

5. Antriebsmechanismen für den Massentransfer

- Nukleare Entwicklung
 - von Hauptreihensternen
 - von Riesen
- Drehimpulsverluste durch Emission von Gravitationswellen
- Drehimpulsverluste durch magnetische Bremsung
 - Grundvorstellung
 - magnetische Bremsung nach Verbunt & Zwaan (1981)
 - magnetische Bremsung nach Mestel & Spruit (1987)
 - neuere Entwicklungen
- Anwendungen
 - nuklear angetriebener Massentransfer
 - Massentransfer, angetrieben durch die Emission von Gravitationswellen
 - Massentransfer, angetrieben durch magnetische Bremsung

Antriebsmechanismen für den Massentransfer

► **Wenn Systeme stabil gegen Massentransfer sind:**

→ nach kleinem Massenverlust ist $R_{2,R} > R_2$

→ für die Aufrechterhaltung von Massentransfer muss daher

entweder $\left(\frac{\partial R_2}{\partial t}\right)_{\dot{M}_2=0} > 0$ oder $\left(\frac{\partial R_{2,R}}{\partial t}\right)_{\dot{M}_2=0} < 0$ sein

$\left(\frac{\partial R_2}{\partial t}\right)_{\dot{M}_2=0} > 0$: dafür kommt hauptsächlich nukleare Entwicklung infrage

$\left(\frac{\partial R_{2,R}}{\partial t}\right)_{\dot{M}_2=0} < 0$: dafür kommt nur Verlust von Bahndrehimpuls infrage

1. Nukleare Entwicklung: zentrales Wasserstoffbrennen (Hauptreihe)

zentrales Wasserstoffbrennen

► relevante Zeitskala : $\tau_n \approx 10^{10} a \left(\frac{M}{M_\odot}\right) \left(\frac{L}{L_\odot}\right)^{-1}$ nukleare Zeitskala

mit Masse-Leuchtkraft-Beziehung : $\frac{L}{L_\odot} \approx \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^4$, $M \gtrsim 0.3 M_\odot$

→ $\tau_n \approx 10^{10} a \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^{-3}$

► aus numerischen Rechnungen für Sterne mit $M \lesssim 1 M_\odot$ folgt

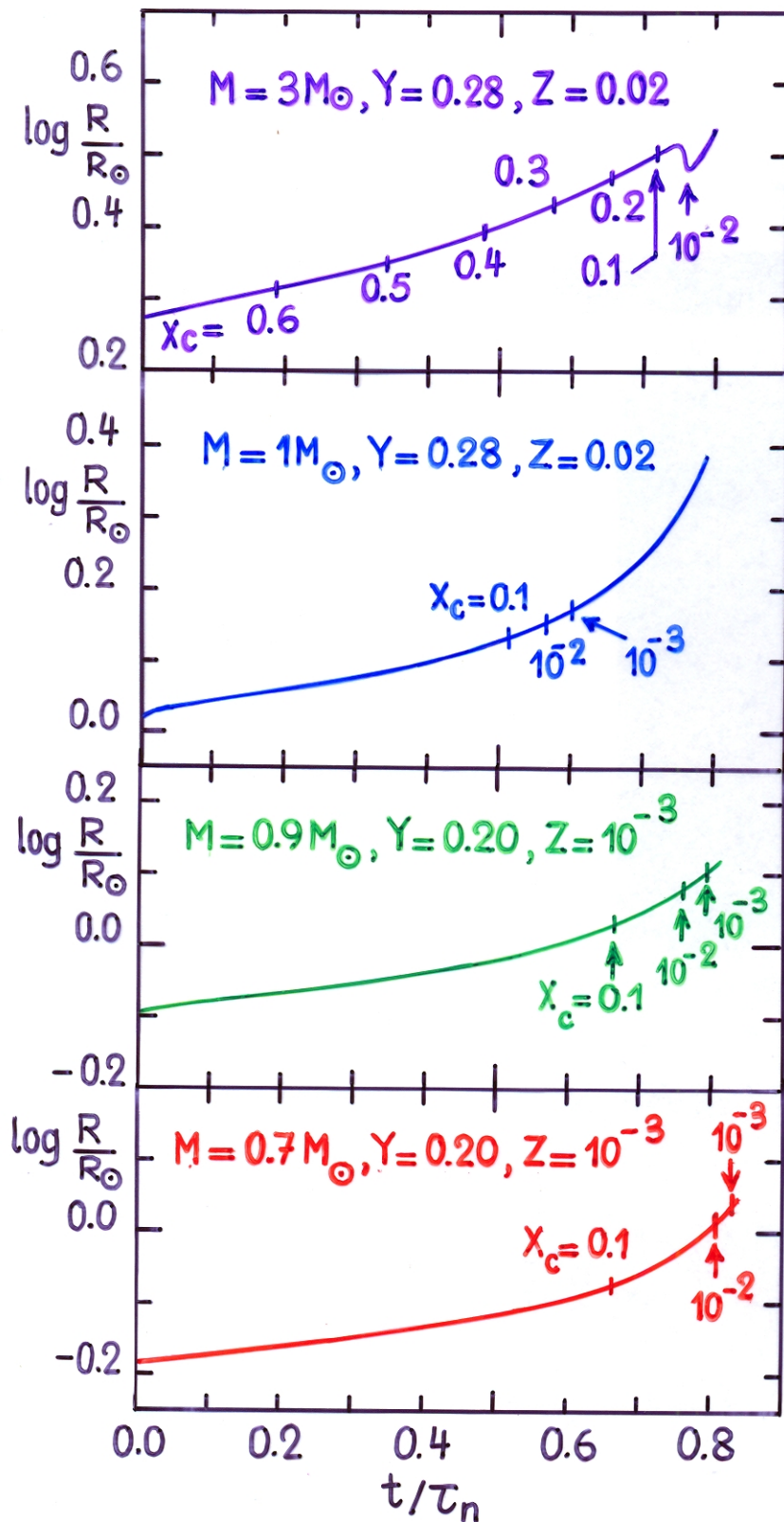
$\left(\frac{\partial \ln R}{\partial t}\right)_M \approx 0.3 \dots 0.5 \tau_n^{-1}$ oder $\left(\frac{\partial t}{\partial \ln R}\right)_M \approx 2 \dots 3 \tau_n$

