

## 4. Massearme Sterne mit und ohne Massenverlust

- Probleme bei der Berechnung massearmer Sterne
- Massearme Hauptreihensterne
- Schwarze Zwerge
- Riesen
- Massearme Sterne mit Massenverlust: qualitative Übersicht
- Reaktion von Sternen auf schnellen Massenverlust
- Adiabatischer und thermischer Gleichgewichts- Masse-Radius-Exponent: numerische Ergebnisse
- Massenverlust von Polytropen
- Massenverlust von Sternen mit konvektiven Hüllen
- Ergebnisse numerischer Rechnungen
- Globales Verhalten von massearmen Sternen unter Massenverlust
- Ergänzung I: Polytrope Gaskugeln

- ▶ **warum massearm ?** – 1. weil aus Stabilitätsgründen  $M_2 < M_1 / q_{\text{crit}}$  mit  $q_{\text{crit}} \approx 1 \rightarrow$  typisch  $M_2 \lesssim 1.5 M_{\odot}$  für Systeme mit einem WZ oder NS.
- 2. weil vor allem HR-Sterne mit  $M \lesssim 0.8 M_{\odot}$  relativ komplizierte Gebilde sind, über die wir mehr wissen müssen.
- ▶ **welche Sterne ?** – 1. Sterne mit zentralem H-Brennen (ZAMS  $\rightarrow$  TAMS)
- 2. Riesen und Unterriesen mit entartetem He-Kern

## 1. Probleme bei der Berechnung massearmer HR-Sterne

- ▶ Massearme HR-Sterne sind kühl und verhältnismässig dicht (gemessen an HR-Sternen mit  $M \gtrsim 1 M_{\odot}$ ).

$\rightarrow$   $\exists$  zahlreiche Komplikationen, die bei massereicheren Sternen kaum auftreten.

- ▶ Eine angemessene Beschreibung erfordert u.a. die Berücksichtigung folgender Effekte:

a) Entartung des Elektronengases : ist umso wichtiger, je kleiner  $M$ ; im relevanten Massenbereich merklich bis stark, jedoch nicht relativistisch.

b) Abweichungen des Ionengases von einem idealen Gas wegen

– Coulomb-Wechselwirkung  $\rightarrow$  Coulomb-Druck  $P_c < 0$

– Ionisation

– Bildung und Dissoziation von Molekülen ( $\text{H}_2, \text{H}_2\text{O}, \text{TiO}, \text{CO}, \dots$ )

– Veränderung der Ionisations- und Dissoziationspotentiale durch Coulomb-Wechselwirkung (Coulomb-Abschirmung)

$\rightarrow$  Druckionisation, Druckdissoziation

– Van der Waals - Kräfte der neutralen Teilchen (Atome, Moleküle)

c) Opazität für niedrige Temperaturen ( $T \lesssim 5000 \text{ K}$ ) und rel. hohe Dichten ( $\rho \gtrsim 10^{-6} \text{ g cm}^{-3}$ )

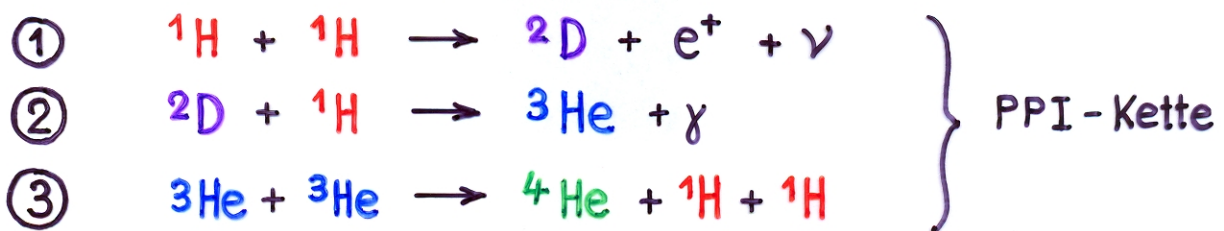
→ Probleme: Moleküle wie  $\text{H}_2$ ,  $\text{H}_2\text{O}$ ,  $\text{CO}$ ,  $\text{TiO}$ , ...  
Metalllinien  
Staubbildung (ab  $T \lesssim 2000 \text{ K}$ )

d) Temperaturschichtung in der Photosphäre  $T(\tau)$   
(= Photosphärenrandbedingung für inneren Aufbau)

$T(\tau)$  hängt stark von  $\kappa(P, T)$  ab.  $\kappa$  selber ist eine komplizierte Funktion, ist z.T. nicht genau bekannt (wegen Molekülen, Metall-Linien, Staub)

→ Atmosphäre ist nicht grau; Eddington-Approximation für graue Atmosphäre ( $T(\tau) = \frac{3}{4} T_{\text{eff}}^4 (\tau + 2/3)$ ) ist schlecht

e) Nukleare Energieerzeugung durch die PPI-Kette (einzig relevanter Energieerzeugungsprozess bei  $T \lesssim 10^7 \text{ K}$ )

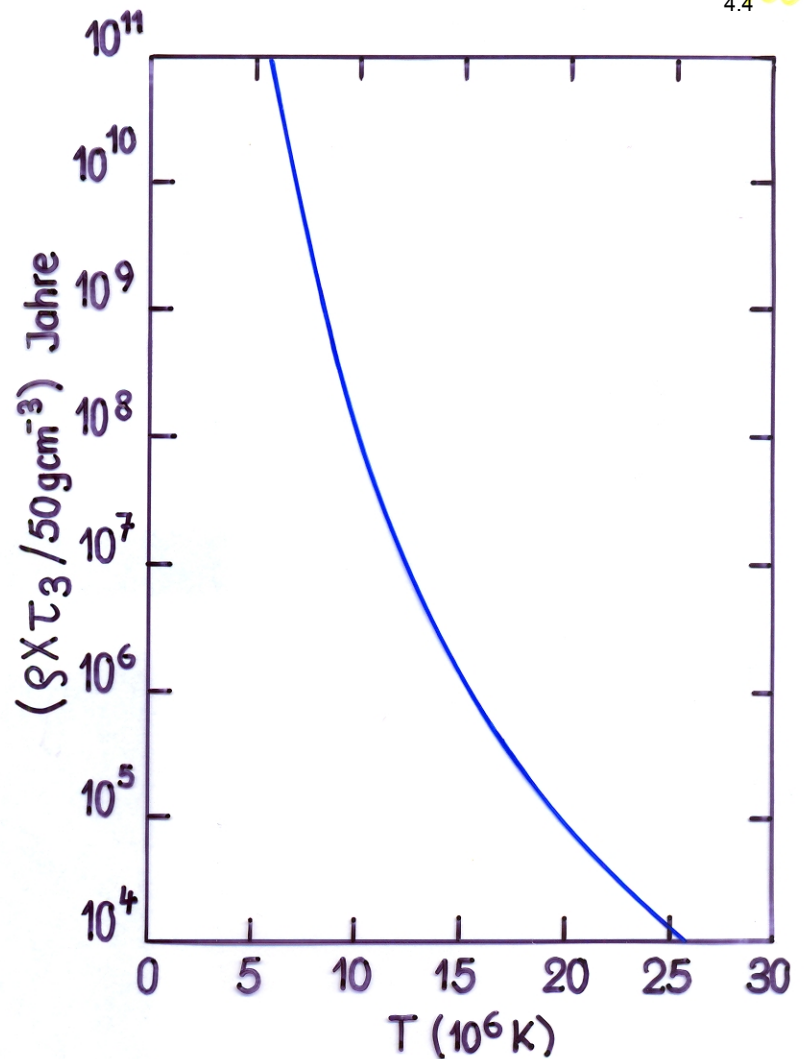
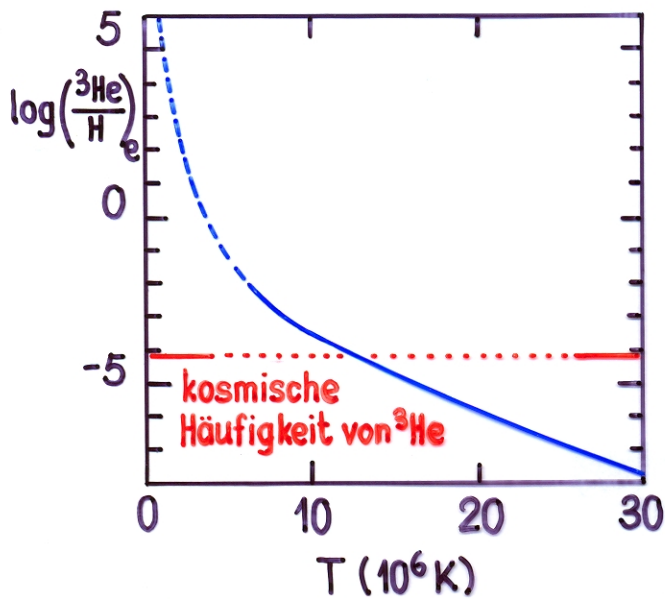


► Problem: Einstellzeit für das Reaktionsgleichgewicht wird für  $T \lesssim 8 \cdot 10^6 \text{ K}$  sehr lang (länger als  $\tau_n$ ), da die Zeit zum Erreichen der  ${}^3\text{He}$  Gleichgewichtskonzentration für  $T < 8 \cdot 10^6 \text{ K}$  sehr lang ist.

► Def.  $\tau_3 =$  Zeit zur Erreichung von 99% der Gleichgewichtskonzentration von  ${}^3\text{He}$

$$\left(\frac{{}^3\text{He}}{\text{H}}\right)_e = \left(\frac{X_3}{X}\right)_e = \text{Gleichgewichtskonzentration von } {}^3\text{He} \text{ rel. zu } {}^1\text{H}.$$

►  $\tau_3$  und  $\left(\frac{{}^3\text{He}}{\text{H}}\right)_e$  hängen sehr stark von  $T$  ab (→ Figuren)



- ▶ für  $T \lesssim 13 \cdot 10^6 \text{ K}$  :  $\left(\frac{{}^3\text{He}}{\text{H}}\right)_e \gg \left(\frac{{}^3\text{He}}{\text{H}}\right)_{\text{kosm.}} = \left(\frac{X_3}{X}\right)_{\text{kosm.}} \approx 7 \cdot 10^{-5}$
- ▶ für  $T \lesssim 8 \cdot 10^6 \text{ K}$  : da  $\left(\frac{{}^3\text{He}}{\text{H}}\right) < \left(\frac{{}^3\text{He}}{\text{H}}\right)_e$ , wird durch Reaktion ② mehr  ${}^3\text{He}$  aufgebaut als durch Reaktion ③ zerstört wird  $\rightarrow$  geringere Energieerzeugung als im Reaktionsgleichgewicht

Für ausführliche Darstellung  $\rightarrow$  Clayton, D.D.: Principles of Stellar Evolution and Nucleosynthesis, McGraw-Hill (1968), Kapitel 5

f) Coulombabschirmung des Kernpotentials durch Elektronen (sog. electron screening)

$\rightarrow$  Erhöhung der Reaktionsraten ( $\rightarrow$  Clayton (1968), Kapitel 4.8)

(Für Sterne mit  $M \lesssim 0.5 M_{\odot}$  zwischen "weak screening" und "strong screening")

g) Das Anfangsmodell: Da  $({}^3\text{He}) \neq ({}^3\text{He})_e$  und  $\tau_3$  sehr lang, muss man  $X_3(M_r)$  im Anfangsmodell spezifizieren

→ Anfangswertproblem

z.B.:  $X_3 = (X_3)_{\text{kosm}}$  im ganzen Stern für  $t=0$  (auf der HR)

▶ N.B.  ${}^3\text{He}$  kann bereits während der Vorhauptreihenentwicklung durch Deuteriumbrennen ( ${}^1\text{H} + {}^2\text{D} \rightarrow {}^3\text{He} + \gamma$ ) entstehen (→ muss daher die Anfangshäufigkeit von  ${}^2\text{D}$  spezifizieren)

→ massearme HR-Sterne sind in Bezug auf  ${}^3\text{He}$  nicht mehr chemisch homogen (Ausnahme:  $M < M_{\text{conv}} \rightarrow$  Stern gleichmäßig durchmischt)

Fazit:  $\exists$  wesentliche Probleme bei der

Zustandsgleichung (in gewissen Regionen der  $\rho$ -T-Ebene nicht genau bekannt)

Opazität (in gewissen Bereichen der  $\rho$ -T-Ebene ebenfalls nur sehr schlecht bekannt: Moleküle & Staub bei kleinem T)

Energieerzeugung durch die PPI-Kette ( ${}^3\text{He}$ -Konzentration, Abschirmung)

Photosphärenrandbedingung ( $T(\tau)$ -Relation)

Spezifizierung des Anfangsmodells  $X_i(M_r; t=t_0) \quad \forall i$

Dazu die üblichen Probleme mit der Beschreibung der Konvektion: Mischungswegtheorie → freier Parameter: Mischungsweglänge  $l$

▶ Die Berechnung massearmer Sterne erfordert einen erheblichen Aufwand und ist nicht trivial

→ Daher gibt es auch erst seit relativ kurzer Zeit adäquate Rechnungen (hauptsächlich mit  $M = \text{const.}$ , weniger mit  $\dot{M} \neq 0$ ).

