

## 7. Entwicklung von Doppelsternen mit nuklear angetriebenem Massentransfer von einem Riesen

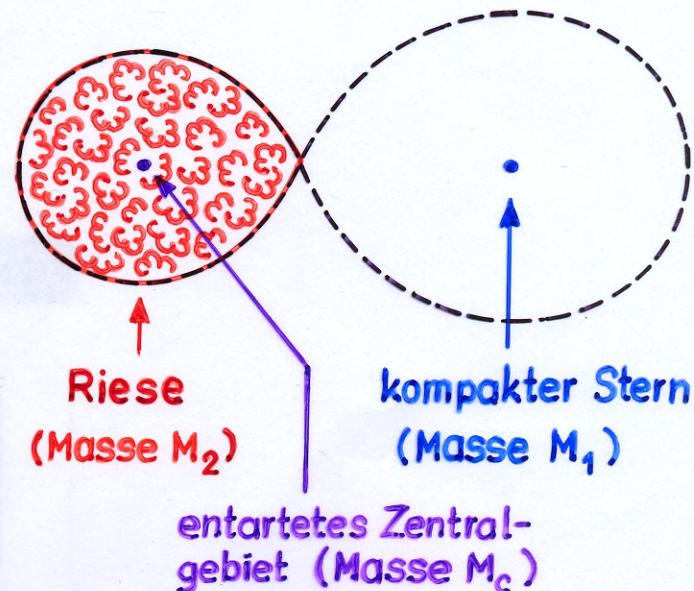
- Relevanz und Problemstellung
- Modellannahmen
- Die Entwicklung von Riesen
- Analytische Lösung der Doppelsternentwicklung
- Vergleich mit numerischen Rechnungen
- Globale Eigenschaften dieser Entwicklungen
- Anwendungen
  - Langperiodische Kataklysmische Doppelsterne
  - Massearme Röntgendoppelsterne
  - Entstehung von Millisekunden–Pulsar Doppelsternen

# Systeme mit nuklear angetriebenem Massentransfer von einem Riesen

## 1. Relevanz und Problemstellung

### ▶ a) Grundlegendes Modell

- ▶ **Primärstern:** kompaktes Objekt,
  - Weisser Zwerg,
  - Neutronenstern,
  - Schwarzes Loch
- ▶ **Sekundärstern:** Riese, Unterriese, d.h. Stern mit entartetem He-Zentralgebiet und H-Schalenbrennen



### b) Relevanz: In welcher Form treten solche Systeme auf? Einige Beispiele:

- langsame Phase von Massentransfer bei sog. "massearmer Fall B" Doppelsternentwicklung (→ Kippenhahn, R., Kohl, K., Weigert, A.: 1967, ZfA 66, 58). N.B.  $M_1$  braucht hier kein kompakter Stern zu sein.
- bei der Entstehung von massearmen He-Weissen Zwergen ( $M_{WZ} \lesssim 0.45 M_{\odot}$ ). (→ Kippenhahn, Kohl & Weigert, 1967; Refsdal, S., Weigert, A.: 1967, A&A 1, 167; Giannone, P., Refsdal, S., Weigert, A.: 1970, A&A 4, 428; Refsdal, S., Weigert, A.: 1971, A&A 13, 367; Refsdal, S., Roth, M. L., Weigert, A.: 1974, A&A 36, 113)
- bei kataklysmischen Doppelsternen: mindestens Objekte (alte Novae): GK Per, V1017 Sgr und V630 Cas.
- bei massearmen Röntgendoppelsternen: Systeme mit  $P \gtrsim 2^d$ , aber nicht alle! (Ausnahmen: z.B. V1033 Sco = GR0 J1655-40,  $P = 2.6^d$ , Cyg X-2 = V1341 Cyg,  $P = 9.8^d$ , oder V4641 Sgr,  $P = 2.8^d$ ).
- bei der Entstehung von ms-Pulsar-Doppelsternen mit kreisförmiger Bahn und  $P \gtrsim 20^d$

- c) Ziel: Berechnung der zeitlichen Entwicklung solcher Systeme, d.h. von  $\dot{M}_2(t)$ ,  $M_1(t)$ ,  $M_2(t)$ ,  $M_c(t)$ ,  $R_2(t)$ ,  $L_2(t)$ ,  $A(t)$ ,  $P(t)$ , ...
- d) Literatur: Webbink, R.F., Rappaport, S.A., Savonije, G.J.: 1983, ApJ 270, 678.  
 Taam, R.E.: 1983, ApJ 270, 694.  
 Ritter, H.: 1999, MNRAS 309, 360

## 2. Modellannahmen

- ▶ a) Der Sekundärstern (Masse  $M_2$ ) sei auf dem 1. Riesenast und habe ein entartetes He-Zentralgebiet (Masse  $M_c$ ) und H-Schalenbrennen.
- ▶ b)  $M_2$  sei so klein, dass das System adiabatisch und thermisch stabil gegen Massentransfer ist, d.h. dass  $\zeta_s - \zeta_{R,2} > 0$  und  $\zeta_e - \zeta_{R,2} > 0$ .
- Für Sterne auf dem 1. Riesenast:  $-0.3 \lesssim \zeta_e \lesssim 0$ , und  $-1/3 \lesssim \zeta_s$
- $\Rightarrow q_{\text{crit}} = \left(\frac{M_1}{M_2}\right)_{\text{crit}} \gtrsim 1.5$
- ▶ c) Vereinfachende Annahme:  $-2 \left(\frac{\partial \ln J}{\partial t}\right)_{M_1+M_2} \ll \left(\frac{\partial \ln R_2}{\partial t}\right)_{M_2}$
- $\Rightarrow$  Vernachlässigung der Bahndrehimpulsverluste
- $\rightarrow$  Massentransfer nur durch nukleare Entwicklung
- ▶ d) Der Sekundärstern bleibt annähernd im thermischen Gleichgewicht
- $\rightarrow R_2 = R_{2,e}$ ,  $\zeta_{\text{eff}} = \zeta_e$ ,  $|\partial \ln R_2 / \partial t|_{\text{th}} \ll |\partial \ln R_2 / \partial t|_{\text{nuc}}$
- (gut erfüllt, da  $\tau_{\text{nuc}} \gg \tau_{\text{KH}}$ )
- ▶ e) Vereinfachende Annahme:  $\zeta_e = 0$  (muss man nicht machen)
- ▶ f) Vereinfachende Annahme: konservativer Massentransfer (muss man ebenfalls nicht machen)

$$\rightarrow \dot{\alpha} = M_1 + M_2 = \text{const.} \quad \text{und} \quad J = \text{const.}$$

$$\rightarrow -\dot{\Sigma}_{R,2} = \frac{2(q-1)}{q} + \frac{1+q}{q} \beta_2(q)$$

$$\text{Da nach Annahme b) } q \gtrsim 1.5, \rightarrow \beta_2(q) = -\frac{1}{3} \frac{q}{1+q}$$

$$\rightarrow \underline{\underline{\left(-\dot{\Sigma}_{R,2}\right)_{\dot{\alpha}, J} = \frac{5q-6}{3q} = \frac{5\dot{\alpha} - 11M_2}{3(\dot{\alpha} - M_2)}}}$$

► Mit den Annahmen a) – f) wird schliesslich:

$$\underline{\underline{-\dot{M}_2 = \frac{3(\dot{\alpha} - M_2)M_2}{5\dot{\alpha} - 11M_2} \left(\frac{\partial \ln R_2}{\partial t}\right)_{\text{nuc}}}} \quad (1)$$

→ benötigen jetzt noch  $(\partial \ln R_2 / \partial t)_{\text{nuc}}$ .

### 3. Nukleare Entwicklung von Riesen

► Wesentliche Eigenschaft von Sternen auf dem 1. Riesenast:

R und L hängen in 1. Näherung nicht von M ab, sondern nur von  $M_c$ !  
(→ Refsdal, S., Weigert, A.: 1970, A&A 6, 426).

→ ∃ **L( $M_c$ ) - Beziehung**, und  
**R( $M_c$ ) - Beziehung** (→ Figur),

die in guter Näherung Potenz-  
gesetze in  $M_c$  sind (→ Figur).