(→ Bsp. $M = 1.0 M_\odot, 0.9 M_\odot, 0.7 M_\odot$)

→ $\left(\frac{\partial t}{\partial \ln R_2}\right)_{\dot{M}_2=0} \approx (2-3) 10^{10} a \left(\frac{M_2}{M_\odot}\right)^{-3} \approx$ typisch $10^{11 \pm 1} a$!
→ sehr lange Zeitskala

Veränderung des Sternradius' durch nukleare Entwicklung von der ZAMS zum Ende des zentralen Wasserstoffbrennens

(nach Rechnungen von I. Mazzitelli (1986, 1987))



$$\log \frac{L(t=0)}{L_\odot} = 2.01$$

$$\tau_n = 10^{10} \text{a} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \left(\frac{L(t=0)}{L_\odot} \right)^{-1} = 2.93 \cdot 10^8 \text{a}$$

$$\left(\frac{\partial \ln R}{\partial t} \right)_M = 0.53 \tau_n^{-1} \text{ am Anfang}$$

$$= 1.23 \tau_n^{-1} \text{ am Ende}$$

$$= 0.76 \tau_n^{-1} \text{ im Mittel}$$

$$\log \frac{L(t=0)}{L_\odot} = -0.09$$

$$\tau_n = 10^{10} \text{a} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \left(\frac{L(t=0)}{L_\odot} \right)^{-1} = 1.23 \cdot 10^{10} \text{a}$$

$$\left(\frac{\partial \ln R}{\partial t} \right)_M = 0.39 \tau_n^{-1} \text{ am Anfang}$$

$$= 0.56 \tau_n^{-1} \text{ bis } X_c = 10^{-3}$$

$$\log \frac{L(t=0)}{L_\odot} = -0.19$$

$$\tau_n = 10^{10} \text{a} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \left(\frac{L(t=0)}{L_\odot} \right)^{-1} = 1.39 \cdot 10^{10} \text{a}$$

$$\left(\frac{\partial \ln R}{\partial t} \right)_M = 0.36 \tau_n^{-1} \text{ bis } X_c \approx 0.2$$

$$\log \frac{L(t=0)}{L_\odot} = -0.71$$

$$\tau_n = 10^{10} \text{a} \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \left(\frac{L(t=0)}{L_\odot} \right)^{-1} = 3.61 \cdot 10^{10} \text{a}$$

$$\left(\frac{\partial \ln R}{\partial t} \right)_M = 0.30 \tau_n^{-1} \text{ bis } X_c \approx 0.20$$

2. Nukleare Entwicklung von (massetarmen) Riesen

- ▶ Riese: Stern mit $M \approx 2.3 M_{\odot}$, mit entartetem He-Zentralgebiet ($0.15 M_{\odot} \approx M_c \approx 0.45 M_{\odot}$) und konvektiver Hülle. Energieerzeugung durch Wasserstoffbrennen in einer dünnen Schalenquelle um den Kern.



- ▶ Riesen sind charakterisiert durch eine Kernmassen-Leuchtkraft-Beziehung (Refsdal & Weigert 1969) von der Form

$$L = L(M_c) = L_0 \left(\frac{M_c}{M_{\odot}} \right)^{\lambda}, \quad \frac{\partial L}{\partial M} = 0 \quad (1)$$

und durch eine "Kernmasse - Radius-Beziehung" von der Form

$$R = R(M_c, M) = R_0 \left(\frac{M_c}{M_{\odot}} \right)^{\varrho} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{\zeta_e}, \quad \zeta_e = \left(\frac{\partial \ln R}{\partial \ln M} \right)_e \quad (2)$$

$L_0, \lambda, R_0, \varrho$ und ζ_e : müssen durch numerische Rechnungen bestimmt werden.

- ▶ Durch nukleares Brennen ($4H \rightarrow He$) vergrößert sich die Kernmasse mit der Rate \dot{M}_c . Dabei wird die Leuchtkraft

$$L = L_{nuc} = X Q \dot{M}_c, \quad X = \text{rel. Massenanteil an H}, \quad (3)$$

erzeugt. $Q \approx 6 \cdot 10^{18} \text{ erg g}^{-1}$: spezifische Energieerzeugung durch H-Brennen

Aus (1) und (3) folgt

$$L = L_0 M_{\odot}^{-\lambda} M_c^{\lambda} = X Q \frac{dM_c}{dt}$$

oder

$$\frac{L_0}{X Q M_{\odot}^{\lambda}} dt = M_c^{-\lambda} dM_c = \frac{1}{1-\lambda} d(M_c^{1-\lambda}).$$

Daraus folgt:

$$\blacktriangleright M_c(t) = M_c(0) \left\{ 1 - \frac{t}{t_\infty} \right\}^{\frac{1}{1-\lambda}}, \text{ mit } t_\infty = \frac{XQ M_\odot}{(\lambda-1)L_\odot} \left(\frac{M_c(0)}{M_\odot} \right)^{1-\lambda} \quad (4)$$

$$L(t) = L_\odot \left(\frac{M_c(0)}{M_\odot} \right)^\lambda \left\{ 1 - \frac{t}{t_\infty} \right\}^{\frac{\lambda}{1-\lambda}} \quad (5)$$

$$R(t) = R_\odot \left(\frac{M_c(0)}{M_\odot} \right)^\rho \left\{ 1 - \frac{t}{t_\infty} \right\}^{\frac{\rho}{1-\lambda}} \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{\zeta_e} \quad (6)$$