## 2. Massearme Hauptreihensterne ( $M \lesssim 1M_{\odot}$ )

einige wichtige theoretische Arbeiten:

Copeland, H., Jensen, J.O., Jørgensen, H.E.: 1970, *Astron. Astrophys.* 5, 12

Grossman, A.S., Hays, D., Graboske, Jr., H.C.: 1974, *Astron. Astrophys.* 30, 95

Vanden Berg, D.A., Hartwick, F.D.A., Dawson, P., Alexander, D.R.: 1983, *Astrophys. J.* 266, 747

**Chabrier, G., Baraffe, I.: 1997, *Astron. Astrophys.* 327, 1039**

$M/M_{\odot}$	X	Z	$\ell/H_p$	$M_{conv}/M_{\odot}$	Ref.
0.25 - 2.5	0.6 - 0.9	0.001 - 0.03	1 - 2	0.25 - 0.40	Copeland et al. 1970
0.085 - 0.5	0.68	0.03	2	~ 0.26	Grossman et al. 1974
0.10 - 0.75	0.73 - 0.799	0.0001 - 0.02	1		Vanden Berg et al. 1983
<b>0.075 - 0.80</b>	<b>0.725 - <math>Z_{\odot}</math></b>	<b><math>Z_{\odot}</math></b>	<b>1</b>	<b>~ 0.35</b>	<b>Chabrier &amp; Baraffe 1997</b>

### Die wichtigsten Eigenschaften massearmer HR-Sterne

#### a) Die Masse-Radius- und Masse-Leuchtkraft-Beziehung

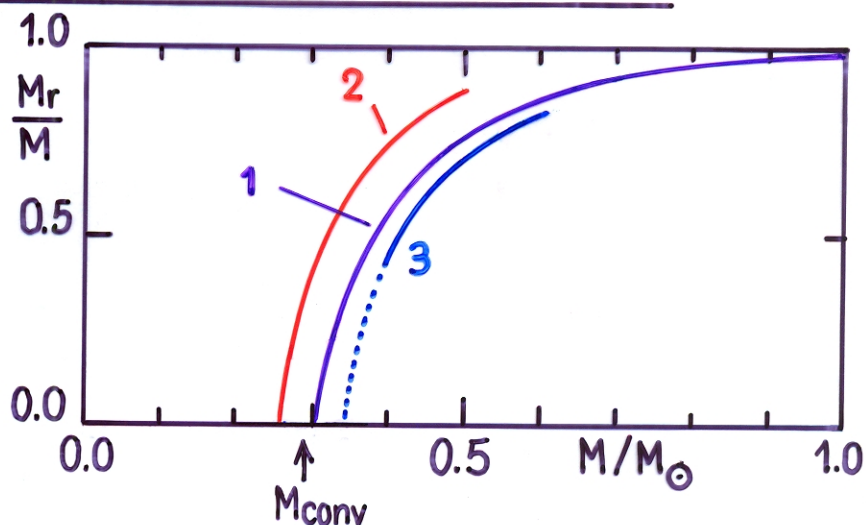
→ einigermaßen gute Übereinstimmung mit Beobachtungen  
(→ Figuren)

#### b) Relative Masse der konvektiven Hülle als Funktion von M

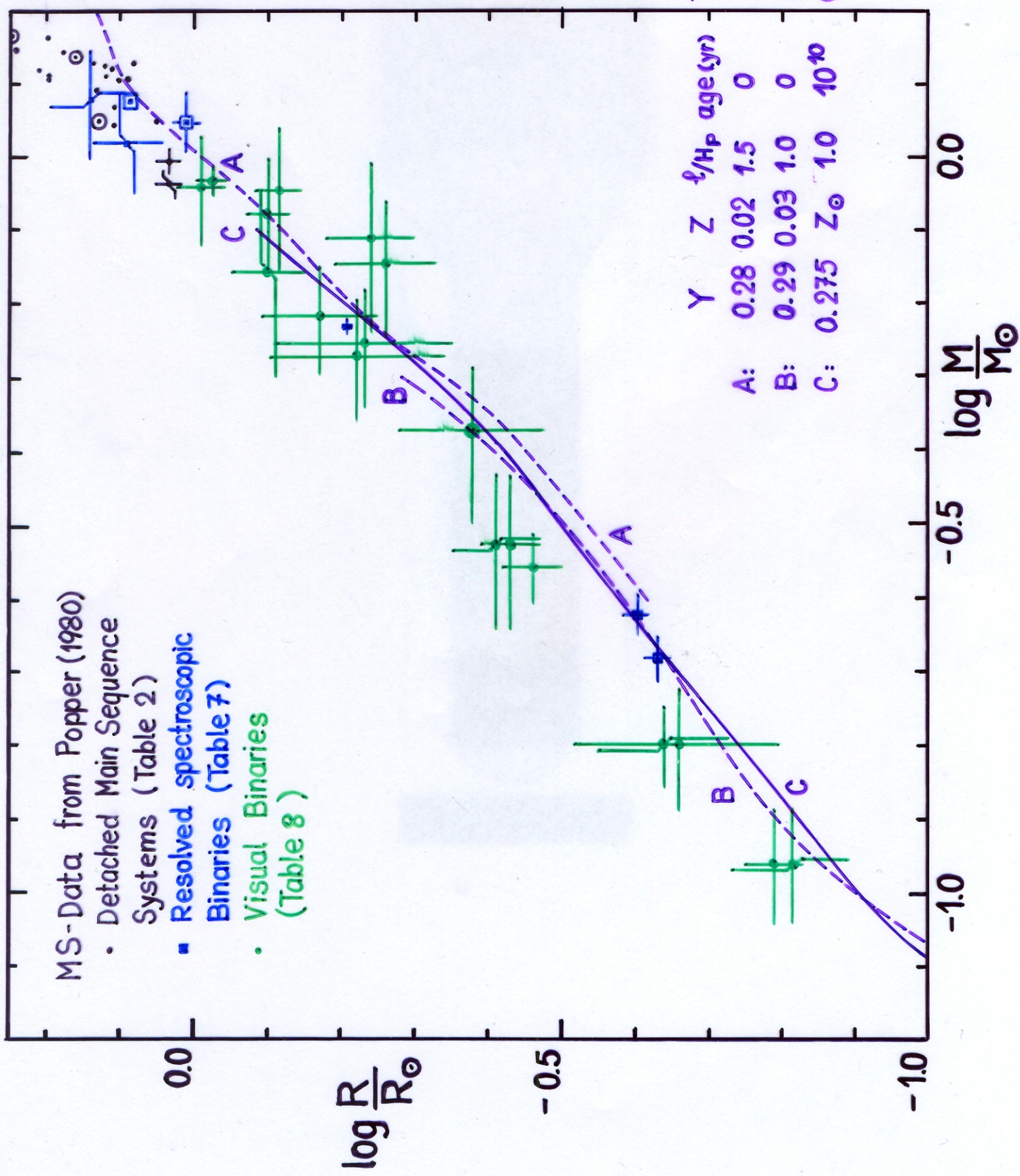
1:  $X=0.7, Z=0.03, \ell/H_p=1-2$   
Copeland et al. 1970

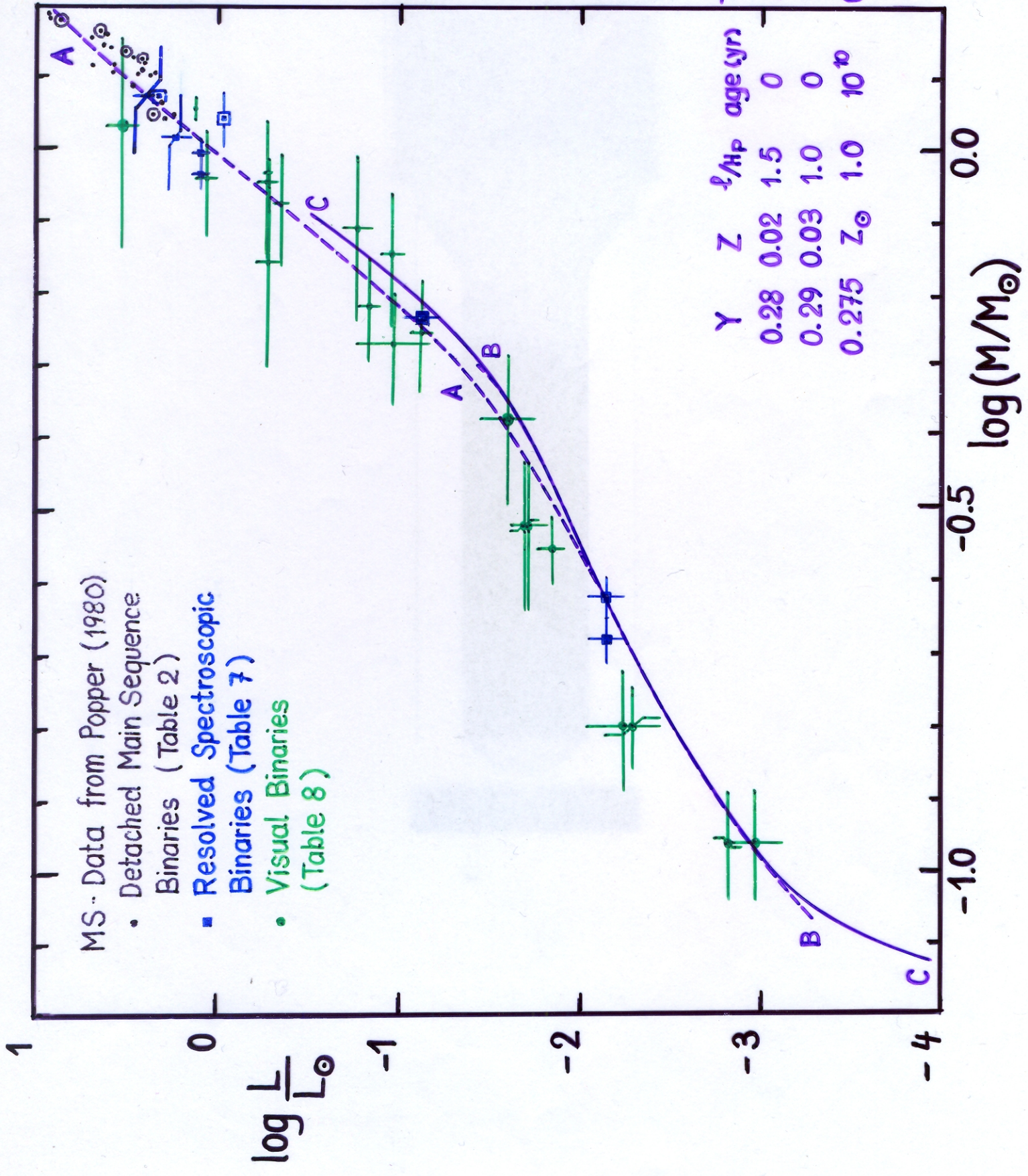
2:  $X=0.68, Z=0.03, \ell/H_p=2$   
Grossman et al. 1974

3:  $Y=0.275, Z=Z_{\odot}, \ell/H_p=1,$   
 $T=10^{10} \text{a};$  Chabrier &  
Baraffe 1997



- ▶  $M < M_{conv}$  : Sterne sind vollkonvektiv
- $M > M_{conv}$  : Sterne haben konvektive Hülle & radiativen Kern  
( $M \lesssim 1M_{\odot}$ )