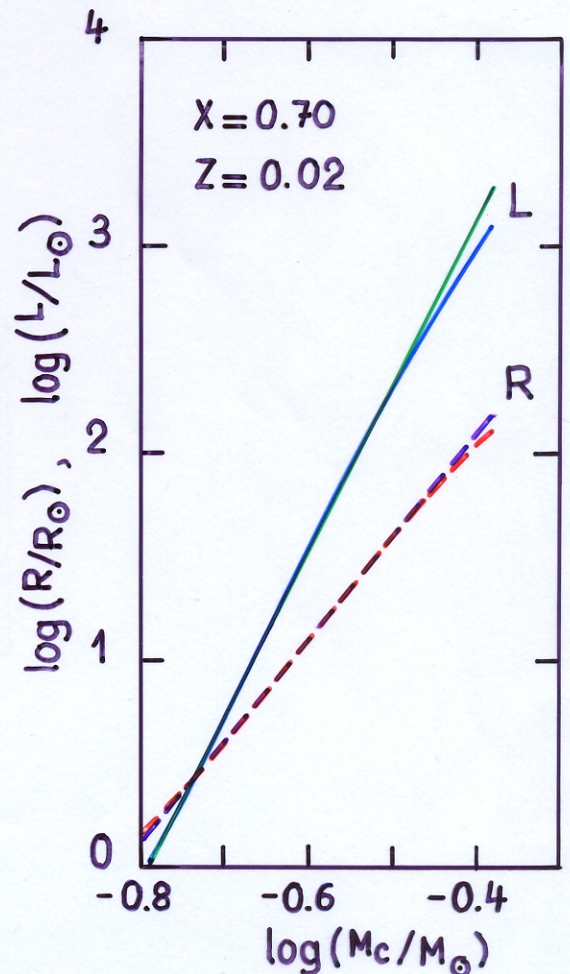
→ Ansatz:

$$L(M_c) = L_0 \left(\frac{M_c}{M_\odot}\right)^\lambda \quad (2)$$

und

$$R(M_c) = R_0 \left(\frac{M_c}{M_\odot}\right)^\rho \quad (3)$$

► Verwenden hier einfache Anpassung  
an numerische Ergebnisse von Webbink,  
Rappaport & Savonije (1983) (→ Figur):



$$\left. \begin{aligned} L_0 &= 2 \cdot 10^6 L_\odot \\ \lambda &= 8 \\ R_0 &= 10^{4.1} R_\odot \\ \rho &= 5 \end{aligned} \right\}$$

Parameter der Anpassung von (2) und (3) an numerische Ergebnisse von Webbink, Rappaport & Savonije (1983) für Pop. I Riesen mit  $X=0.70$  und  $Z=0.02$ .

► Im thermischen Gleichgewicht erzeugt ein Riese die Leuchtkraft

$$L = L_{nuc} = X Q \dot{M}_c, \tag{4}$$

wobei:  $X$  = Massenanteil von Wasserstoff in der Hülle  
 $Q$  = durch H-Brennen pro Masseinheit Wasserstoff frei werdende nukleare Energie (abzüglich Neutrino-Verluste).  
 $Q \approx 6 \cdot 10^{18} \text{ erg g}^{-1}$  für den CNO-Zyklus.

► Integration der Kernentwicklung: Aus (2) und (4) folgt eine einfache DGL mit der Lösung:

$$M_c(t) = M_c(t=0) \left[ 1 - \frac{t}{t_\infty} \right]^{\frac{1}{1-\lambda}}, \tag{5}$$

mit

$$t_\infty = \frac{X Q M_\odot}{(\lambda-1) L_0} \left[ \frac{M_c(t=0)}{M_\odot} \right]^{1-\lambda}. \tag{6}$$

$M_c/M_\odot$	$t_\infty$ (a)
0.15	$2.90 \cdot 10^9$
0.20	$3.87 \cdot 10^8$
0.30	$2.26 \cdot 10^7$
0.40	$3.02 \cdot 10^6$

►  $t_\infty$  : charakteristische Zeit für die Kernentwicklung; formal ist  $M_c(t_\infty) = \infty$ .

Werte für  $L_0 = 2 \cdot 10^6 L_\odot$ ,  
 $\lambda = 8$ ,  $X = 0.7$ ,  $Q = 6 \cdot 10^{18} \frac{\text{erg}}{\text{g}}$

Mit (2) bzw. (3) wird sodann:

$$L(t) = L_0 \left[ \frac{M_c(t)}{M_\odot} \right]^\lambda \left[ 1 - \frac{t}{t_\infty} \right]^{\frac{\lambda}{1-\lambda}} \tag{7}$$

und

$$R(t) = R_0 \left[ \frac{M_c(t)}{M_\odot} \right]^\rho \left[ 1 - \frac{t}{t_\infty} \right]^{\frac{\rho}{1-\lambda}} \tag{8}$$

Aus (8) ergibt sich schliesslich

$$\left( \frac{\partial \ln R}{\partial t} \right)_{nuc} = \rho \frac{\dot{M}_c}{M_c} = \frac{\rho L_0}{X Q M_\odot} \left( \frac{M_c}{M_\odot} \right)^{\lambda-1} = \frac{\rho}{\lambda-1} \frac{1}{t_\infty - t} \tag{9}$$

#### 4. Analytische Lösung der Doppelsternentwicklung

Aus (1) und (9) folgt nun:

$$\blacktriangleright -\dot{M}_2 = \frac{\varrho L_0}{XQ M_\odot} \frac{3(\delta\kappa - M_2) M_2}{5\delta\kappa - 11M_2} \left(\frac{M_c}{M_\odot}\right)^{\lambda-1} = \frac{\varrho}{\lambda-1} \frac{3(\delta\kappa - M_2) M_2}{5\delta\kappa - 11M_2} \frac{1}{t_\infty - t} \quad (10)$$

**▶  $\rightarrow -\dot{M}_2$  hängt stark von der momentanen Kernmasse  $M_c$  ab!**

(10) ist eine DGL für  $M_2(t)$  bzw.  $t(M_2)$ . Lösung durch Separation der Variablen:

$$\left(\frac{2}{\delta\kappa - M_2} - \frac{5}{3} \frac{1}{M_2}\right) dM_2 = \frac{\varrho}{\lambda-1} \frac{dt}{t_\infty - t}$$

Mit  $M_2(t=0) = M_2(0)$  wird:

$$\blacktriangleright \underline{\underline{\left[\frac{M_2(t)}{M_2(0)}\right]^{5/3} \left[\frac{\delta\kappa - M_2(t)}{\delta\kappa - M_2(0)}\right]^2 = \left(1 - \frac{t}{t_\infty}\right)^{\frac{\varrho}{\lambda-1}}}} \quad (11)$$

**▶ (11) kann nicht geschlossen nach  $M_2(t)$  aufgelöst werden, sondern nur nach  $t(M_2)$ :**

$$\blacktriangleright \underline{\underline{t(M_2) = t_\infty \left\{ 1 - \left[\frac{M_2}{M_2(0)}\right]^{\frac{5(\lambda-1)}{3\varrho}} \left[\frac{\delta\kappa - M_2}{\delta\kappa - M_2(0)}\right]^{\frac{2(\lambda-1)}{\varrho}} \right\}}} \quad (12)$$

Eliminieren  $t$  aus (10) mit Hilfe von (12) und erhalten:

$$\blacktriangleright \underline{\underline{-\dot{M}_2 = \frac{3\varrho L_0}{XQ M_\odot} \left[\frac{M_c(0)}{M_\odot}\right]^{\lambda-1} \frac{(\delta\kappa - M_2) M_2}{5\delta\kappa - 11M_2} \left[\frac{M_2}{M_2(0)}\right]^{-\frac{5(\lambda-1)}{3\varrho}} \left[\frac{\delta\kappa - M_2}{\delta\kappa - M_2(0)}\right]^{-\frac{2(\lambda-1)}{\varrho}}}} \quad (13)$$

**▶  $\rightarrow -\dot{M}_2$  hängt sehr stark vom Anfangswert der Kernmasse  $M_c(0)$  ab!**

**▶  $-\dot{M}_2$  ist eindeutig bestimmt durch den momentanen Wert von  $M_2$  sowie die Anfangswerte von  $M_1$ ,  $M_2$  und  $M_c$ .**