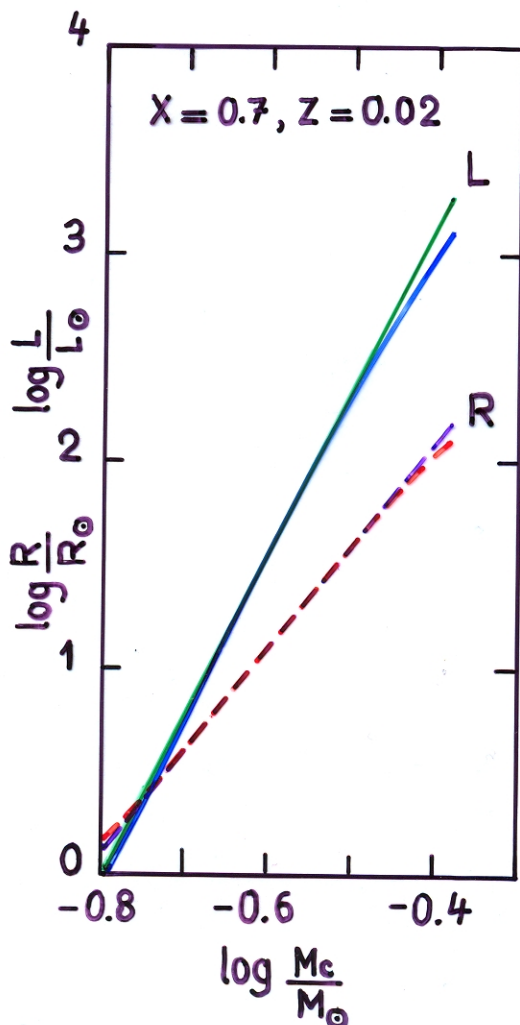
Aus (6) folgt unmittelbar:

$$\blacktriangleright \underline{\underline{\left(\frac{\partial \ln R}{\partial t} \right)_{\text{nuc}} = \rho \frac{\dot{M}_c}{M_c} = \frac{\rho L_\odot}{XQ M_\odot} \left(\frac{M_c}{M_\odot} \right)^{\lambda-1} = \frac{\rho}{\lambda-1} \frac{1}{t_\infty - t}}} \quad (7)$$

Ergebnisse numerischer Rechnungen

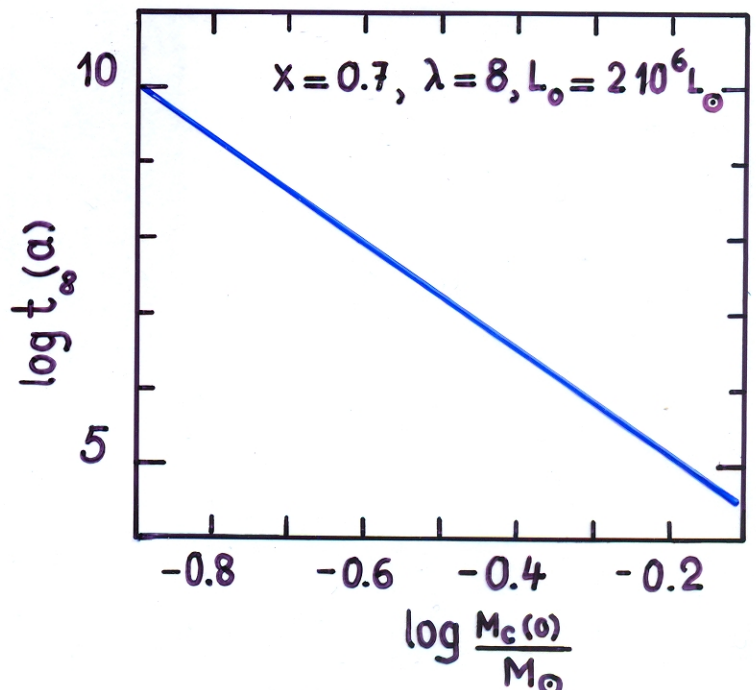
Als Beispiel: **Kernmasse - Leuchtkraft - Beziehung** und **Kernmasse - Radius - Beziehung** für Pop. I Sterne aus Webbink, Rappaport & Savonije (1983, ApJ 270, 678).

→ $L(M_c)$ und $R(M_c)$ sind in guter Näherung Potenzgesetze in M_c (→ Abb. unten links).



$$\text{Anpassung: } L = 2 \cdot 10^6 L_\odot \left(\frac{M_c}{M_\odot} \right)^8 \quad (8)$$

$$R = 10^{4.1} R_\odot \left(\frac{M_c}{M_\odot} \right)^5 \quad (9)$$



► Drehimpulsverlust - Mechanismen:

- Hier nur solche Mechanismen, die auch ohne Massentransfer zu Drehimpulsverlusten aus dem System führen. Also keine CAML!