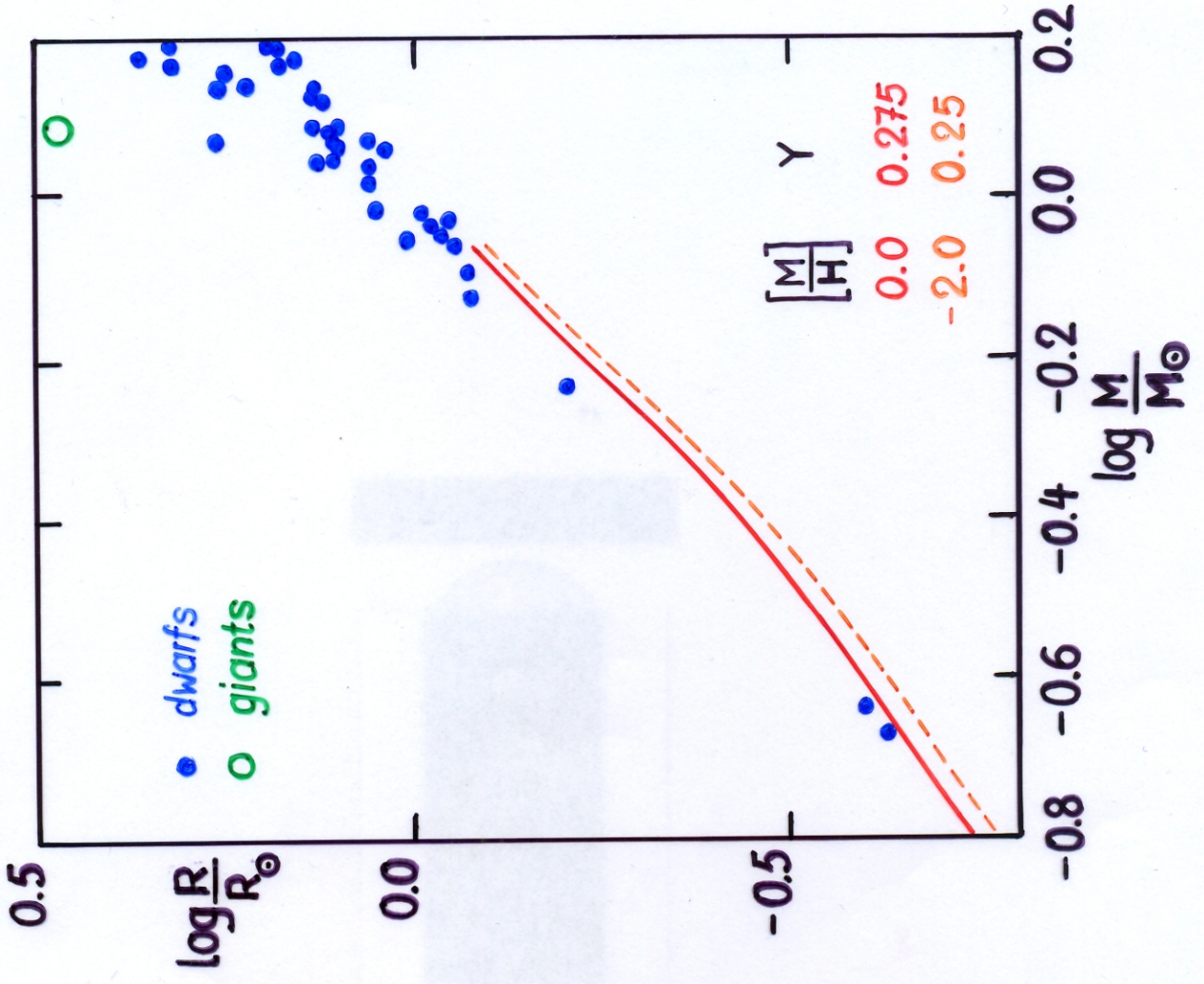
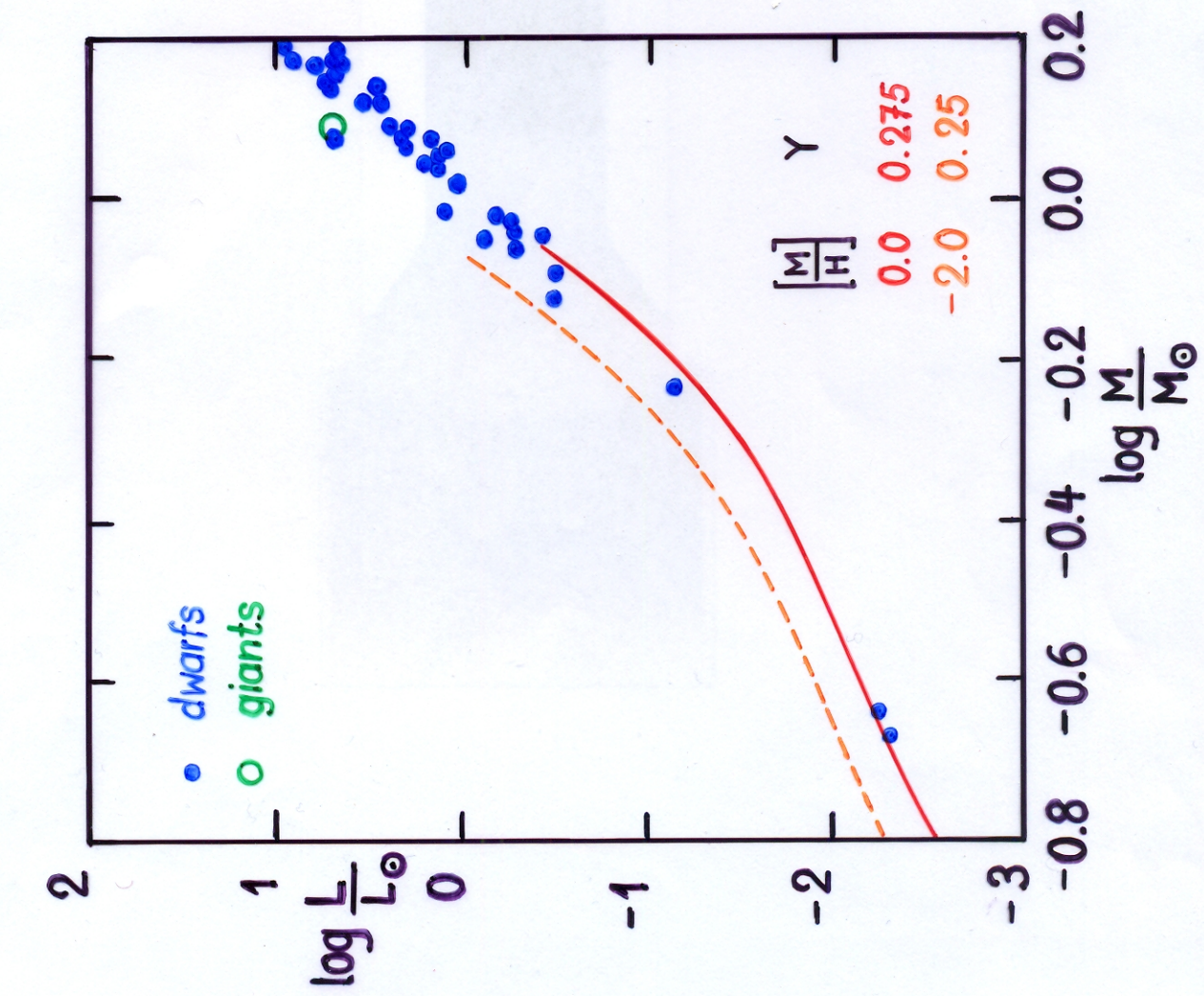




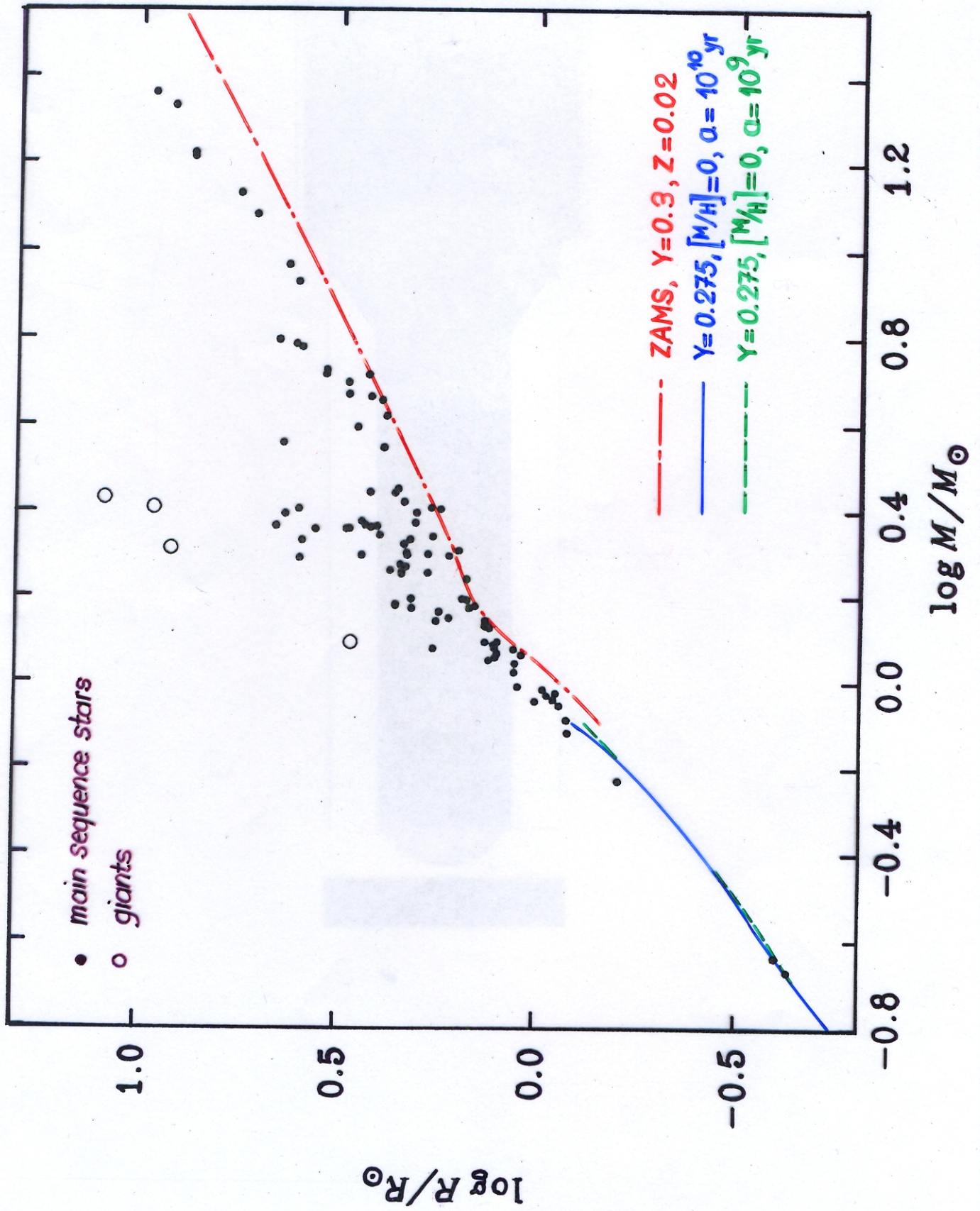
The M-L- and M-R- relation on the lower main sequence