**▶ Für gegebene Parameter  $L_0$ ,  $\lambda$ ,  $R_0$ ,  $\varrho$ ,  $X$  und  $Q$  folgen mit  $M_c(t)$  auch  $R_2(t)$  und  $L_2(t)$ . Zusammen mit  $M_2(t)$  folgen dann auch  $M_1(t)$ ,  $q(t)$ ,  $A(t)$ ,  $P(t)$ , ...**

**$\rightarrow$  Vollständige (implizite) analytische Lösung für alle wichtigen Parameter des Doppelsterns!**

- ▶ Das Ende des Massentransfers ist erreicht, wenn  $M_2(t_f) = M_c(t_f)$  (eigentlich schon etwas früher, wenn  $M_H = M_2 - M_c \lesssim 0.01 \dots 0.05 M_\odot$  (Taam, 1983)).
- ▶  $t_f$  kann nicht explizit ausgedrückt werden. Zur Berechnung von  $t_f$  und  $M_c(t_f)$  ist in (12)  $M_2(t) = M_c(t_f)$  zu setzen, dann diese Gl. in (5) einzusetzen  $\rightarrow$  implizite Gleichung für  $M_c(t_f)$ . Mit der Lösung  $M_c(t_f)$  in (12)  $\rightarrow t_f$ .
- ▶ Ergebnis dieser Entwicklung ist ein getrenntes System, dessen Sekundärstern nun ein He-Weisser Zwerg mit  $M_{WZ} = M_c(t_f) \lesssim 0.45 M_\odot$  ist.

Mit  $M_c(t_f) \rightarrow R_2(t_f), A(t_f), P(t_f)$ .  $\rightarrow \exists$  Beziehung zwischen  $M_c(t_f)$  und  $P(t_f)$ . Allg. folgt aus (3), Roche-Geometrie und dem 3. Keplerschen Gesetz

$$P = 0.369 \text{ d} \left( \frac{R_0}{R_\odot} \right)^{3/2} \left( \frac{M_2}{M_\odot} \right)^{-1/2} \left( \frac{M_c}{M_\odot} \right)^{39/2} \tag{14}$$

Beispiel: Mit  $R_0 = 10^{4.1} R_\odot$  und  $\varrho = 5$  wird

$$P = 2.98 \text{ d} \left( \frac{M_2}{M_\odot} \right)^{-1/2} \left( \frac{M_c}{0.2 M_\odot} \right)^{15/2}$$

### 5. Vergleich mit Ergebnissen numerischer Rechnungen

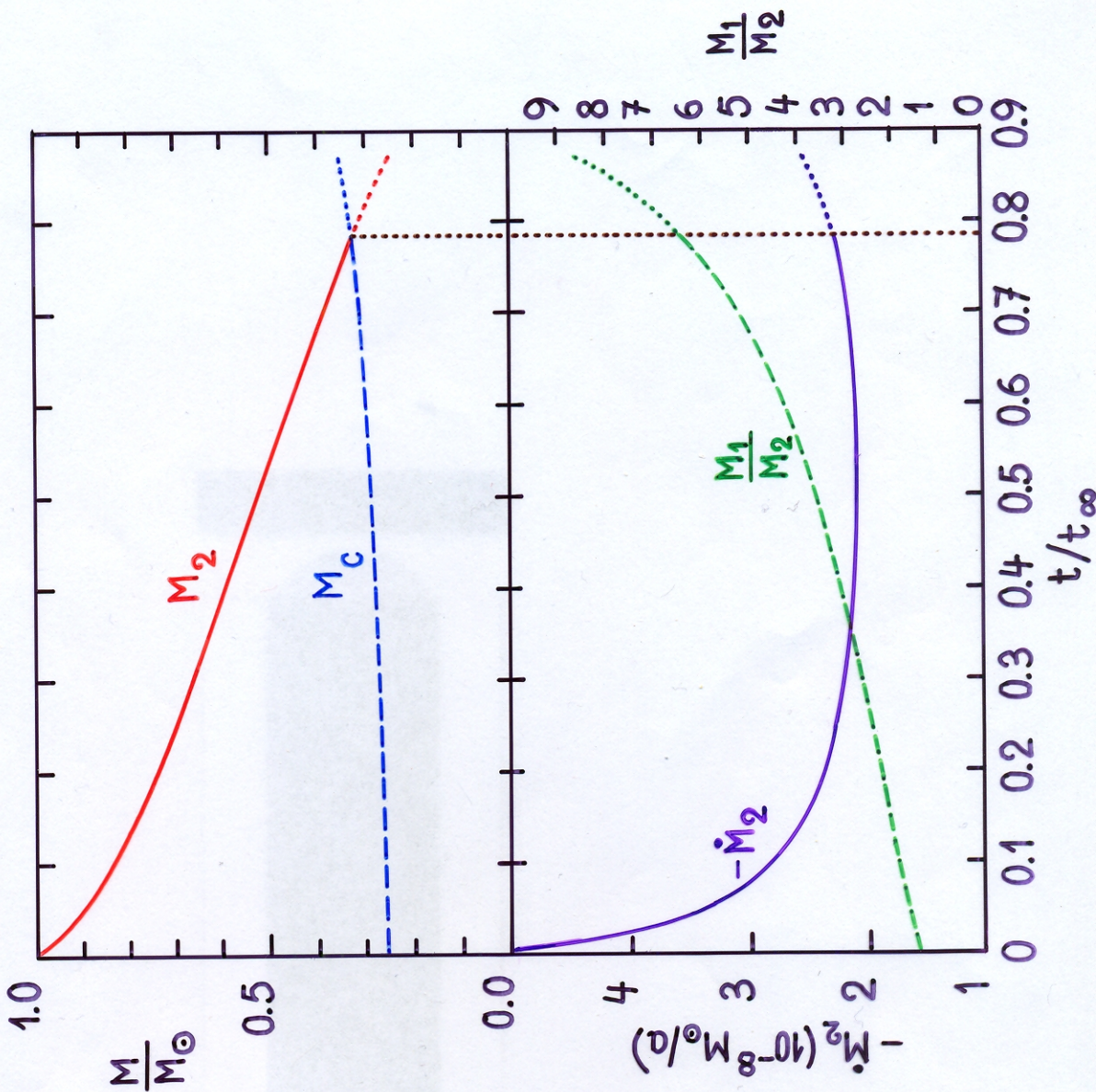
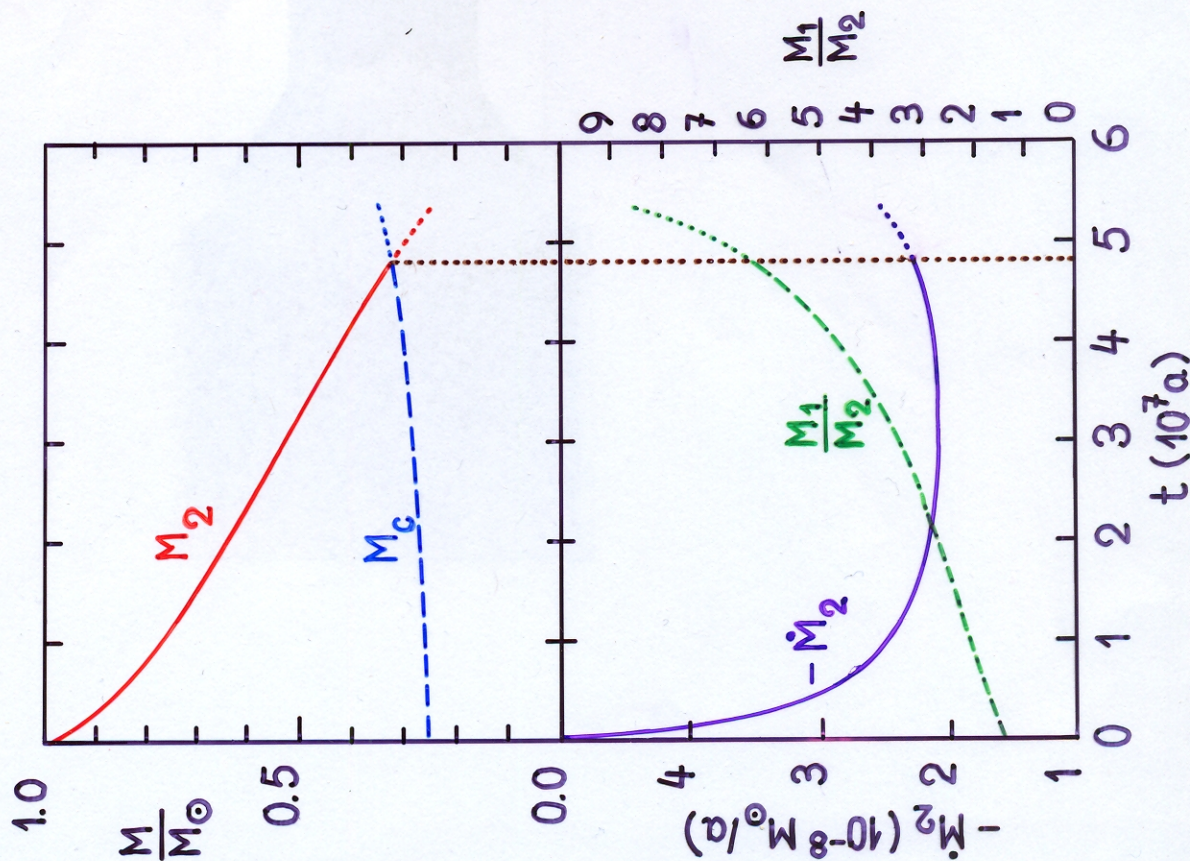
Wollen hier analytische Näherung mit Ergebnissen numerischer Rechnungen von Webbink, Rappaport & Savonije (1983) vergleichen. Wählen hierzu eine Rechnung für ein Pop. I System mit  $M_1(0) = 1.4 M_\odot$ ,  $M_2(0) = 1 M_\odot$ ,  $M_c(0) = 0.26 M_\odot$ , sowie die Parameter der Anpassung an deren  $L(M_c)$ - und  $R(M_c)$ -Beziehungen, d.h.  $L_0 = 2 \cdot 10^6 L_\odot$ ,  $\lambda = 8$ ,  $R_0 = 10^{4.1} R_\odot$ ,  $\varrho = 5$ , und  $X = 0.70$ ,  $Q = 6 \cdot 10^{18} \text{ erg g}^{-1}$ . Ergebnis:  $\rightarrow$  Figuren.