3.) Emission von Gravitationswellen

(bereits 1962 von R.P. Kraft, J. Mathews und J.L. Greenstein : Astrophys. J. 136, 312, als möglicherweise wichtig für Kataklysmische Variable vorgeschlagen)

Ausgangspunkt: Energieverlust eines Doppelsterns durch Emission von Gravitationswellen (Quadrupolstrahlung)

$$\dot{E}_{GR} = -\frac{32G^4}{5c^5} M_1^2 M_2^2 (M_1 + M_2) A^{-5} \quad : \text{ Einsteins Quadrupolformel für das Zweikörperproblem (2 Punkt-massen auf einer Kreisbahn)}$$

► Reduktion der Gesamtenergie E_{tot} → Verlust von Bahndrehimpuls J_B

$$E_{tot} = \underbrace{-\frac{GM_1 M_2}{A}}_{\text{pot. Energie}} + \underbrace{\frac{1}{2} \frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} A^2 \omega^2}_{\text{kin. Energie}} \quad \left. \vphantom{E_{tot}} \right\} E_{tot} = -\frac{1}{2} \frac{GM_1 M_2}{A}$$

$$\omega^2 = G(M_1 + M_2) A^{-3}$$

$$\left. \begin{aligned} \dot{E}_{tot} &= \frac{1}{2} \frac{GM_1 M_2}{A^2} \dot{A} \\ \dot{J}_B &= \frac{1}{2} \frac{J}{A} \dot{A} \end{aligned} \right\} \underline{\underline{\dot{J}_B = \frac{\dot{E}_{tot}}{\omega} = \frac{\dot{E}_{GR}}{\omega}}}$$

$$\begin{aligned} \dot{J}_B = \dot{J}_{GR} &= -\frac{32G^4}{5c^5} M_1^2 M_2^2 (M_1 + M_2) A^{-5} \omega^{-1} \\ &= -\frac{32G}{5c^5} \left(\frac{M_1 M_2}{M_1 + M_2} \right)^2 A^4 \omega^5 \\ &= -\frac{32G^{7/3}}{5c^5} M_1^2 M_2^2 (M_1 + M_2)^{-2/3} \omega^{7/3} \end{aligned}$$

$$\text{Zeitskala des Drehimpulsverlusts : } \underline{\underline{\tau_{GR} = -\frac{J}{\dot{J}_{GR}} = \frac{5c^5}{32G^{5/3}} \frac{(M_1 + M_2)^{1/3}}{M_1 M_2} \omega^{-8/3}}}$$

$$\rightarrow \tau_{GR} = 7.87 \cdot 10^7 a \left(\frac{M_1 + M_2}{M_\odot} \right)^{1/3} \left(\frac{M_1}{M_\odot} \right)^{-1} \left(\frac{M_2}{M_\odot} \right)^{-1} P(h)^{8/3}$$

- ▶ für typische Werte von M_1, M_2 und P : $\tau_{GR} \approx 10^9 - 10^{10} a$
 → sehr lange Zeitskala

4. Magnetische Bremsung

Grundvorstellung:

▶ Eigenschaften der Sekundärsterne

- massearme HR-Sterne, $M \lesssim 1 M_\odot$ → geringes T_{eff}
 → tiefe äussere Konvektionszone
- rotieren gebunden → sehr schnell

$$v_{Aq} = \omega R_2 = \left[\frac{GM_2(1+q)f_2^3(q)}{R_2} \right]^{1/2} \approx \left[\frac{8GM_2}{81R_2} \right]^{1/2} = 140 \text{ km s}^{-1} \underbrace{\left(\frac{M_2}{M_\odot} \right)^{1/2} \left(\frac{R_2}{R_\odot} \right)^{-1/2}}_{\approx 1 \text{ für } M_2 \lesssim 1 M_\odot}$$

$$\approx 140 \text{ km s}^{-1}$$

- Konvektion + Rotation → Dynamo → Magnetfeld
- Konvektion + Magnetfeld → Korona → Massenverlust durch Sternwind (analog zum Sonnenwind)
- Sternwind korotiert mit dem Magnetfeld bis zum Alfvén-Radius R_A (= Magnetosphärenradius) → Verlust von Rotationsdrehimpuls; hoher spezifischer Drehimpulsverlust, wenn $R_A \gg R_2$:

$$\dot{J}_{Wind} \approx \left(\frac{R_A}{R_2} \right)^2 \dot{J}_{rot}$$

→ viel Drehimpulsverlust mit wenig Massenverlust

- Verlust von Rotationsdrehimpuls : → Bei Einzelsternen → Bremmung der Rotation (wird beobachtet → weiter unten)

→ in engen Doppelsternen (halbgetrennte Systeme z.B.) : Gezeitenwechselwirkung (Spin-Bahn-Kopplung) ersetzt den verlorenen Rotationsdrehimpuls laufend aus dem Bahndrehimpuls

→ Nettoeffekt : $\dot{J}_B = \dot{J}_{rot} < 0$

- Theorie der magnetischen Bremsung, die die Berechnung von $\dot{J}_{\text{rot}}(M, R, \omega, \dots)$ (ausgehend von first principles) erlaubt, gibt es bis heute nicht!

4.1 Magnetische Bremsung nach Verbunt & Zwaan (1981)

semi-empirische Bestimmung von \dot{J}_{rot} , abgeleitet aus der beobachteten Bremsung der Rotation von Einzelsternen.
(→ Verbunt, F., Zwaan, C.: 1981, A&A 100, L7).