Theory: Baraffe, I., et al. 1998, A&A 337, 403

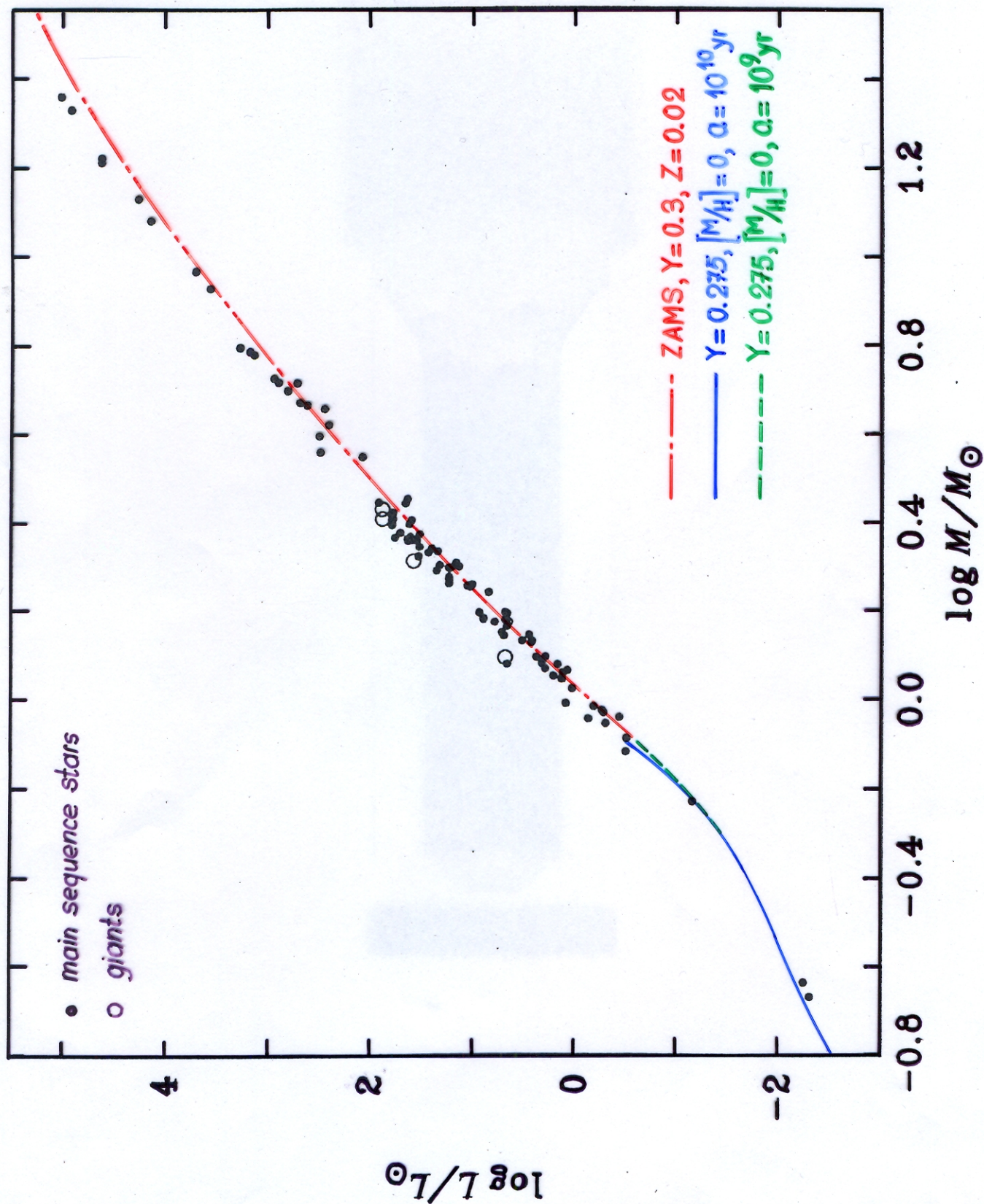
Observations: Andersen, J. 1991, A&AR 3, 91



Mass-radius diagram of well-observed binary components with obs. errors < 2%  
 Theoretical mass-radius diagram



Mass - luminosity diagram of well-observed binary components with obs. errors < 2%  
 Theoretical mass-luminosity diagram



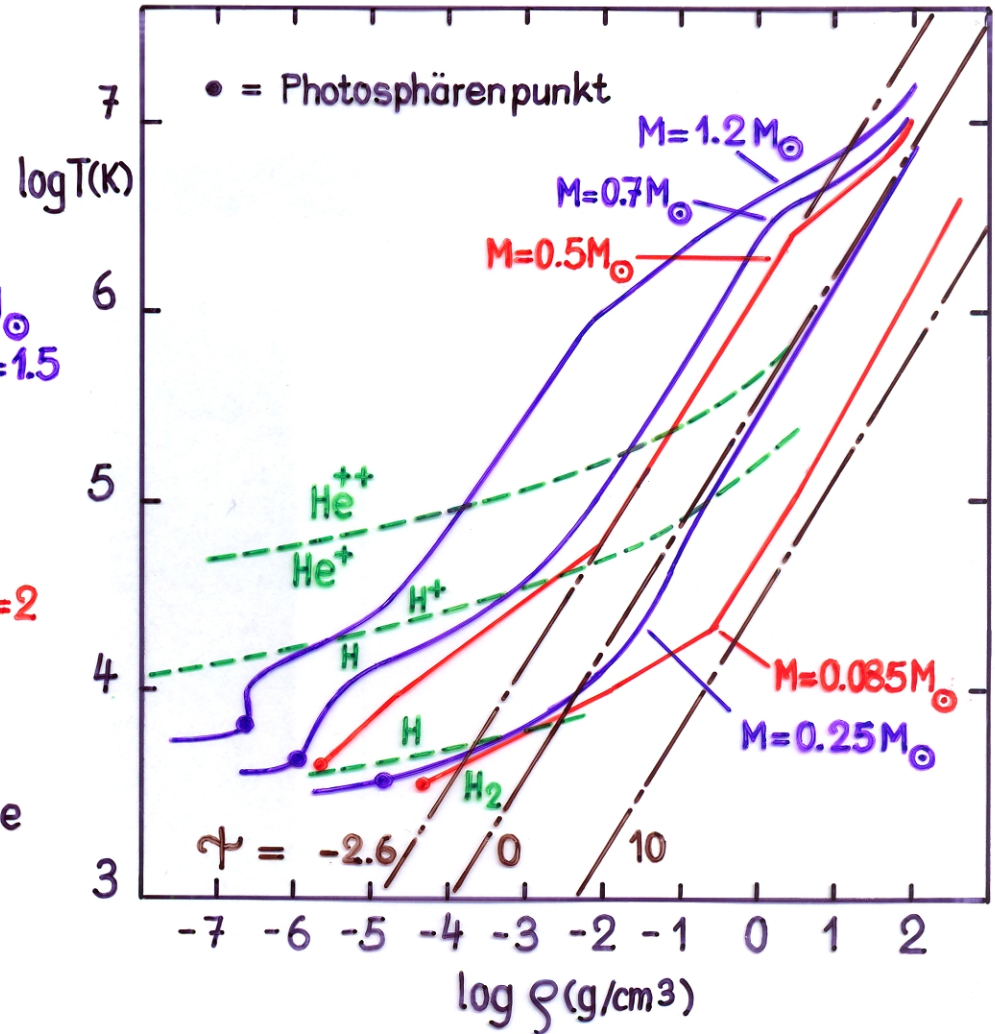
$M_{\text{conv}} \approx 0.25 M_{\odot} - 0.40 M_{\odot}$ , genauer Wert ist stark abhängig von der Photosphärenrandbedingung, von der Zustandsgleichung, vom  $^3\text{He}$ -Profil, ect.

c) Lage im  $\rho$ -T-Diagramm

$M = 1.2 M_{\odot}, 0.7 M_{\odot}, 0.25 M_{\odot}$   
mit  $X=0.7, Z=0.03, \ell/H_p=1.5$   
aus Copeland et al. 1970

$M = 0.5 M_{\odot}, 0.085 M_{\odot}$   
mit  $X=0.68, Z=0.03, \ell/H_p=2$   
aus Grossman et al. 1974

- ▶ Mit abnehmender Masse  
→  $T_c \downarrow, \rho_c \uparrow, \tau \uparrow$



d) Die minimale HR-Masse  $M_{\text{min}}$

$\exists$  kleinste Masse  $M_{\text{min}} \approx 0.075 M_{\odot}$  (für  $X \approx 0.7$ ), bei der zentrales Wasserstoffbrennen im thermischen Gleichgewicht (d.h. mit  $L_g = 0, L = L_{\text{nuc}}$ ) gerade noch möglich ist.

- ▶  $\forall M < M_{\text{min}} \exists$  keine HR-Modelle (mit  $L_g = 0$ ) mehr.

Wenn  $M < M_{\text{min}}$  :  $L > L_{\text{nuc}} \rightarrow$  der Stern strahlt mehr Energie ab als er durch Wasserstoffbrennen erzeugt  
→ der Stern muss abkühlen !

### 3. Schwarze Zwerge

- ▶ Wenn  $M < M_{\min} \approx 0.085 M_{\odot}$  (für  $X \approx 0.7$ ) :  $L > L_{\text{nuc}}$   
 → Stern muss abkühlen →  $T \downarrow$  →  $L_{\text{nuc}} \downarrow$ ,  $L \rightarrow L_{\text{g}}$

Abkühlzeit  $\tau \approx \tau_{\text{KH}} = \frac{GM^2}{RL}$

- ▶ Abkühlung: Elektronenentartung nimmt zu :  $\psi = \frac{E_{\text{F}}}{kT} \uparrow$   
 Coulombwechselwirkung der Ionen wird wichtiger:  
 $\Lambda = E_{\text{c}}/kT \uparrow$

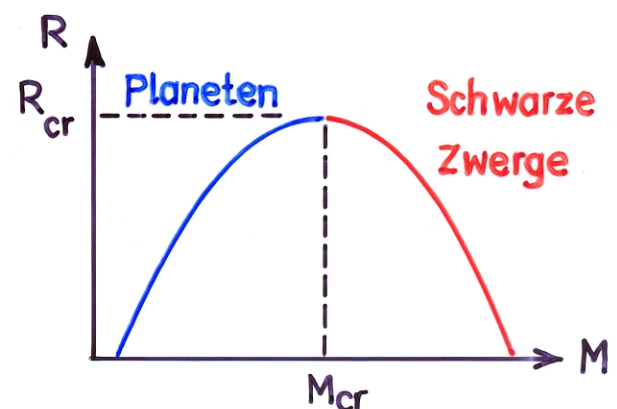
- ▶ Wenn die Abkühlung soweit fortgeschritten ist, dass  $T \approx 0$ , d.h.  $\Lambda \gg 1$  und/oder  $\psi \gg 1$  : → Schwarzer Zwerg

- ▶ Schwarze Zwerge : analog zu den Weissen Zwergen mit folgenden Unterschieden:

- $M \lesssim 0.075 M_{\odot}$
- - kann Wasserstoff enthalten
- - Coulombwechselwirkung ist wichtig,  
 $P = P_{\text{e}} + P_{\text{i}} + P_{\text{c}}$ , mit  $M \downarrow$  wird  $P_{\text{e}}$   
 weniger wichtig,  $P_{\text{c}}$  dagegen wichtiger

- ▶ Für geg. chem. Zusammensetzung  $\exists$  Masse-Radius-Beziehung mit maximalem  $R = R_{\text{cr}}$  für  $M = M_{\text{cr}}$   
 (Zapolski, H.S., Salpeter, E.E.: 1969, Astrophys. J. 158, 809)

$M > M_{\text{cr}}$  : Entartungsdruck der Elektronen dominiert  
 → Schwarze Zwerge



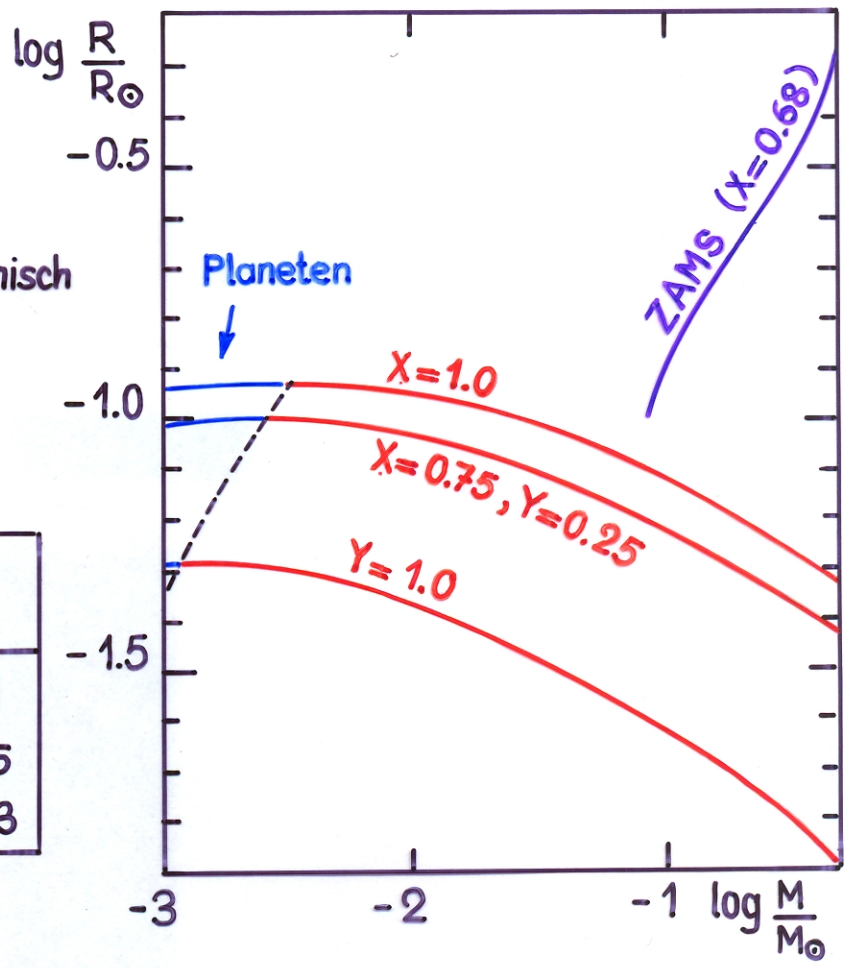
$M < M_{\text{cr}}$  : Coulombdruck dominiert → Planeten

$M \ll M_{\text{cr}}$  : Eigengravitation wird unwichtig → "Festkörper"  
 $\rho = \text{const.} \rightarrow R \sim M^{1/3}$

Ergebnis numerischer Rechnungen (Zapolski und Salpeter, 1969)

- ▶ N.B. ∃ Schwarze Zwerge (T=0) mit X > 0 und M ≥ 0.08 M<sub>⊙</sub>. Modelle mit ρ<sub>H</sub> ≈ 5 · 10<sup>4</sup> gcm<sup>-3</sup> sind thermisch instabil, da H-Brennen bei T=0 einsetzt (sog. pykno-nukleare Reaktionen)

Element	$\frac{M_{cr}}{M_{\odot}}$	$\frac{R_{cr}}{R_{\odot}}$
H (X=1)	3.16 · 10 <sup>-3</sup>	0.1171
X=0.75, Y=0.25	2.63 · 10 <sup>-3</sup>	0.1005
He (Y=1)	1.12 · 10 <sup>-3</sup>	0.0513



4. Massearme Sterne mit Massenverlust : Qualitative Übersicht

Welche Effekte können wir als Folge des Massenverlusts erwarten ?