▶ Analytische Näherung und Ergebnisse von Webbink, Rappaport & Savonije (1983) stimmen sehr gut überein !

Nuklear angetriebener Massentransfer von einem Sekundärstern auf dem 1. Riesenast

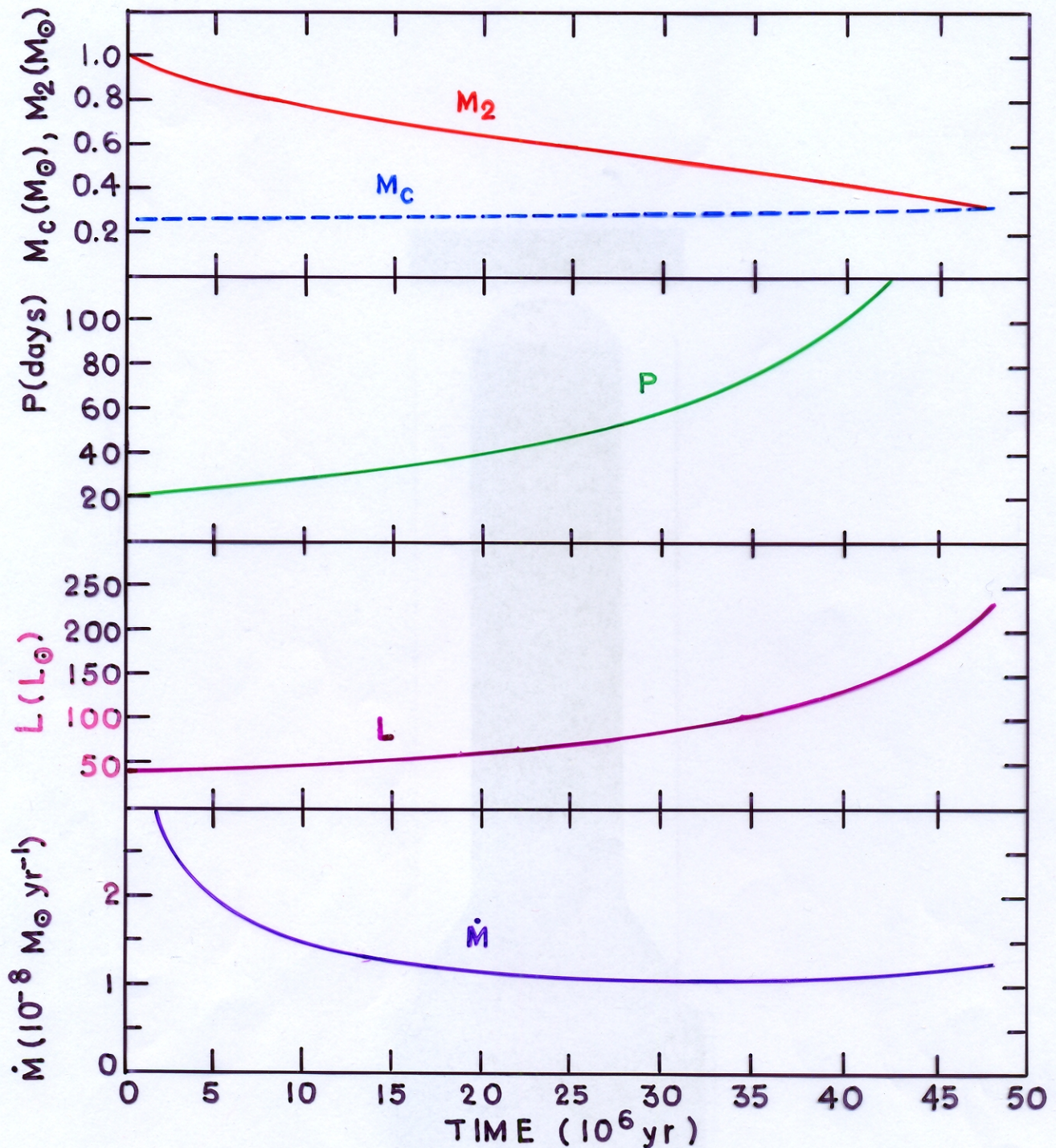
Parameter:  $\lambda = 8$ ,  $L_0 = 2 \cdot 10^6 L_\odot$ ,  $\beta = 5$ ,  $X = 0.70$ ,  $Q = 6 \cdot 10^{18} \text{ erg g}^{-1}$

Anfangswerte:  $M_1(0) = 1.4 M_\odot$ ,  $M_2(0) = 1.0 M_\odot$ ,  $M_c(0) = 0.26 M_\odot$ ;  $\dot{M} = M_1 + M_2 = \text{const.}$