► Die Beobachtungen

Altersabhängigkeit der mittleren Rotationsgeschwindigkeit von isolierten G-Sternen (→ Skumanich, A.: 1972, Astrophys. J. 171, 565; Smith, A.: 1979, Publ. Astron. Soc. Pacific 91, 737; Soderblom, D.R.: 1983, Astrophys. J. Suppl. Ser. 51, 1)

Erwartungswert von V_R :

$$\langle V_R \rangle = \frac{V_R \sin i}{\langle \sin i \rangle} = \frac{4}{\pi} V_R \sin i$$

$$\langle V_R(t) \rangle = f_{vz} 10^{14} \text{ cm s}^{-1} t(\text{s})^{-1/2}$$

mit

$$f_{vz} = 0.73, \text{ Skumanich (1972)}$$

$$f_{vz} = 1.78, \text{ Smith (1979)}$$

$$f_{vz} = 0.90, \text{ Soderblom (1983)}$$

► Bestimmung von \dot{J}_{rot}

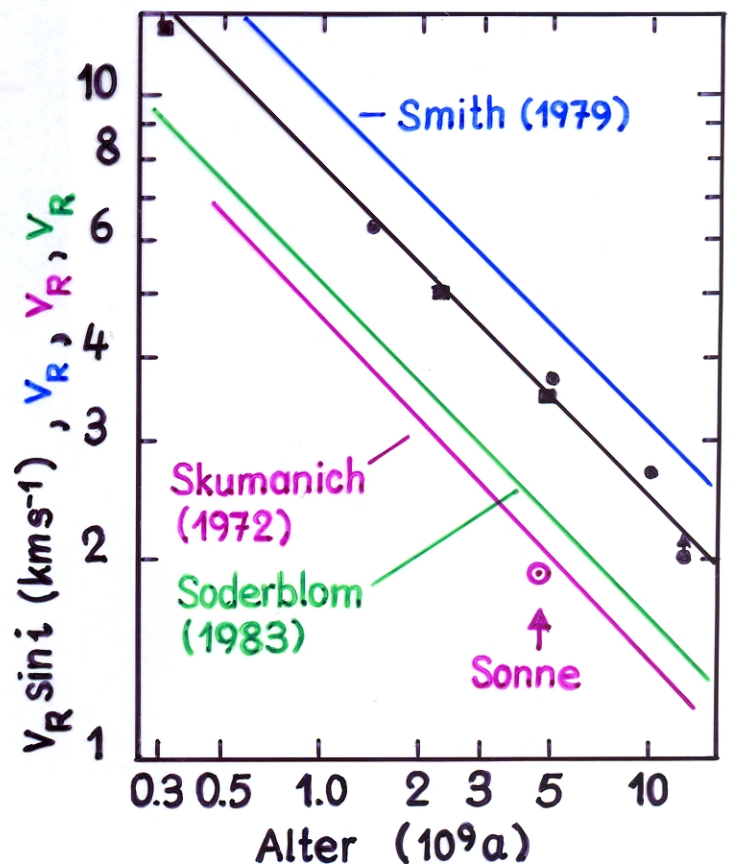
$$\begin{aligned} J_{\text{rot}} &= \theta \omega_{\text{rot}} = r_g^2 R^2 M \omega_{\text{rot}} \\ &= r_g^2 R M V_R \end{aligned}$$

$$V_R = F t^{-1/2}, \rightarrow F = 10^{14} \text{ cm s}^{-1} \cdot f_{vz}, \text{ wenn } t \text{ in sec.}$$

$$\rightarrow \underline{J_{\text{rot}}(t) = F r_g^2 M R t^{-1/2}}$$

$$\rightarrow \underline{\dot{J}_{\text{rot}} = -\frac{1}{2} F r_g^2 M R t^{-3/2} = -\frac{1}{2} F^2 r_g^2 M R^4 \omega_{\text{rot}}^3}$$

für isolierte
Sterne vom
Spektraltyp G



► Anwendung auf Kataklysmische- und massearme Röntgen-Doppelsterne (Verbunt und Zwaan, 1981)

erfordert folgende Annahmen:

- gebundene Rotation, $\omega_{\text{rot}} = \omega_B \rightarrow \dot{J}_B = \dot{J}_{\text{rot}}$
- $v_R = F t^{-1/2}$ gilt mit gleichem F \forall Sterne mit spätem Spektraltyp (G-M) und für $v_R \approx 140 \text{ km s}^{-1}$ (N.B. die Beobachtungen reichen nur bis $v \cdot \sin i \approx 10 \text{ km s}^{-1}$!)

unter diesen Voraussetzungen ist dann

$$\underline{\underline{\dot{J}_B = \dot{J}_{vz} = -5 \cdot 10^{-29} \text{ scm}^{-2} f_{vz}^{-2} r_{g2}^2 M_2 R_2^4 \omega^3 \quad f_{vz} \approx 1}}$$

→ Zeitskala für magnetische Bremsung

$$\begin{aligned} \tau_{\text{MB}} &= -\frac{J}{\dot{J}_{vz}} = 2 \cdot 10^{28} \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1} \frac{f_{vz}^2}{G} \frac{R_2}{r_{g2}^2 M_2} \frac{q}{(1+q)^2 f_2^5} \\ &\approx \frac{10^{30} \text{ cm}^2 \text{ s}}{G} f_{vz}^2 \frac{R_2}{r_{g2}^2 M_2} \frac{q}{(1+q)^{1/3}} \\ &\approx 7.88 \cdot 10^7 \text{ a} f_{vz}^2 \underbrace{\left(\frac{R_2}{R_\odot} \right) \left(\frac{M_2}{M_\odot} \right)^{-1} \left(\frac{r_{g2}}{0.2} \right)^{-1}}_{\approx 1 \text{ auf der unteren HR}} \frac{q}{(1+q)^{1/3}} \end{aligned}$$

→ $\tau_{\text{MB}} \approx 10^8 \text{ a}$, d.h. viel kürzer als τ_{GR} oder τ_n

► \dot{J}_{vz} enthält einen mehr oder weniger freien Parameter $f_{vz} (\approx 1)$

► Ist möglicherweise alles falsch → Andronov, Pinsonneault & Sills (2003, ApJ 582, 358)