- ▶ Sterne werden vollkonvektiv für M < M<sub>conv</sub>
  - bei langsamem Massenverlust, d.h. -Ḁ < M/τ<sub>KH</sub> → Sequenz von HR-Modellen → M<sub>conv</sub> ≈ 0.25 M<sub>⊙</sub> - 0.40 M<sub>⊙</sub>
  - bei schnellem Massenverlust : M<sub>conv</sub> = ?
- ▶ Beeinflussung der <sup>3</sup>He-Verteilung & der Energieerzeugung
  - Aufbau von <sup>3</sup>He in Gebieten wo (<sup>3</sup>He) < (<sup>3</sup>He)<sub>e</sub> und τ<sub>3</sub> < τ<sub>M</sub> = -M/Ḁ
  - <sup>3</sup>He-Konzentration bleibt "eingefroren" in radiativen Gebieten wenn τ<sub>3</sub> >> τ<sub>M</sub>
  - Umverteilung von <sup>3</sup>He durch die nach innen wandernde Grenze zur konvektiven Hülle (von innen in die Hülle)

- Stern wird chem. homogen (auch bezügl.  ${}^3\text{He}$ ) wenn  $M \leq M_{\text{conv}}$ .

► Abweichung vom thermischen Gleichgewicht (früher oder später)

sofern  $-\dot{M} > \dot{M}_{\text{crit}} \approx \frac{M}{\tau_{\text{KH}}} = \frac{RL}{GM} \approx 3 \cdot 10^{-8} M_{\odot}/a \left(\frac{M}{M_{\odot}}\right)^3$ , auf der HR  
 $M \lesssim 1 M_{\odot}$

→ wichtig für Doppelsternentwicklung: bei schnellem Massenverlust ( $-\dot{M} \gtrsim M/\tau_{\text{KH}}$ ) weicht der Radius merklich von der HR-M-R-Beziehung ab.

## 5. Reaktion von Sternen auf schnellen Massenverlust

(Qualitative Diskussion)

► Reaktion auf Massenverlust hängt entscheidend vom Entropieverlauf im Stern ab.

### a) Der Entropieverlauf in Sternen

Betrachten hier nur den einfachsten Fall: einatomiges, vollständig ionisiertes ideales Gas mit Strahlung:

► Entropie pro Masseneinheit:  $S = \frac{N_0 k}{\mu} \ln \frac{T^{5/2}}{P_G} + \frac{4}{3} \frac{aT^3}{\rho} + \text{const.}$

$P_G$  = Gasdruck,  $\mu$  = mittleres Molekulargewicht

Zusammenhang zwischen S und  $\nabla_a$ :  $\nabla = \nabla_a \rightarrow dS = 0$

$\nabla = \frac{d \ln T}{d \ln P}$  = Temperaturgradient,  $\nabla_a$  = adiabatischer Temperaturgrad.

$$dS = \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_P dT + \left(\frac{\partial S}{\partial P}\right)_T dP = 0$$

►  $\nabla_a = \left(\frac{d \ln T}{d \ln P}\right)_S = - \frac{\left(\frac{\partial \ln S}{\partial \ln P}\right)_T}{\left(\frac{\partial \ln S}{\partial \ln T}\right)_P}$

► Für ideales Gas mit Strahlung:  $\nabla_a = \frac{8-6\beta}{32-24\beta-3\beta^2}$  ;  $\beta = \frac{P_G}{P}$

kein Strahlungsdruck :  $\rightarrow P = P_G, \beta = 1 \rightarrow \nabla_a = \frac{2}{5}, \gamma = \frac{C_p}{C_v} = \frac{5}{3}$

nur Strahlungsdruck :  $\rightarrow P_G = 0, \beta = 0 \rightarrow \nabla_a = \frac{1}{4}, \gamma = \frac{4}{3}$

► Vernachlässigen im Folgenden den Strahlungsdruck (ist bei massearmen Sternen unwichtig).



Verlauf von S in einem chemisch homogenen Stern ( $\mu = \text{const.}$ )

$$\frac{d \ln S}{d \ln M_r} = \left( \frac{\partial \ln S}{\partial \ln P} \right)_T \frac{d \ln P}{d \ln M_r} + \left( \frac{\partial \ln S}{\partial \ln T} \right)_P \frac{d \ln T}{d \ln M_r} = \left( \frac{\partial \ln S}{\partial \ln P} \right)_T \frac{d \ln P}{d \ln M_r} \left[ 1 - \frac{\nabla}{\nabla_a} \right]$$

$= -\frac{N_{ok}}{\mu S}$       $= -\frac{GM_r^2}{4\pi r^4 P}$  (hydrostat. Gleichgew.)

$\rightarrow \frac{dS}{dM_r} = \frac{N_{ok}}{\mu} \frac{d \ln P}{d M_r} \left( \frac{\nabla}{\nabla_a} - 1 \right) = \frac{N_{ok}}{\mu} \frac{GM_r}{4\pi r^4 P} \left( 1 - \frac{\nabla}{\nabla_a} \right)$

Fallunterscheidung:

1) Entropieverlauf in radiativen Gebieten:  $\nabla = \nabla_r < \nabla_a$

►  $\frac{dS}{dM_r} > 0$  : Die Entropie nimmt nach aussen hin zu!

2) Entropieverlauf in Gebieten mit effektiver Konvektion:  $\nabla = \nabla_a + \epsilon$ ,  
wobei  $\epsilon \ll 1$  (typisch  $\epsilon \approx 10^{-8}$ )

►  $\frac{dS}{dM_r} = -\frac{N_{ok}}{\mu} \frac{GM_r}{4\pi r^4 P} \frac{\epsilon}{\nabla_a}$  : Die Entropie fällt nach aussen hin ab.  
Da  $\epsilon \ll 1$ , ist sie für praktische Zwecke als konstant anzusehen.

$\rightarrow \frac{dS}{dM_r} \approx 0$  : adiabatische Konvektion:  $S \approx \text{const.}$

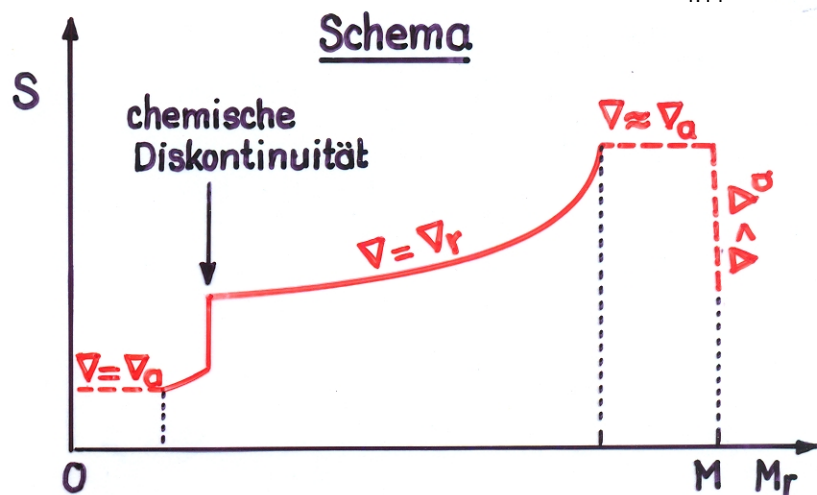
3) Entropieverlauf in Gebieten mit ineffektiver Konvektion:  $\nabla_a < \nabla < \nabla_r$

►  $\frac{dS}{dM_r} < 0$  : Die Entropie fällt nach aussen hin merklich ab.



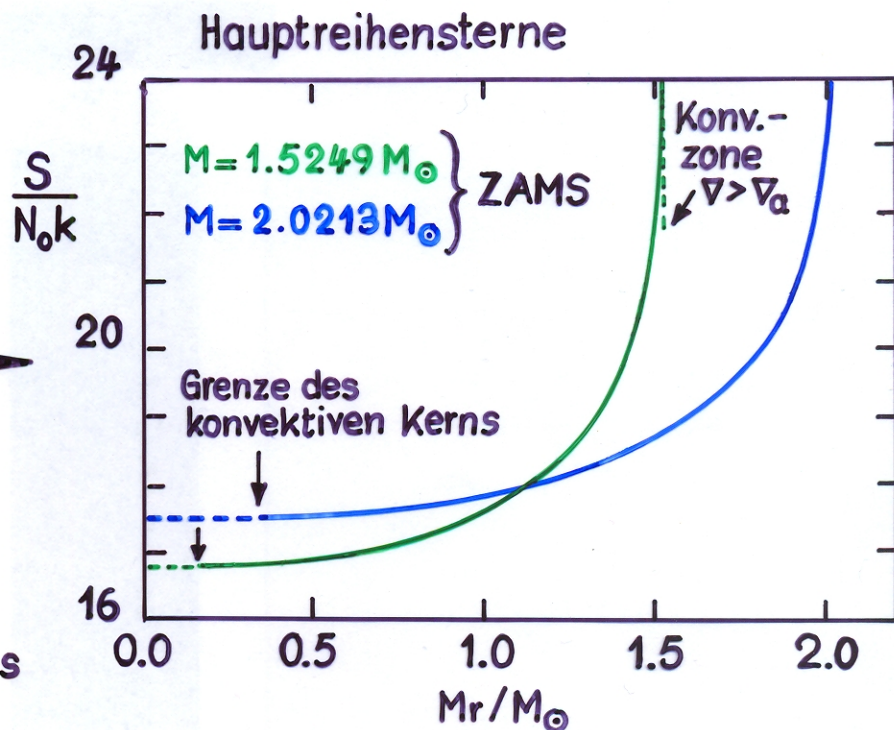
# Entropieverlauf in Sternen

- radiatives Gebiet
- - - konvektives Gebiet



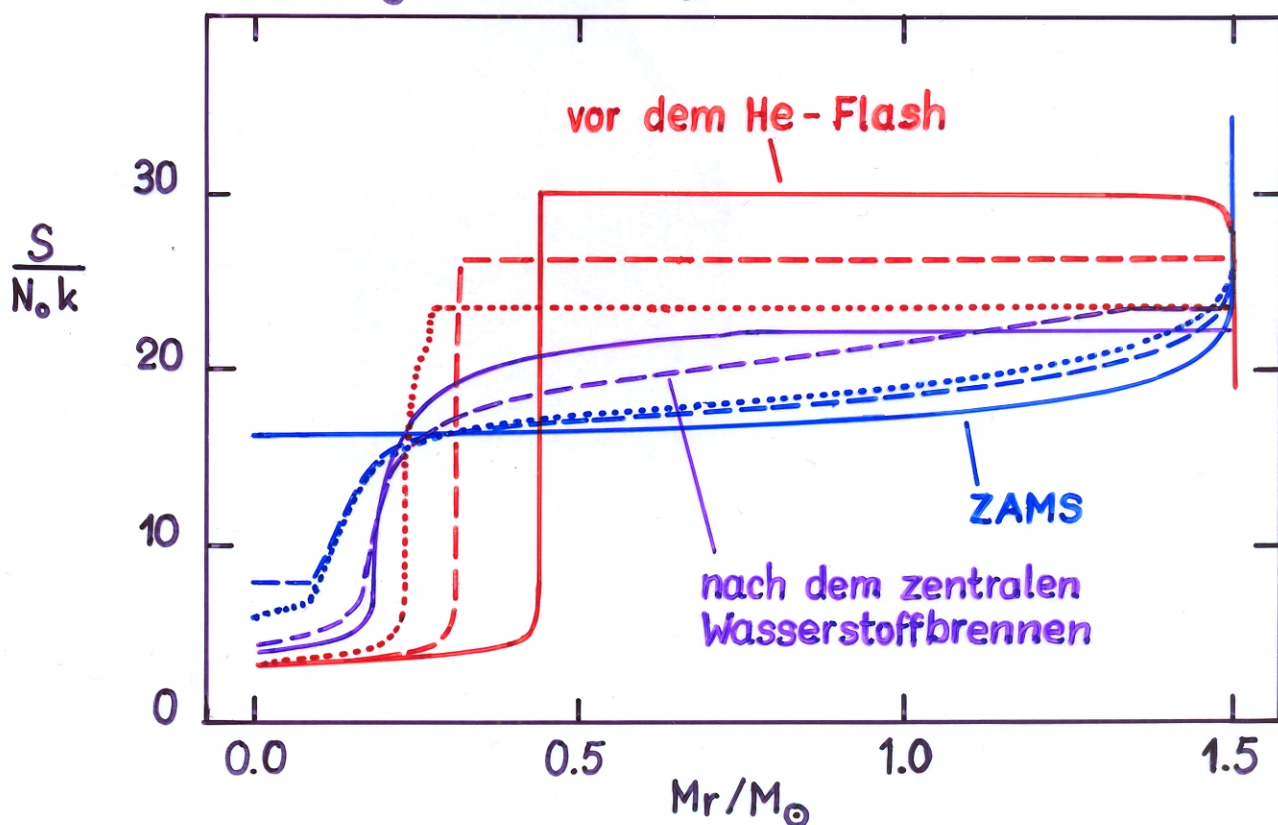
## Ergebnisse numerischer Rechnungen:

aus: Webbink, R.F.: 1985,  
in: Interacting Binaries,  
J.E. Pringle, R.A. Wade  
(eds.), CUP



aus: Hjellming, M.: 1988,  
Dissertation, Univ. Illinois

$M = 1.5 M_\odot$ ; Entwicklung des Entropieverlaufs



b) Reaktion auf schnellen Massenverlust (qualitative Diskussion)

Schneller Massenverlust:  $\tau_M = -\frac{M}{\dot{M}} \ll \tau_{th} \approx \tau_{KH} \rightarrow \frac{\partial S(M_r)}{\partial t} \approx 0$

Wenn  $\frac{\partial S(M_r)}{\partial t} = 0$  : adiabatischer Massenverlust

► **Reaktion des Sterns hängt davon ab, wie  $S_e(M_r)$  des jeweils zugehörigen Gleichgewichtsmodells, für das  $\frac{\partial S_e(M_r)}{\partial t} = 0$  ist, verläuft.**

Fallunterscheidung:

1) adiabatischer Massenverlust von Sternen mit radiativen Hüllen

(z.B. HR Sterne mit  $M \gtrsim 1.5 M_\odot$ )

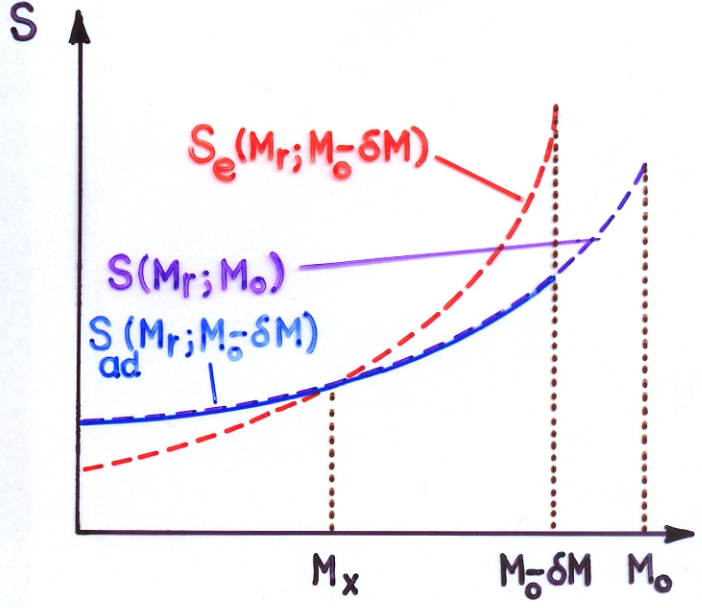
Betrachten Stern mit  $M = M_\odot - \delta M$  und vergleichen

$S_{ad}(M_r; M) = S(M_r < M; M_\odot)$  mit

$S_e(M_r; M)$

$\rightarrow M_r \gtrsim M_x : S_{ad}(M_r; M) \lesssim S_e(M_r; M)$

- für  $M_r > M_x$  : Stern ist zu kühl
- für  $M_r < M_x$  : Stern ist zu heiss



► **sofern  $M_x/M$  genügend klein: Stern ist im Mittel zu kühl → Kontraktion bei Massenverlust**

$\rightarrow \zeta_{ad} \equiv \zeta_s = \left(\frac{\partial \log R}{\partial \log M}\right)_s > 0$  : Typische Reaktion von HR Sternen, solange  $|\delta M/M_0| \ll 1$

► N.B. HR-Sterne haben im tiefen Inneren ein flaches Entropieprofil.  
 → Wenn  $|\delta M| \approx M_0$  (starker Massenverlust), reagieren sie ähnlich wie isentrope Sterne (Polytrope  $n=3/2$ ), d.h. mit  $\zeta_s < 0$ .  
 (→ Hjellming und Webbink, 1987, Astrophys. J. 318, 794 ; Hjellming, 1988, Ph. D. thesis, Univ. Illinois )

► wenn  $M_x/M$  hinreichend gross: Stern ist im Mittel zu heiss.

→  $\zeta_s < 0$

## 2) adiabatischer Massenverlust von Sternen mit einer konvektiven Hülle (und einem radiativen Kern)

Beispiele: untere HR,  $M \lesssim 1M_\odot$

Sterne in der Nähe, aber (im HRD) links von der HL

Betrachten wieder einen Stern mit  $M = M_\odot - \delta M$  und vergleichen

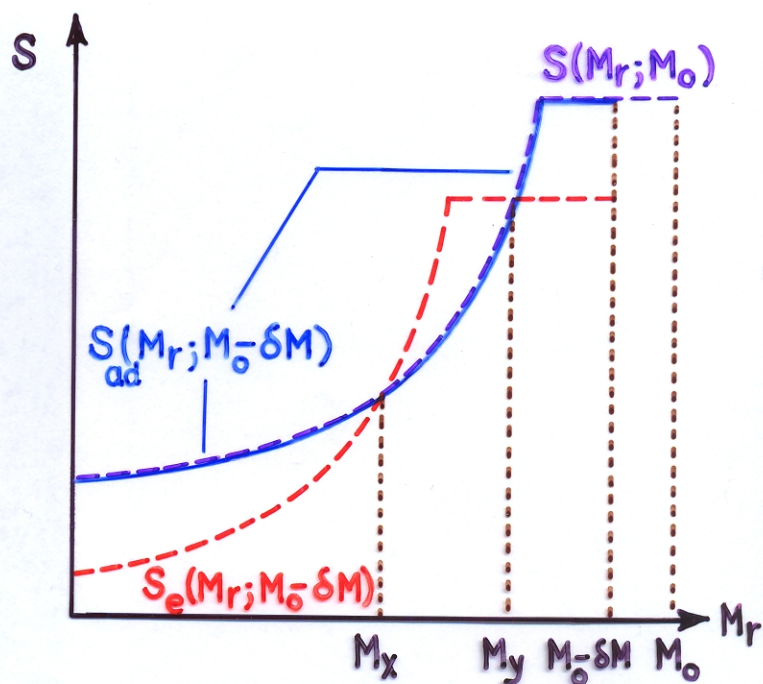
$$S_{\text{ad}}(M_r; M) = S(M_r < M; M_\odot) \text{ mit}$$

$$S_e(M_r; M)$$

→ finden typischerweise

$$\left. \begin{array}{l} \text{für } M_r < M_x \\ \text{und } M_r > M_y \end{array} \right\} S_{\text{ad}} > S_e$$

$$\text{für } M_x < M_r < M_y : S_{\text{ad}} < S_e$$



→ für  $M_r < M_x$  und  $M_r > M_y$  : der Stern ist zu heiss

für  $M_x < M_r < M_y$  : der Stern ist zu kühl

► Bei Sternen mit einer tiefen äusseren Konvektionszone dominiert der Bereich  $M_y < M_r < M$ . → Bei adiabatischem Massenverlust ist der Stern im Mittel zu heiss.

→  $\zeta_{\text{ad}} \equiv \zeta_s = \left( \frac{\partial \log R}{\partial \log M} \right)_s < 0$

→ Expansion bei Massenverlust

► Wenn  $M_{\text{conv}} \ll M$  oder  $|\delta M| > M_{\text{conv}}$  :  $\zeta_s > 0$  → Kontraktion

3) Isentrope Sterne:  $\frac{\partial S}{\partial M_r} = 0$

- vollkonvektive Sterne: in guter Näherung  $P \sim T^{5/2}$ ,  $\nabla_\alpha = \frac{2}{5} = \text{const.}$

→ Polytrope  $n = 3/2$

→  $\underline{\left(\frac{\partial \ln R}{\partial \ln M}\right)_S = -\frac{1}{3}}$

- Weisse Zwerge: vollständige Entartung →  $S \approx 0$

nicht-rel. Entartung:  $P \sim \rho^{5/3}$  → Polytrope  $n = \frac{3}{2}$

extrem rel. Entartung:  $P \sim \rho^{4/3}$  → Polytrope  $n = 3$

→  $n = 3/2 \rightarrow 3 : \left(\frac{\partial \ln R}{\partial \ln M}\right)_S = -\frac{1}{3} \rightarrow -\infty$

in jedem Fall :  $\Upsilon_S < 0$

4) Thermische Relaxation: bei Massenverlust mit endlicher Zeitskala

▶ Können Reaktion auf Massenverlust mit  $\dot{M} < 0$  auffassen als adiabatische Reaktion auf Massenverlust  $\delta M < 0$  und thermischer Relaxation über die Zeit  $\delta t = \delta M / \dot{M}$ .

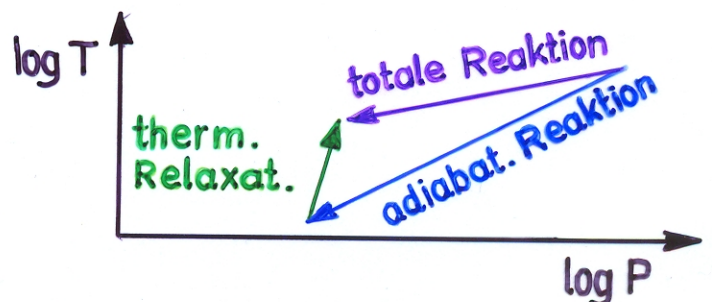
▶ adiabatischer Massenverlust: →  $S_{ad}(M_r; M) \neq S_e(M_r; M)$

→ Stern versucht  $\Delta S = S_e - S_{ad}$  abzubauen:

→ thermische Relaxation → Energieerzeugung

$\epsilon_g(M_r) = -T(M_r) \frac{\partial S(M_r)}{\partial t}$

▶ Reaktion eines Sterns durch thermische Relaxation verläuft im wesentl. mit umgekehrtem Vorzeichen zur adiabatischen Reaktion, also:



### adiabatische Reaktion

Expansion  
Kontraktion

### thermische Relaxation

→ Kontraktion  
→ Expansion

#### Sterne mit radiativen Hüllen:

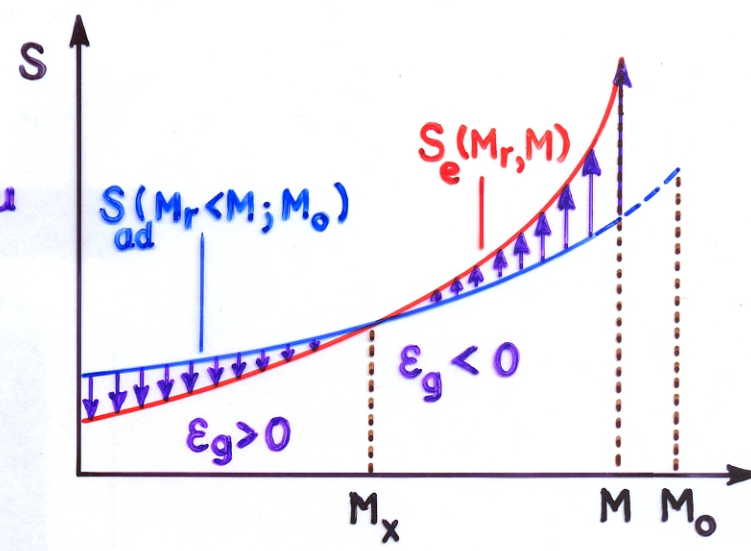
$$M_r < M_x : S_{ad} > S_e \rightarrow \frac{\partial S}{\partial t} < 0$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \epsilon_g > 0 \\ \int_0^{M_x} \epsilon_g dM_r = L_+ > 0 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \text{Stern ist zu} \\ \text{heiss und} \\ \text{kühlt ab} \end{array} \right\}$$