# Nuklear angetriebener Massentransfer von einem Sekundärstern auf dem 1. Riesenast (Analytische Näherung)

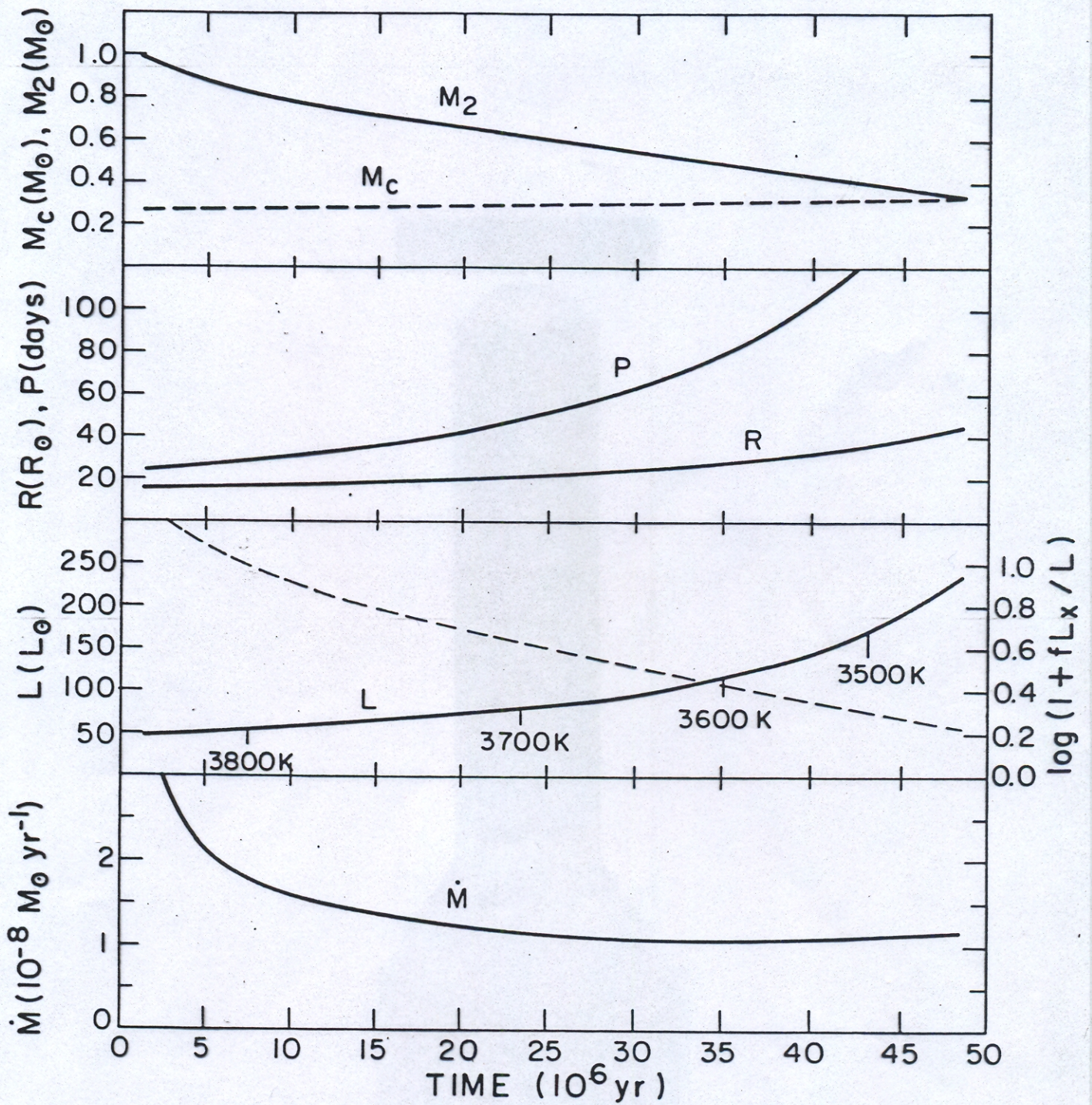


Anfangswerte:  $M_1(0) = 1.4 M_\odot$ ,  $M_2(0) = 1.0 M_\odot$ ,  $M_c(0) = 0.26 M_\odot$

Parameter :  $\lambda = 8$ ,  $L_\odot = 2 \cdot 10^6 L_\odot$ ,  $\beta = 5$ ,  $R_\odot = 10^{4.1} R_\odot$ ,

$X = 0.70$ ,  $Q = 6 \cdot 10^{18} \text{ erg g}^{-1}$ ;  $\dot{M} = M_1 + M_2 = \text{const.}$

INITIAL CORE MASS =  $0.26M_{\odot}$      $Z = 0.02$



Webbink, Rappaport and Savonije (1983)

### 6. Verlauf der Massentransferrate als Funktion der Zeit

Figuren zeigen, dass über lange Zeit  $-\dot{M}_2(t) \approx \text{const.}$  Warum ist das so? Ist das eine intrinsische Eigenschaft dieser Entwicklung?

Zur Beantwortung dieser Fragen schreiben wir  $-\dot{M}_2$  folgendermassen:

► 
$$-\dot{M}_2 = \frac{M_2}{\zeta_2 - \zeta_{R,2}} \left( \frac{\partial \ln R_2}{\partial t} \right)_{\text{nuc}} = \frac{q}{\lambda - 1} \frac{M_2}{\zeta_2 - \zeta_{R,2}} \frac{1}{t_\infty - t} \tag{15}$$

→  $-\dot{M}_2$  enthält zwei gegenläufige Faktoren:

a)  $\frac{M_2}{\zeta_2 - \zeta_{R,2}}$  : Mit  $t \uparrow \rightarrow M_2 \downarrow, q \uparrow \rightarrow M_2 (\zeta_2 - \zeta_{R,2})^{-1} \downarrow$

b)  $(t_\infty - t)^{-1}$  : Mit  $t \uparrow \rightarrow (t_\infty - t)^{-1} \uparrow$

a) + b) :  $-\dot{M}_2$  wird formal minimal für  $q = q_{\text{min}}$

► Wenn  $q_{\text{crit}} < q_i < q_{\text{min}} < q_f \rightarrow -\dot{M}_2$  durchläuft ein Minimum

Wenn  $q_{\text{crit}} < q_i < q_f < q_{\text{min}} \rightarrow -\dot{M}_2$  fällt monoton

Wenn  $q_{\text{crit}}, q_{\text{min}} < q_i < q_f \rightarrow -\dot{M}_2$  wächst monoton

### 7. Anwendungen

#### 7.1 Langperiodische Kataklysmische Doppelsterne ( $P \gtrsim 2d$ )

► zur Zeit nur 2 Objekte bekannt mit  $P \gtrsim 2d$  und einem (kühlen) Riesen / Unterriesen als Sekundärstern: GK Per und V1017 Sgr. Diskutieren im folgenden das besser beobachtete System GK Per.

► GK Per = Nova Per 1901

Literatur: Watson, M.G., King, A.R., Osborne, J.: 1985, MNRAS 212, 917.  
Crampton, D., Cowley, A.P., Fisher, A.W.: 1986, ApJ 300, 788.

► Primäre Daten:  $P = 1.996803 d$   
 $K_1 = (34 \pm 5) \text{ km s}^{-1}$   
 $K_2 = (124 \pm 2) \text{ km s}^{-1}$  }  $\rightarrow q = \frac{M_1}{M_2} = \frac{K_2}{K_1} = 3.65 \pm 0.54$

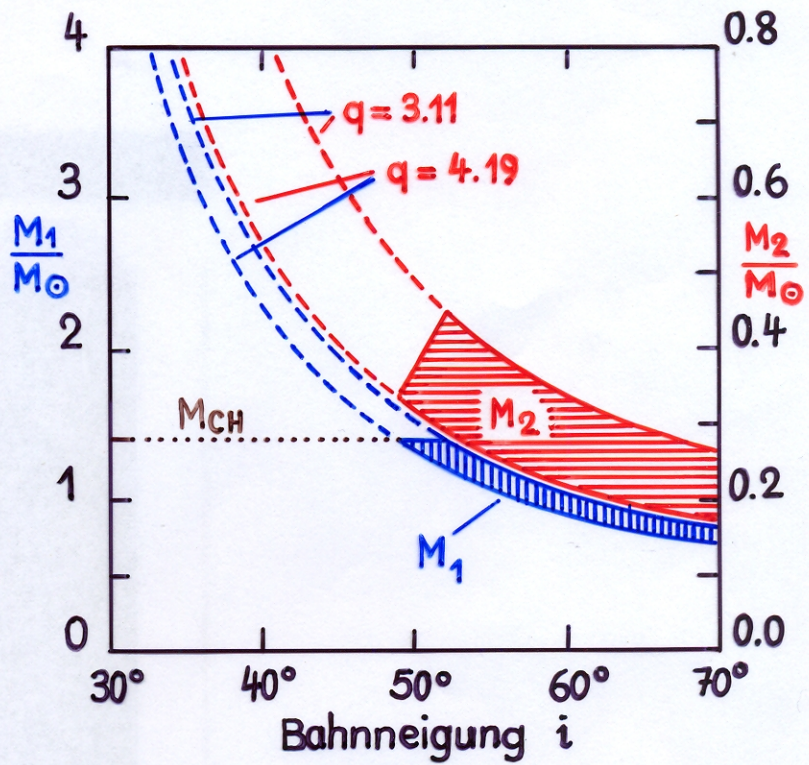
(N.B.:  $K_1$  ist ziemlich unsicher)