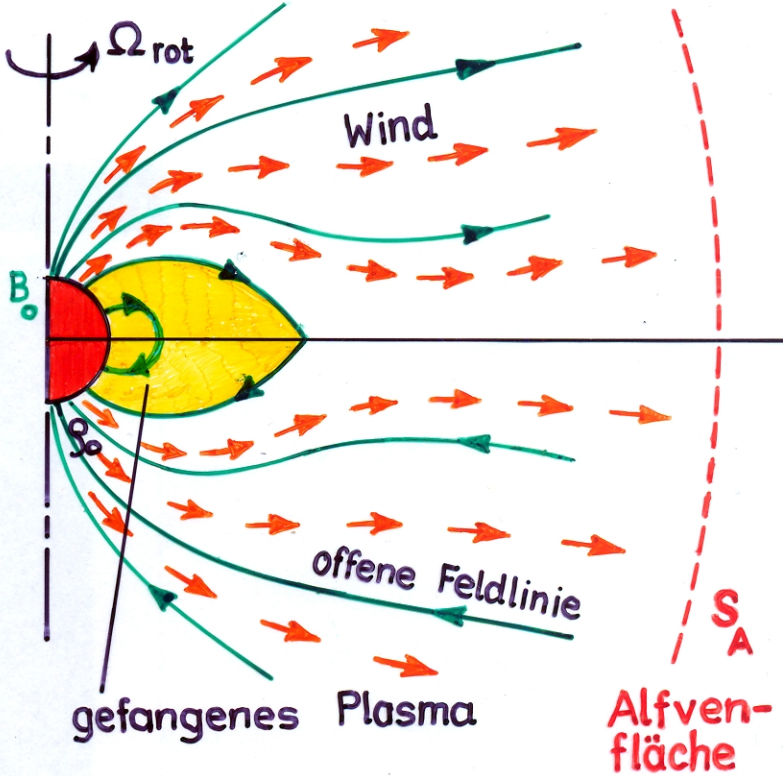
4.2 Magnetische Bremsung nach Mestel & Spruit (1987)

► theoretische Abschätzung von L. Mestel und H.C. Spruit (1987, Monthly Notices Roy. Astron. Soc. 226, 57) enthält noch freie Parameter, (die an Beobachtungen angepasst werden müssen).

Grundvorstellung:

► Sternwind (Massenverlust) nur entlang der offenen Feldlinien. Korotation des Plasmas mit dem Magnetfeld bis zur Alfvénfläche. Plasma innerhalb geschlossener Feldlinien bleibt gefangen.

→ Drehimpulsverlust hängt ab von der Zahl der offenen Feldlinien, der Magnetfeldstärke B_o und der Dichte an der Basis der Korona ρ_o .



► Ansatz:

1.) $B_o = (B_o)_o \left(\frac{\Omega_{rot}}{\Omega_o} \right)^p$

p : freier Parameter, $p \approx 1$

2.) isothermer, korotierender Wind entlang der offenen Feldlinien bis S_A

3.) Dichte an der Basis der Korona: $\rho_o \sim B_o^{n/2}$

n : freier Parameter, $n \approx 2/p$

► Ergebnis: Nur implizite Bestimmung des Drehimpulsstroms über S_A nach Lösung der Windgleichung möglich.

► Näherungslösung: (Kolb, 1990)

Für $n=1$ und $p=1$:
$$\dot{J}_{MS} \approx -9.16 \cdot 10^{36} \text{ [cgs]} (1+q) f_2^3(q) \left(\frac{M_2}{M_\odot} \right)^{3/2} \left(\frac{R_2}{R_\odot} \right)^{-1/6}$$

→ Zeitskala für magnetische Bremsung

$$\tau_{MB} = \tau_{MS} = - \frac{J}{\dot{J}_{MS}} \approx 3.11 \cdot 10^8 \text{ a} \frac{q}{(1+q)^{1/3}} \left(\frac{R_2}{R_\odot} \right)^{2/3}, \quad q \gtrsim 1.25$$

5. Anwendungen: Typische Massentransferraten

Welchen Beitrag zum Massentransfer leistet ein Antriebsmechanismus, der durch die Zeitskala $t_{\text{Antr.}}$ charakterisiert ist?

$$\blacktriangleright \quad -\dot{M}_2 = \frac{1}{\zeta_{\text{eff}} - \zeta_{R,2}} \frac{M_2}{t_{\text{Antr.}}}$$

Für Systeme, die stabil gegen Massentransfer sind, ist $\zeta_{\text{eff}} - \zeta_{R,2} > 0$, typischerweise $\zeta_{\text{eff}} - \zeta_{R,2} = O(1)$, so dass für eine

$$\blacktriangleright \quad \underline{\underline{\text{Abschätzung:}}} \quad \underline{\underline{-\dot{M}_2 \approx \frac{M_2}{t_{\text{Antr.}}}}}$$

5.1 Beitrag durch nukleare Entwicklung von Hauptreihensternen

Für Sterne mit $M \lesssim 1M_{\odot}$:

$$t_{\text{Antr.}} = \left(\frac{\partial t}{\partial \ln R} \right)_{\text{nuc}} \approx (2 \dots 3) \tau_{\text{nuc}} \approx (2 \dots 3) 10^{10} \text{ a} \left(\frac{M_2}{M_{\odot}} \right)^{-3}$$

$$\blacktriangleright \quad \underline{\underline{(-\dot{M}_2)_{\text{nuc}} \approx \left(\frac{1}{2} \dots \frac{1}{3} \right) \frac{M_2}{\tau_{\text{nuc}}} \approx \left(\frac{1}{2} \dots \frac{1}{3} \right) 10^{-10} \frac{M_{\odot}}{\text{a}} \left(\frac{M_2}{M_{\odot}} \right)^4}}$$

