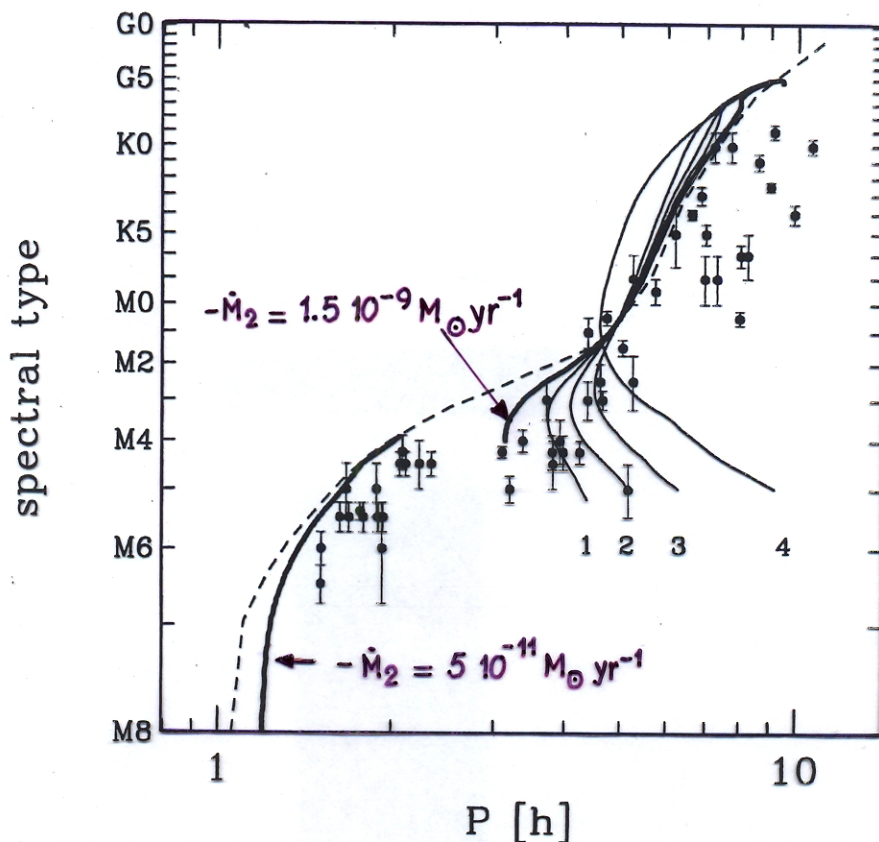


Figure 4. Spectral type of the secondary versus orbital period. Data points from Beuermann et al. 1998; dashed: ZAMS; heavy solid line: standard sequence (see text); solid: sequences with constant mass loss rate (1: $3 \times 10^{-9} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$; 2: $5 \times 10^{-9} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$; 3: $10^{-8} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$; 4: $10^{-7} M_{\odot} \text{yr}^{-1}$).

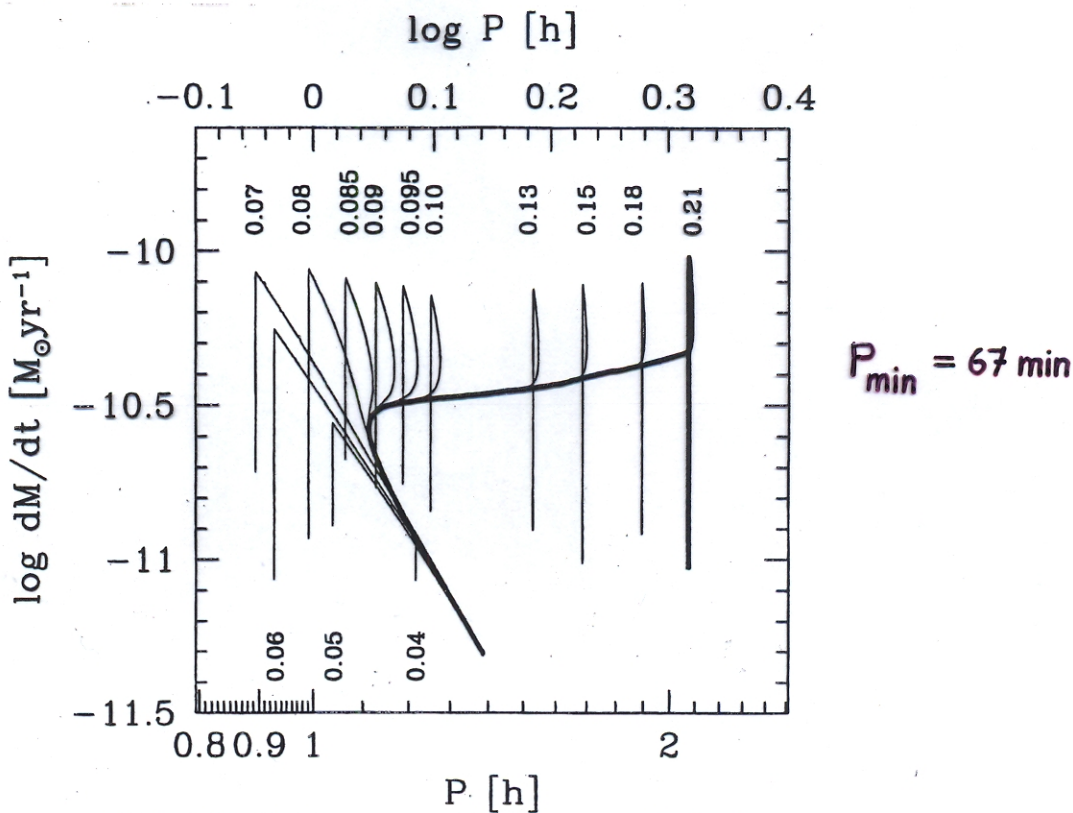


Figure 1. Mass transfer rate versus orbital period along evolutionary sequences for CVs with a $0.6 M_{\odot}$ WD. The tracks are labelled with the initial donor mass (in M_{\odot}). The $0.21 M_{\odot}$ sequence is shown in bold.