## Spektraltyp des Sekundärsterns : K0 IV - K2 III

► abgeleitete Daten : aus dem Spektraltyp :  $T_{eff} \approx 4900 - 5300 \text{ K}$

Nebenbedingungen :  $M_1 < M_{CH} \approx 1.4 M_{\odot}$   
keine Bedeckungen beob.  
 $\sim i \lesssim 70^\circ$

$50^\circ \lesssim i \lesssim 70^\circ$   
 $0.8 M_{\odot} \lesssim M_1 \lesssim 1.4 M_{\odot}$   
 $0.2 M_{\odot} \lesssim M_2 \lesssim 0.4 M_{\odot}$



► Bestimmung der gegenwärtigen Kernmasse

- |             |  |   |
|-------------|--|---|
| verwenden : | 1) die $L(M_c)$ -Beziehung               | $L_2 = L_{\odot} \left(\frac{M_c}{M_{\odot}}\right)^{\lambda}$  |
|             | 2) die $P - \bar{\rho}_2$ -Beziehung mit | $\frac{R_2}{R_{\odot}} = \left(\frac{M_2}{M_{\odot}} \frac{\bar{\rho}_{\odot}}{\bar{\rho}_2}\right)^{1/3}$    |
|             | 3) das Stefan-Boltzmann Gesetz           | $\frac{L_2}{L_{\odot}} = \left(\frac{R_2}{R_{\odot}}\right)^2 \left(\frac{T_{eff,2}}{T_{eff,\odot}}\right)^4$ |

$$\rightarrow \log \frac{M_c}{M_{\odot}} = \frac{1}{\lambda} \left\{ \frac{2}{3} \left[ \log \frac{M_2}{M_{\odot}} - \log \frac{\bar{\rho}_2}{\bar{\rho}_{\odot}} \right] + 4 \log \frac{T_{eff,2}}{T_{eff,\odot}} - \log \frac{L_2}{L_{\odot}} \right\}$$

$\log \frac{\bar{\rho}_2}{\bar{\rho}_{\odot}}$  und  $\log T_{eff,2}$  aus Beobachtungen (P & Spektraltyp)

mit  $\lambda = 8$  und  $L_2 = 2 \cdot 10^6 L_{\odot}$  folgt

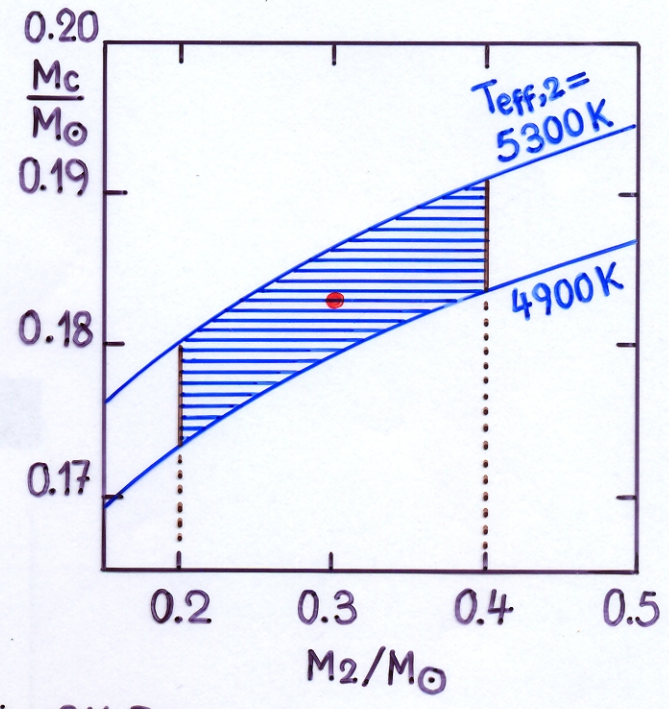
$$\log \frac{M_c}{M_{\odot}} = \frac{1}{12} \log \frac{M_2}{M_{\odot}} - \frac{1}{12} \log \frac{\bar{\rho}_2}{\bar{\rho}_{\odot}} + \frac{1}{2} \log \frac{T_{eff,2}}{T_{eff,\odot}} - 0.788$$

→ Hauptunsicherheit bei der Bestimmung von  $M_c$  kommt von  $T_{eff,2}$ , da  $(\partial \log M_c / \partial \log T_{eff,2}) = 4/\lambda = 1/2$

Mit  $\lambda = 8, L_o = 2 \cdot 10^6 L_\odot,$   
 $4900 K < T_{eff,2} < 5300 K,$   
 $\log \frac{\bar{g}_2}{g_\odot} = -1.44$

folgt  $0.174 M_\odot \lesssim M_c \lesssim 0.190 M_\odot$

→ sehr genaue Eingrenzung von  $M_c$  (liegt am grossen Wert von  $\lambda$ )



► charakteristische Modellparameter für GK Per

Nehmen  $T_{eff,2} = 5100 K,$  und  $M_1/M_2 = 3.65$

$\frac{M_2}{M_\odot}$	$\frac{M_c}{M_\odot}$	$\frac{L_2}{L_\odot}$	$\frac{-\dot{M}_2}{M_\odot/a}$	$\frac{M_2 - M_c}{-\dot{M}_2}$	$t_\infty (a)$	$\frac{M_1}{M_\odot}$
0.20	0.1767	1.904	$1.112 \cdot 10^{-10}$	$2.09 \cdot 10^8$	$9.19 \cdot 10^8$	0.73
0.25	0.1801	2.209	$1.583 \cdot 10^{-10}$	$4.42 \cdot 10^8$	$8.07 \cdot 10^8$	0.91
0.30	0.1828	2.495	$2.112 \cdot 10^{-10}$	$5.55 \cdot 10^8$	$7.25 \cdot 10^8$	1.10
0.35	0.1852	2.765	$2.696 \cdot 10^{-10}$	$6.11 \cdot 10^8$	$6.63 \cdot 10^8$	1.28
0.40	0.1872	3.022	$3.331 \cdot 10^{-10}$	$6.39 \cdot 10^8$	$6.14 \cdot 10^8$	1.46

► Massentransferrate  $-\dot{M}_2 = (2 \pm 1) \cdot 10^{-10} M_\odot/a$

► Lebensdauer  $\Delta t = \frac{M_2 - M_c}{\langle -\dot{M}_2 \rangle} \approx \text{einige } 10^8 a$