5.2 Beitrag durch die Emission von Gravitationswellen

$$t_{\text{Antr.}} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial t}{\partial \ln J} \right)_{\text{GR}} = \frac{5c^5}{64G^{5/3}} \frac{(M_1 + M_2)^{1/3}}{M_1 M_2} \omega^{-8/3}$$

$$\begin{aligned} \blacktriangleright \quad (-\dot{M}_2)_{\text{GR}} &\approx \frac{64G^{5/3}}{5c^5} \frac{M_1 M_2^2}{(M_1 + M_2)^{1/3}} \omega^{8/3} \\ &\approx 2.5 \cdot 10^{-8} \frac{M_{\odot}}{\text{a}} \left(\frac{M_1}{M_{\odot}} \right) \left(\frac{M_2}{M_{\odot}} \right)^2 \left(\frac{M_1 + M_2}{M_{\odot}} \right)^{-1/3} P(h)^{-8/3} \end{aligned}$$

Für Sekundärsterne auf der unteren HR ($M_2 \lesssim 1M_{\odot}$) ist

$$\frac{R_2}{R_{\odot}} \approx \left(\frac{M_2}{M_{\odot}} \right)^{5/6}$$

$$\blacktriangleright \quad \omega = \left[\frac{8GM_{\odot}}{81R_{\odot}^3} \right]^{1/2} \left(\frac{M_2}{M_{\odot}} \right)^{-3/4}$$

\blacktriangleright können ω aus $(-\dot{M}_2)_{\text{GR}}$ eliminieren:

$$\rightarrow \underline{\underline{(-\dot{M}_2)_{GR} \approx 7.6 \cdot 10^{-11} \frac{M_\odot}{a} \left(\frac{M_1}{M_\odot}\right) \left(\frac{M_1+M_2}{M_\odot}\right)^{-1/3}}}$$

- $(-\dot{M}_2)_{GR}$ ist praktisch unabhängig von M_2 , d.h. von P , wenn M_2 auf der unteren HR! Ausserdem: $(-\dot{M}_2)_{GR} \sim M_1$.

5.3 Beitrag durch magnetische Bremsung

$$t_{\text{Antr.}} = -\frac{1}{2} \left(\frac{\partial t}{\partial \ln J} \right)_{MB}$$

Wollen auch hier annehmen, dass der Sekundärstern auf der unteren HR, d.h. dass $M_2 \lesssim 1M_\odot$ und $(R_2/R_\odot) \approx (M_2/M_\odot)^{5/6}$ ist.

a) Magnetische Bremsung nach Verbunt & Zwaan (1981)

$$\begin{aligned} (-\dot{M}_2)_{VZ} &\approx 2.4 \cdot 10^{-8} \frac{M_\odot}{a} f_{VZ}^{-2} \left(\frac{r_{g2}^2}{0.2}\right) \left(\frac{M_2}{M_\odot}\right)^2 \left(\frac{R_2}{R_\odot}\right)^{-1} \frac{(1+q)^{1/3}}{q} \\ &\approx 2.4 \cdot 10^{-8} \frac{M_\odot}{a} f_{VZ}^{-2} \left(\frac{r_{g2}^2}{0.2}\right) \left(\frac{M_2}{M_\odot}\right)^{7/6} \frac{(1+q)^{1/3}}{q} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \underline{\underline{(-\dot{M}_2)_{VZ} \approx 4.4 \cdot 10^{-11} \frac{M_\odot}{a} f_{VZ}^{-2} \left(\frac{r_{g2}^2}{0.2}\right) \left(\frac{M_1}{M_\odot}\right)^{-1} (1+q)^{1/3} P^{26/9}}}$$

- wichtig: $(-\dot{M}_2)_{VZ} \sim M_1^{-1} \rightarrow$ magnetische Bremsung nach Verbunt & Zwaan (1981) wird zunehmend ineffektiv, je grösser M_1 !
Ausserdem: $(-\dot{M}_2)_{VZ} \sim P^3 \rightarrow$ starke Zunahme mit P .

b) Magnetische Bremsung nach Mestel & Spruit (1987)

$$\begin{aligned} (-\dot{M}_2)_{MS} &\approx 6.4 \cdot 10^{-9} \frac{M_\odot}{a} \left(\frac{M_2}{M_\odot}\right) \left(\frac{R_2}{R_\odot}\right)^{-2/3} \frac{(1+q)^{1/3}}{q} \\ &\approx 6.4 \cdot 10^{-9} \frac{M_\odot}{a} \left(\frac{M_1}{M_\odot}\right)^{-1} \left(\frac{M_2}{M_\odot}\right)^{13/9} (1+q)^{1/3} \end{aligned}$$

$$\rightarrow \underline{\underline{(-\dot{M}_2)_{MS} \approx 9.7 \cdot 10^{-11} \frac{M_\odot}{a} \left(\frac{M_1}{M_\odot}\right)^{-1} (1+q)^{1/3} P^{52/27}}}$$

- wichtig: auch hier ist $(-\dot{M}_2) \sim M_1^{-1}$. Dagegen geringere Abhängigk. von M_2 von P : $(-\dot{M}_2) \sim P^2$.