→ Tendenz zur Kontraktion

$$M_x < M_r < M : S_{ad} < S_e \rightarrow \frac{\partial S}{\partial t} > 0$$

$$\begin{aligned} \rightarrow \epsilon_g < 0 \\ \int_{M_x}^M \epsilon_g dM_r = L_- < 0 \end{aligned} \left. \begin{array}{l} \text{Stern ist zu kühl und} \\ \text{heizt sich auf} \end{array} \right\} \rightarrow \text{Tendenz zur Expansion}$$



#### Sterne mit konvektiven Hüllen:

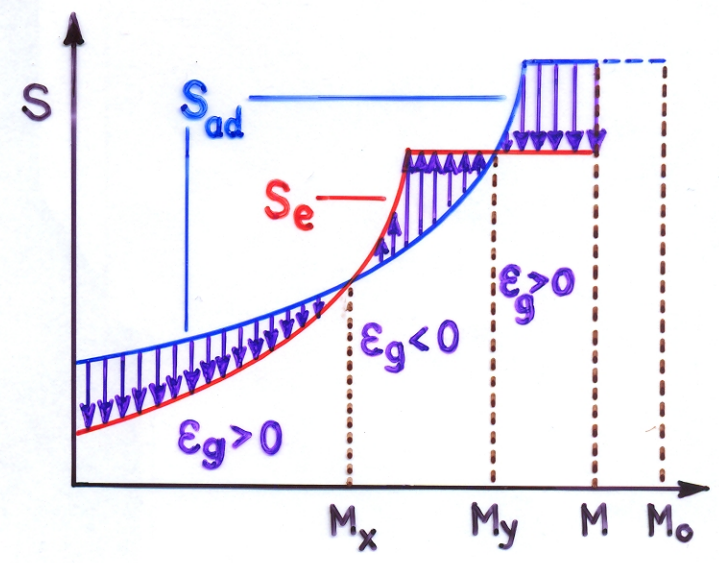
$$\left. \begin{array}{l} M_r < M_x \\ M_r > M_y \end{array} \right\} S_{ad} > S_e \rightarrow \frac{\partial S}{\partial t} < 0$$

$$\epsilon_g > 0$$

$$\int_0^{M_x} \epsilon_g dM_r + \int_{M_y}^M \epsilon_g dM_r = L_+ > 0$$

→ Stern ist zu heiss und kühlt ab  
→ Tendenz zur Kontraktion

$$\left. \begin{array}{l} M_x < M_r < M_y : S_{ad} < S_e \rightarrow \frac{\partial S}{\partial t} > 0 \rightarrow \epsilon_g < 0 \\ \int_{M_x}^{M_y} \epsilon_g dM_r = L_- < 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{Stern ist zu kühl und} \\ \text{heizt sich auf} \\ \rightarrow \text{Tendenz zur Expansion} \end{array}$$

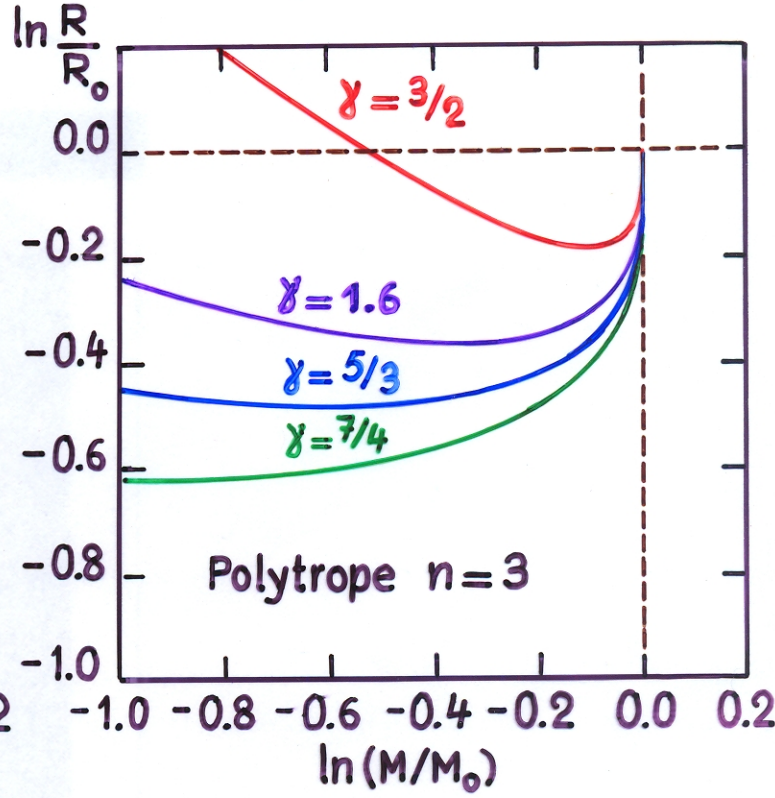
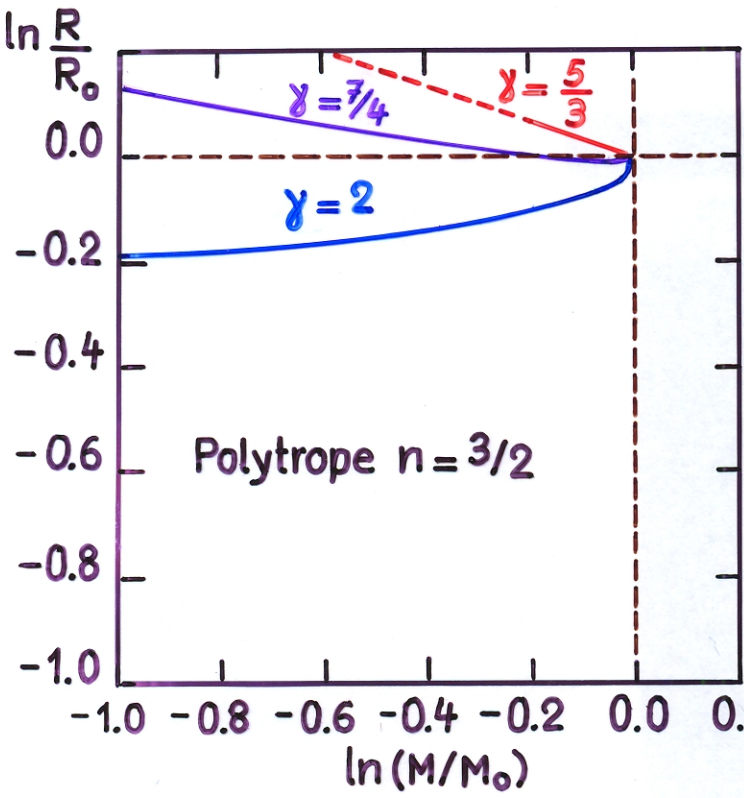


► Fazit: wenn  $L_g = L_+ + L_-$   $\left\{ \begin{array}{l} > 0 : \text{Stern im Mittel zu heiss} \\ \rightarrow \text{Kontraktion} \\ < 0 : \text{Stern im Mittel zu kühl} \\ \rightarrow \text{Expansion} \end{array} \right.$

# 6. Adiabatischer Massenverlust, $\zeta_s$ und $\zeta_e$ : Ergebnisse numerischer Rechnungen

## 6.1 Adiabatische Reaktion von Polytropen

a) Polytrope mit Druckschichtung  $P \sim \rho^{1+\frac{1}{n}}$  und einer Zustandsgleichung mit Adiabatenexponent  $\gamma = \frac{c_p}{c_v} \geq 1 + \frac{1}{n}$ .

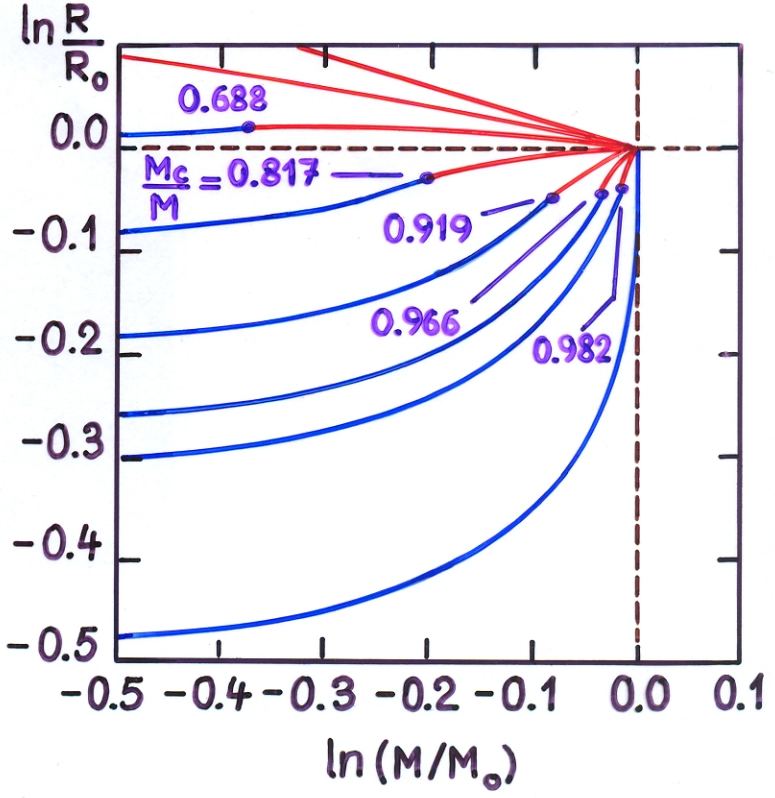


b) Zusammengesetzte Polytrope

$$\left. \begin{array}{l} 0 < M_r < M_c: n = 3 \\ M_c < M_r < M_0: n = 3/2 \end{array} \right\} \gamma = \frac{5}{3}$$

$\hat{=}$  Stern mit  
**radiativem Zentralgebiet**  
 und  
**konvektiver Hülle**

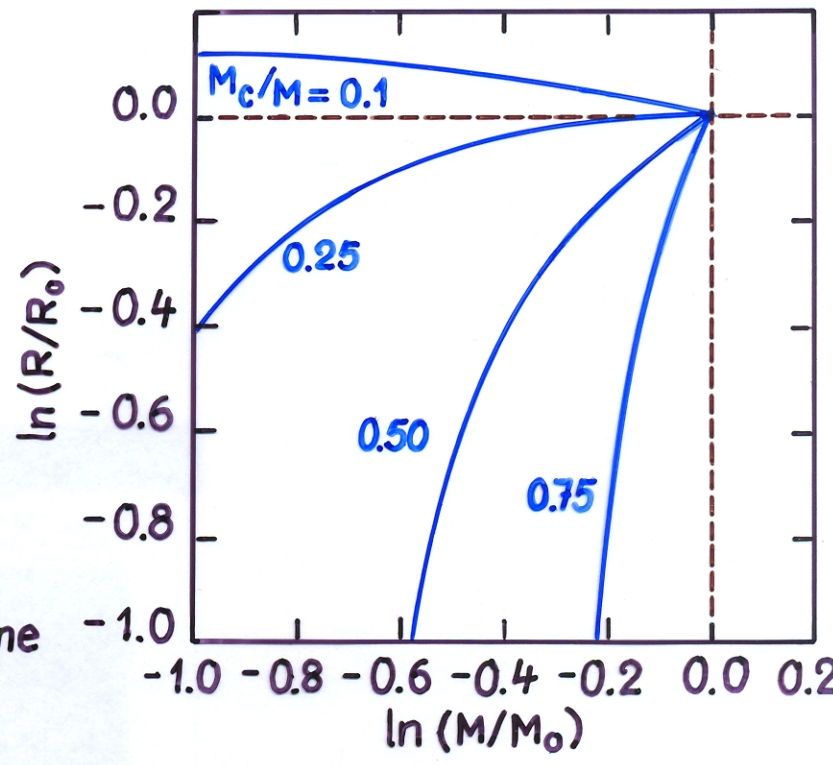
$\rightarrow$  Approximation für die untere Hauptreihe!