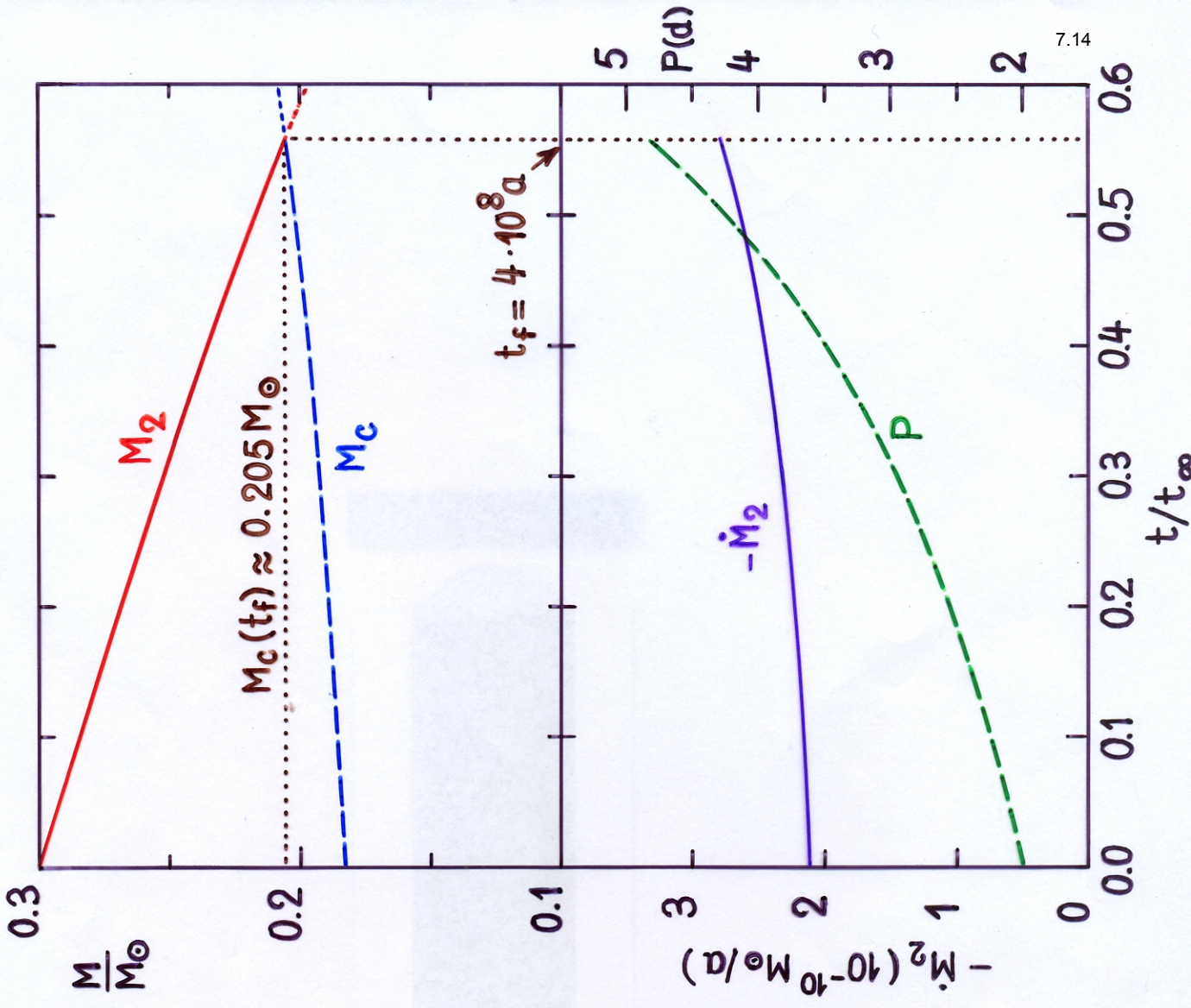
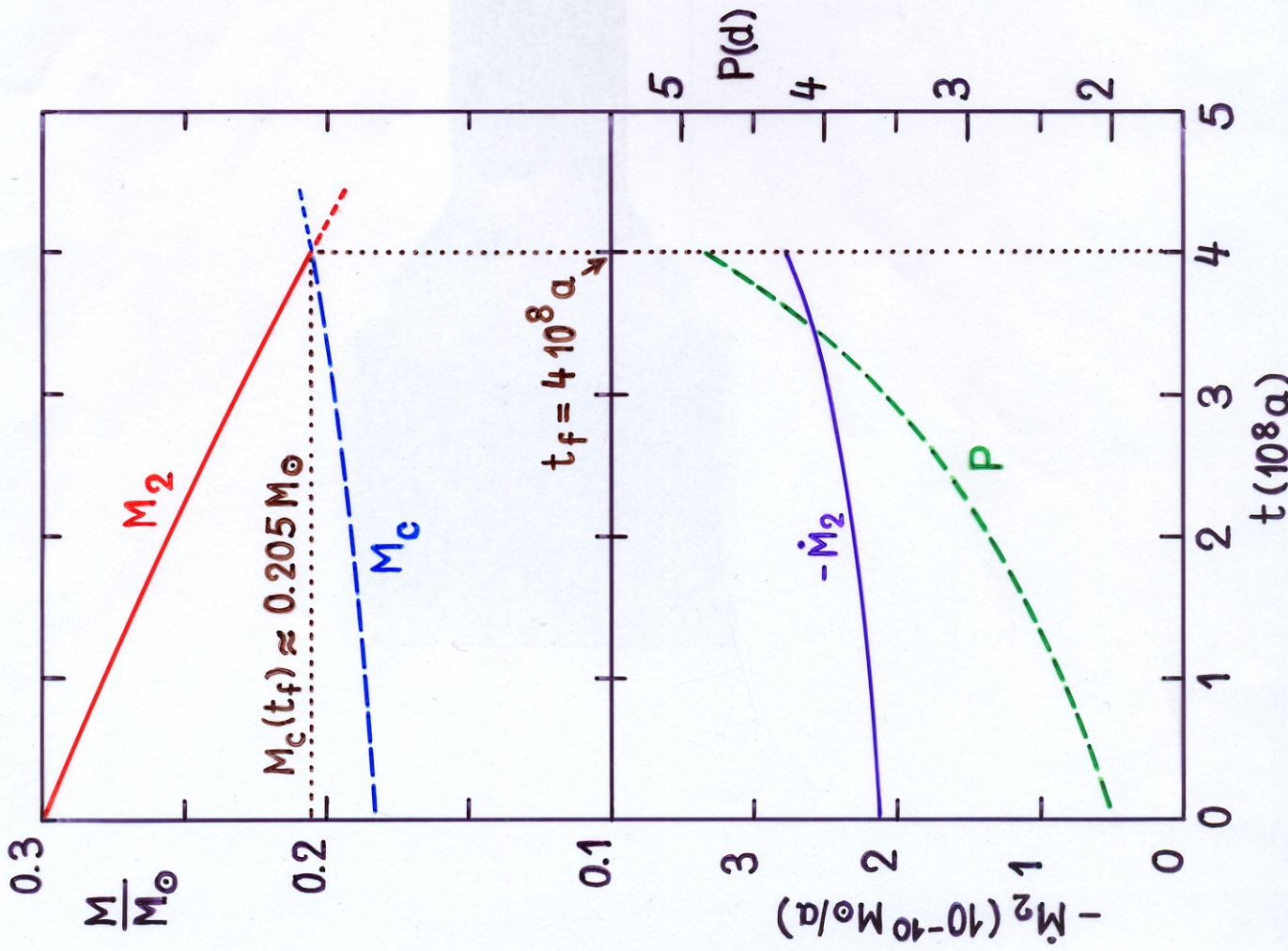
► Entwicklung: Beispiel mit  $M_2 = 0.3 M_\odot, M_c = 0.183 M_\odot, q = 3.65$  (→ Figur)

→ Dauer des Massentransfers  $\sim 4 \cdot 10^8 a$

Endsystem:  $M_{2,f} = M_{c,f} = 0.205 M_\odot, M_{1,f} = 1.195 M_\odot$

$$P_f = P(0) \left(\frac{M_1(0)}{M_{1,f}}\right)^3 \left(\frac{M_2(0)}{M_{2,f}}\right)^3 = 4.88$$

Entwicklung von GK Per:  $M_2(0) = 0.3 M_\odot$ ,  $M_c(0) = 0.183 M_\odot$ ,  $M_c(t_f) \approx 0.205 M_\odot$ ,  $M_1(0) = 1.1 M_\odot$



## 7.2 Massearme Röntgendoppelsterne ( $P \gtrsim 2d$ )

- zur Zeit  $\exists$  15 Objekte mit  $P \gtrsim 2d$ , davon jedoch 3 mit unsicherer Periode und 3 Objekte (V1033 Sco = GR0 J1655-40, Cyg X-2 = V1341 Cyg, V4641 Sgr), deren Sekundärstern sicher kein Riese ist.