5.4 Beitrag durch nukleare Entwicklung von Riesen

$$(-\dot{M}_2)_{\text{nuc}} \approx M_2 \left(\frac{\partial \ln R_2}{\partial t} \right)_{\text{nuc}} \approx \frac{\varrho}{\lambda-1} \frac{M_2}{t_\infty - t} \approx \frac{\varrho}{\lambda-1} \frac{M_2}{t_\infty}$$

$$\approx \frac{\varrho L_\odot}{X Q} \frac{M_2}{M_\odot} \left(\frac{M_c(t)}{M_\odot} \right)^{\lambda-1}$$

Mit $\varrho = 5$, $\lambda = 8$, $L_\odot = 2 \cdot 10^6 L_\odot$, $Q = 6 \cdot 10^{18} \text{ erg g}^{-1}$ und $X = 0.70$ wird

$$(-\dot{M}_2)_{\text{nuc}} \approx 1.4 \cdot 10^{-4} \frac{M_\odot}{a} \left(\frac{M_2}{M_\odot} \right) \left(\frac{M_c(t)}{M_\odot} \right)^7 \approx 1.8 \cdot 10^{-9} \frac{M_\odot}{a} \left(\frac{M_2}{M_\odot} \right) \left(\frac{M_c(t)}{0.2 M_\odot} \right)^7$$

Ersetzen M_c durch P mit Hilfe der R - M_c -Beziehung und dem 3. Keplerschen Gesetz. Mit

$$R(M_c) = R_\odot \left(\frac{M_c}{M_\odot} \right)^\varrho$$

wird

$$\frac{M_c}{M_\odot} = \left[\frac{2GM_\odot}{81\pi^2 R_\odot^3} \right]^{\frac{1}{3\varrho}} \left(\frac{M_2}{M_\odot} \right)^{\frac{1}{3\varrho}} P^{\frac{2}{3\varrho}}$$

Mit $R_\odot = 10^{4.1} R_\odot$ und $\varrho = 5$ wird

$$(-\dot{M}_2)_{\text{nuc}} \approx 6.7 \cdot 10^{-10} \frac{M_\odot}{a} \left(\frac{M_2}{M_\odot} \right)^{\frac{22}{15}} P_0^{\frac{14}{15}} \text{ (d)}$$

► wichtig: $(-\dot{M}_2)_{\text{nuc}}$ nahezu $\sim P_0 = P(t=0)$.

5.5 Magnetische Bremsung bei Riesen

► Problem: Wir wissen nicht, ob die Resultate von Verbunt & Zwaan (1981) oder Mestel & Spruit (1987) auf Riesen übertragbar sind!

Für den Fall, dass ...

a) Magnetische Bremsung nach Verbunt & Zwaan (1981)

$$(-\dot{M}_2)_{\text{vz}} \approx 2.4 \cdot 10^{-8} \frac{M_\odot}{a} f_{\text{vz}}^{-2} \left(\frac{r_{92}^2}{0.2} \right) \left(\frac{M_2}{M_\odot} \right)^2 \left(\frac{R_2}{R_\odot} \right)^{-1} \frac{(1+q)^{1/3}}{q}$$

Ersetzen R_2 durch $R(M_c)$ und M_c durch $P(M_2, M_c)$.

$$\rightarrow \underline{\underline{(-\dot{M}_2)_{vz} \approx 1.2 \cdot 10^{-8} \frac{M_\odot}{a} f_{vz}^{-2} \left(\frac{r_{g2}^2}{0.2}\right) \left(\frac{M_2}{M_\odot}\right)^{5/3} \frac{(1+q)^{1/3}}{q} P(d)^{-2/3}}}$$

- Wann dominiert nukleare Entwicklung über magnetische Bremsung?

$$(-\dot{M}_2(P_{\text{crit}}))_{\text{nuc}} = (-\dot{M}_2(P_{\text{crit}}))_{vz}$$

definiert kritische Umlaufszeit $P_{\text{crit}}(M_1, M_2, r_{g2}, f_{vz})$

Abschätzung: Setzen $M_1 = M_2 = 1 M_\odot$, $r_{g2}^2 = 0.2$, $f_{vz} = 1$

$$\rightarrow \underline{\underline{(P_{\text{crit}})_{vz} \approx 7.2}}$$

- $P > P_{\text{crit}}$: nukleare Entwicklung dominiert, d.h. $(-\dot{M}_2)_{\text{nuc}} > (-\dot{M}_2)_{vz}$.
 $P < P_{\text{crit}}$: magnetische Bremsung dominiert, d.h. $(-\dot{M}_2)_{\text{nuc}} < (-\dot{M}_2)_{vz}$.

b) Magnetische Bremsung nach Mestel & Spruit (1987)

$$(-\dot{M}_2)_{\text{MS}} \approx 6.4 \cdot 10^{-9} \frac{M_\odot}{a} \left(\frac{M_2}{M_\odot}\right) \frac{(1+q)^{1/3}}{q} \left(\frac{R_2}{R_\odot}\right)^{-2/3}$$

Ersetzen wieder R_2 durch $R(M_c)$ und M_c durch $P(M_2, M_c)$.

$$\rightarrow \underline{\underline{(-\dot{M}_2)_{\text{MS}} \approx 4.1 \cdot 10^{-9} \frac{M_\odot}{a} \left(\frac{M_2}{M_\odot}\right)^{7/9} \frac{(1+q)^{1/3}}{q} P(d)^{-4/9}}}$$

- Wann dominiert nukleare Entwicklung über magnetische Bremsung?

Definieren wieder kritische Umlaufszeit $P_{\text{crit}}(M_1, M_2)$ über

$$(-\dot{M}_2(P_{\text{crit}}))_{\text{nuc}} = (-\dot{M}_2(P_{\text{crit}}))_{\text{MS}}$$

und setzen für eine Abschätzung $M_1 = M_2 = 1 M_\odot$:

$$\rightarrow \underline{\underline{(P_{\text{crit}})_{\text{MS}} \approx 4.4}}$$

- $P > P_{\text{crit}}$: nukleare Entwicklung dominiert, d.h. $(-\dot{M}_2)_{\text{nuc}} > (-\dot{M}_2)_{\text{MS}}$.
 $P < P_{\text{crit}}$: magnetische Bremsung dominiert, d.h. $(-\dot{M}_2)_{\text{nuc}} < (-\dot{M}_2)_{\text{MS}}$.