→ u.a. folgende mögliche Objekte:

Objekt	Umlaufszeit	kompakter Stern	Spektraltyp (2)
V1487 Aql	33.5	Schwarzes Loch	K-M III
1758-2544	18.45	Schwarzes Loch?	K0 III
J1740-2943	12.70	Schwarzes Loch?	
J1744-2844	11.8367 d	Neutronenstern	
V404 Cyg	6.4714 d	Schwarzes Loch	K0 III-V

Das einzige gut untersuchte Objekt ist V404 Cyg.

$$\rightarrow M_1 = 10 \pm 2 M_\odot, M_2 = 0.4 - 0.9 M_\odot, q = 16.7 \pm 1.5, i = 56^\circ \pm 4^\circ$$

Mit  $\zeta = 5$ ,  $L_0 = 2 \cdot 10^6 L_\odot$ ,  $X = 0.70$  und  $Q = 6 \cdot 10^{18} \text{ erg g}^{-1}$  folgt aus P:

$$M_c \approx 0.222 M_\odot \left( \frac{M_2}{M_\odot} \right)^{1/15} \approx 0.209 M_\odot \dots 0.220 M_\odot$$

$$\underline{\underline{-\dot{M}_2 \approx 1.25 \cdot 10^{-9} M_\odot / a \left( \frac{M_1}{10 M_\odot} \right) \left( \frac{M_2}{0.65 M_\odot} \right)^{22/15} \left( \frac{5M_1 - 6M_2}{46.1 M_\odot} \right)^{-1}}}$$

bei konservativem Massentransfer

- verbleibende Dauer der halbgetrenten Phase: Da  $M_{c,f} \approx 0.25 M_\odot$ , wird

$$\underline{\underline{t_{sd} \approx \frac{\Delta M_2}{-\dot{M}_2} = \frac{M_2 - M_{c,f}}{-\dot{M}_2} \approx \frac{0.15 - 0.65 M_\odot}{1.25 \cdot 10^{-9} M_\odot / a} \approx 1.2 \cdot 10^8 a - 5.2 \cdot 10^8 a}}}$$

## 7.3 Entstehung von langperiodischen ms-Pulsar-Doppelsternen

- Hier: Entstehung von Systemen mit  $P \gtrsim 20^d$  und Kreisbahn aus LMXBs mit  $P_i \gtrsim 1^d$ .  
(→ Rappaport, S., et al.: 1995, MNRAS 273, 731)

- Analytische Lösung mit Näherung zur Kernmasse - Radius - Beziehung von Rappaport et al. (1995)

$$R(M_c) \approx 4950 R_\odot \frac{(M_c/M_\odot)^{4.5}}{1 + 4(M_c/M_\odot)^4} + 0.5 R_\odot, \quad 0.15 M_\odot \lesssim M_c \lesssim 1.2 M_\odot$$

d.h. mit

$$R(M_c) \approx 3800 R_\odot \left(\frac{M_c}{M_\odot}\right)^{4.2}, \quad 0.15 M_\odot \lesssim M_c \lesssim 0.45 M_\odot$$

ergibt (für  $M_{2,i} = 1 M_\odot$ ):

►  $\log P_f(d) = 1.31 + 0.70 \log P_i(d)$ , konservativer Massen-transfer,

►  $\log P_f(d) = 1.45 + 0.69 \log P_i(d)$ ,  $\eta = 0$ ,  $\nu = \frac{1}{q}$ .

→  $P_f \gtrsim 20^d - 30^d$  für  $P_i \gtrsim 1^d$  (→ Systeme Nr. 1-11 in Fig. 3 von Rappaport et al. 1995)

- N.B. Übereinstimmung zwischen theoretisch erwarteten Massen  $M_{c,f}$  und den beobachteten Werten  $M_{WD}$  scheint nicht besonders gut zu sein.

Wahrscheinlicher Grund: direkt beobachtet ist nur die Massenfunktion

$$f(M) = \frac{(M_{WD} \sin i)^3}{(M_{WD} + M_{NS})^2}$$

→ benötigt zur genauen Bestimmung von  $M_{WD}$  auch  $M_{NS}$  und  $i$ !



Rappaport, S., Podsiadlowski, Ph., Joss, P.C., Di Stefano, R., Han, Z.:  
1995, MNRAS 273, 731

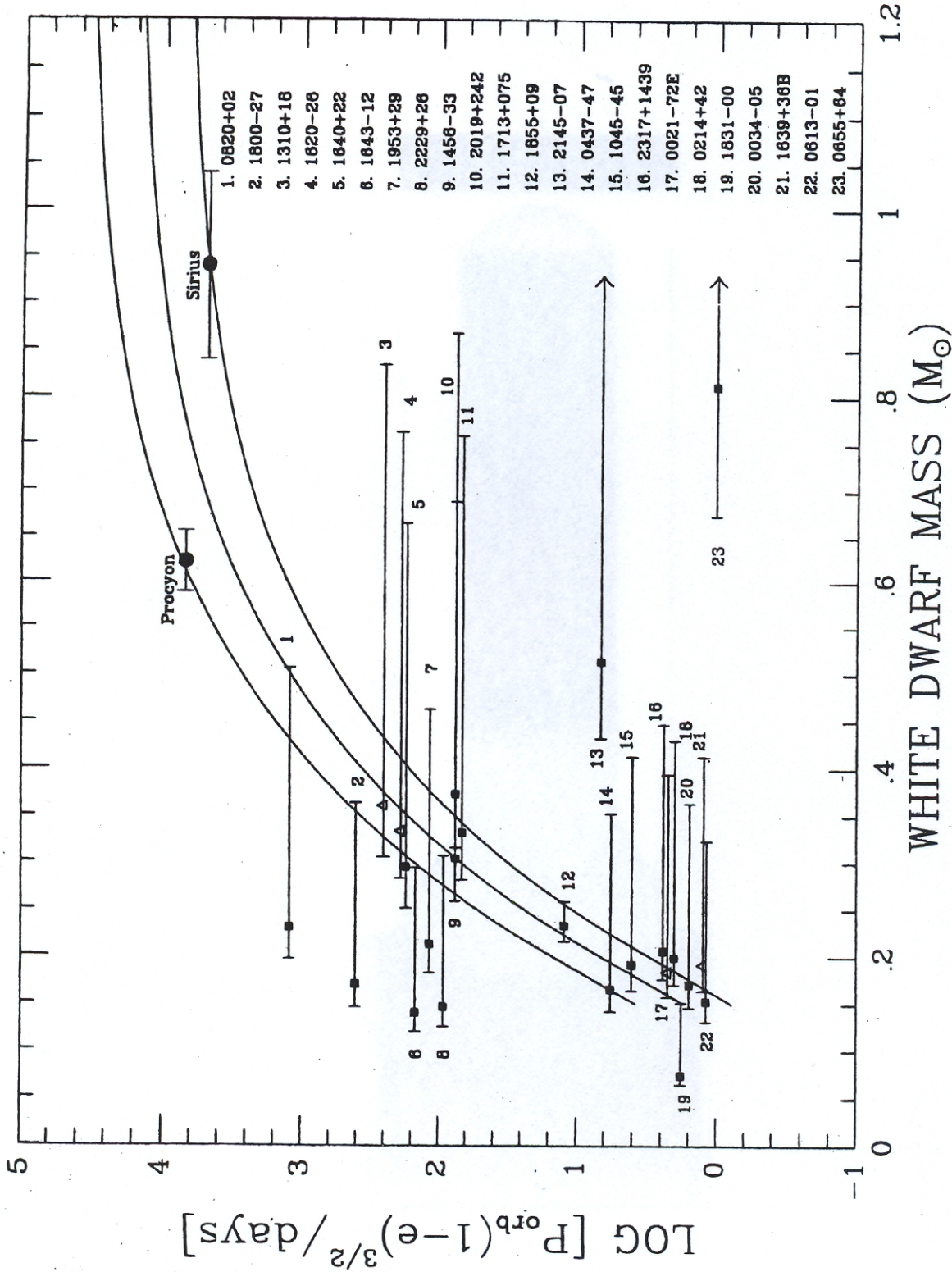


Figure 3. Orbital period-white dwarf mass relation [ $P_{\text{orb}} - M_{\text{wd}}$ ] for binary radio pulsars with nearly circular orbits and orbital periods longer than 1 d. The positions of 23 pulsars are taken from Table 1. Filled squares and open triangles represent pulsars in the Galactic disc and in globular clusters, respectively. For each system, the data point, left-hand error bar and right-hand error bar correspond to the median white dwarf mass, the minimum mass and the 90 per cent confidence upper limit on the mass, respectively. The solid curve is a fitting formula to the theoretical  $P_{\text{orb}} - M_{\text{wd}}$  relation, given by equation (6), in the text with  $R_0 = 4950 R_{\odot}$ . The accompanying upper and lower curves, which are factors of 2.5 from the middle curve, represent upper and lower limits on the theoretical relation. Also shown on the figure are the positions occupied by the white dwarfs in the classical binaries Sirius and Procyon, for which the same theoretical relation may apply. Note that the factor  $(1-e)^{3/2}$  in the ordinate axis label is nearly unity for all except the two classical binary systems. See the text for further information on the elements of this figure.