### c) Polytrope mit zentraler Punktmasse

zentrale Punktmasse  $M_c$ ,  
 polytrope Hülle  
 $M_c < M_r \leq M$  mit  
 $n = 3/2$  und  $\gamma = 5/3$ .

→ Approximation für Sterne mit einem entarteten Zentralgebiet der rel. Masse  $M_c/M$  und einer konvektiven Hülle, d.h. für Riesen und AGB-Sterne an der Hayashi-Linie.



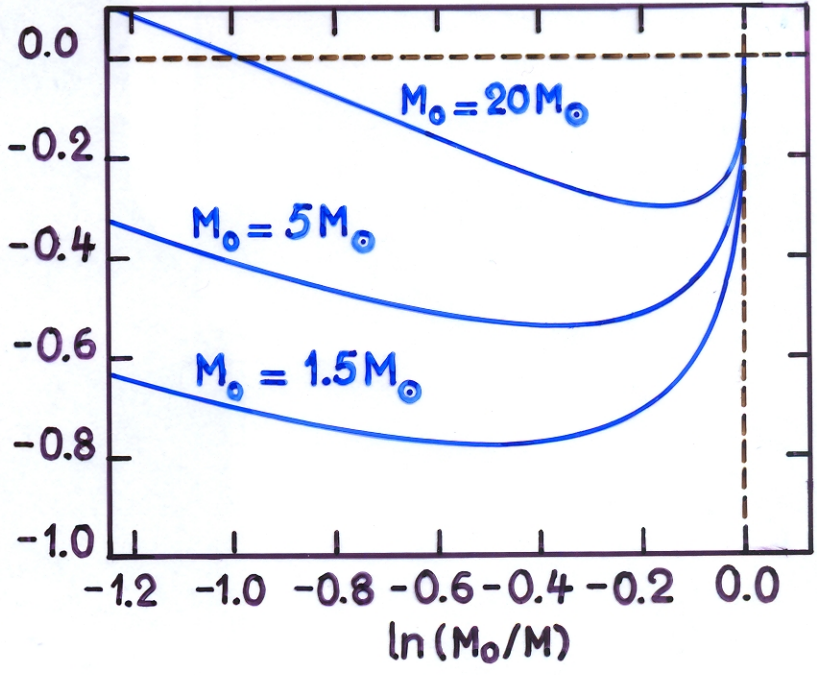
## 6.2 Adiabatische Reaktion von realistischen Sternmodellen

a) Sterne auf der oberen Hauptreihe ( $M \gtrsim 1.5 M_\odot$ )

ZAMS-Modelle

Man beachte:

- ▶ starke Kontraktion bei Massenverlust, d.h.  $\zeta_s \gg 1$ , wenn  $|\delta M/M| \ll 1$ .
- ▶ Expansion bei starkem Massenverlust, d.h.  $\zeta_s < 0$ . Grund: Flaches Entropieprofil im tiefen Inneren und ein konvektives Zentralgebiet.

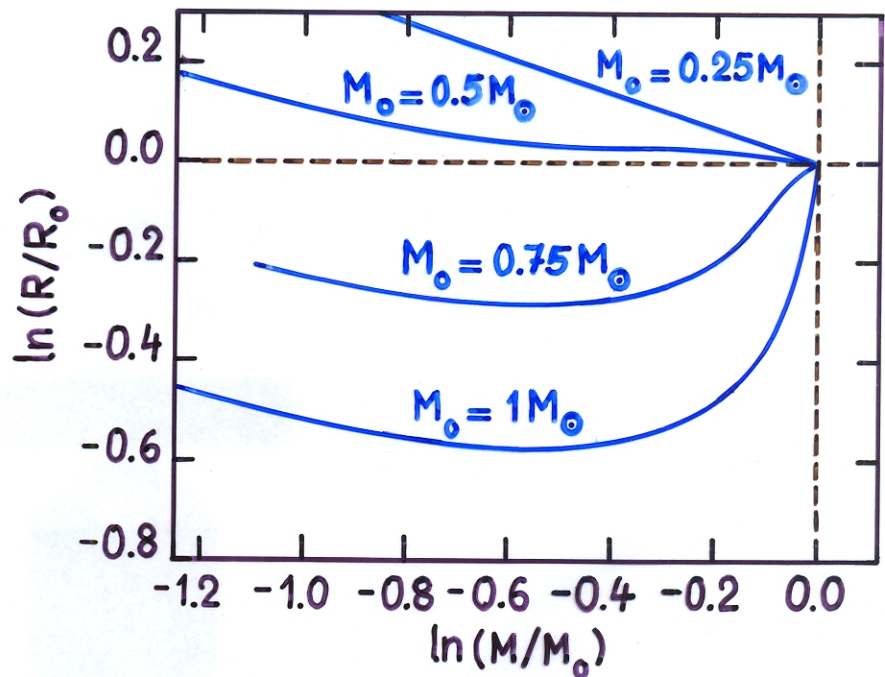


b) Sterne auf der unteren Hauptreihe ( $M \approx 1M_{\odot}$ )

## ZAMS - Modelle

Man beachte:

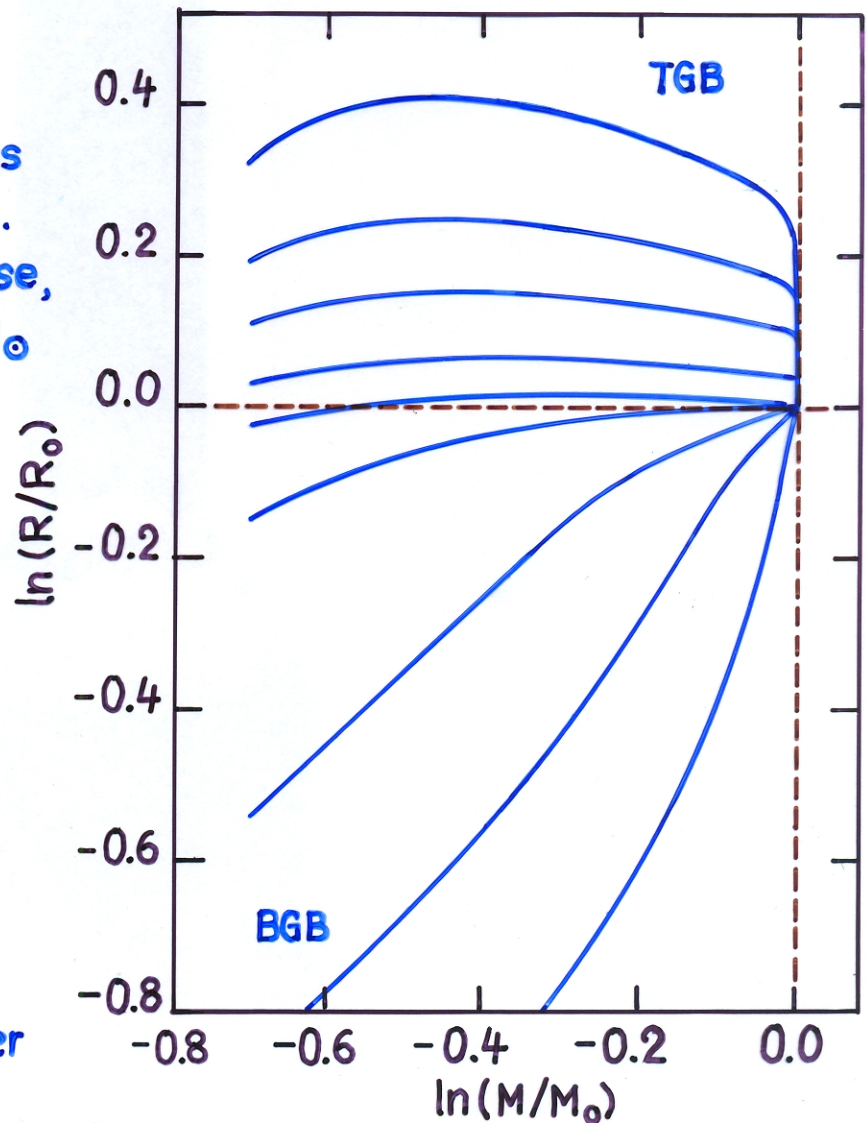
- ▶ Sterne mit  $M_0 \lesssim 0.5M_{\odot}$  sind vorwiegend konvektiv geschichtet.  
 $\rightarrow \zeta_s < 0$
- ▶ Sterne mit  $M_0 \gtrsim 0.7M_{\odot}$  sind vorwiegend radiativ geschichtet.  
 $\rightarrow \zeta_s > 0$

c) Riesen ( $M \approx 2M_{\odot}$ )

BGB  $\hat{=}$  unteres Ende des Riesenasts, d.h. kleine Kernmasse,  $M_c \approx 0.15-0.20 M_{\odot}$

TGB  $\hat{=}$  oberes Ende des Riesenasts, d.h. Kernmassen  $M_c \approx 0.45 M_{\odot}$ , kurz vor dem Helium-Flash.

- ▶  $\zeta_s \ll 0$  für  $|\delta M/M_0| \ll 1$  bei den TGB-Modellen wegen ausgedehnten überadiabatischen Konvektionszonen an der Oberfläche.



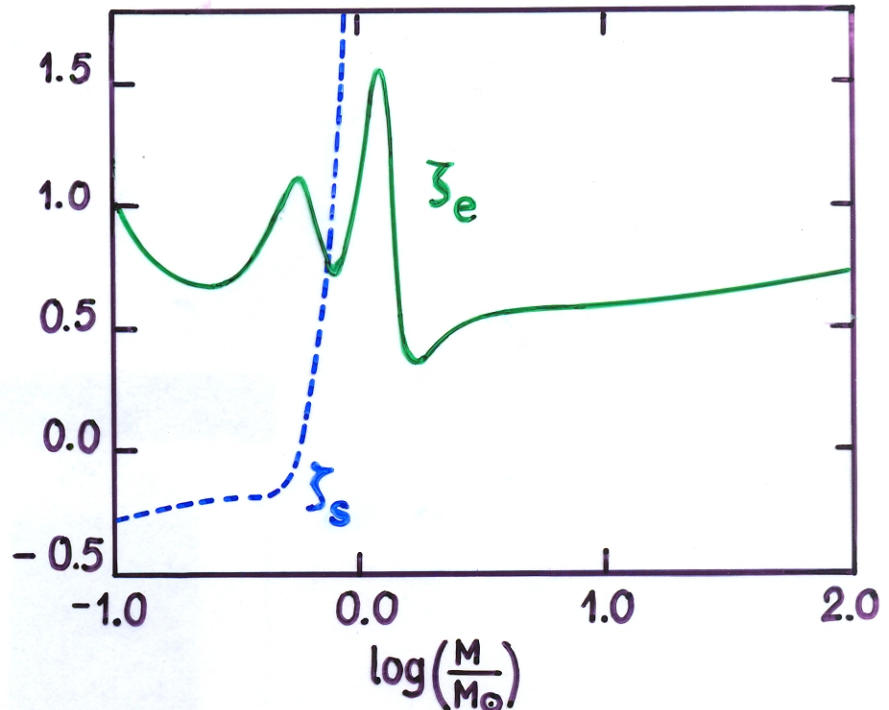


### 6.3 Adiabatischer und thermischer Gleichgewichts- Masse-Radius-Exponent

#### a) Hauptreihensterne

##### ZAMS-Modelle

- ▶  $\zeta_s$  stark positiv bei überwiegend radiativ geschichteten Sternen, d.h.  $M \gtrsim 1M_\odot$ .
- $\zeta_s < 0$  bei Sternen mit tiefer konvektiver Hülle, d.h.  $M \lesssim 0.6M_\odot$



- ▶  $\zeta_e > 0 \forall M$ ;
- $\zeta_e$ : gewöhnlicher HR Masse-Radius-Exponent (Tout, C.A., et al. 1996, MNRAS 281, 257)

#### b) Riesen

Approximation: Polytrope  $n = 3/2$  mit  $\gamma = 5/3$  und zentraler Punktmasse  $M_c$ .

- ▶  $\zeta_s$  ist nur eine Funktion von  $M_c/M$ .

$$\zeta_s \rightarrow -1/3 \text{ für } \frac{M_c}{M} \rightarrow 0$$

$$\zeta_s > 0 \text{ für } \frac{M_c}{M} \gtrsim 0.2$$

zu  $\zeta_e$ :

Für Riesen an der Hayashi-Linie, für die ausserdem  $d \log L / d \log M = 0$ , ist

- ▶  $\zeta_e = \frac{2b}{a} \approx -0.2 \dots -0.3$

wenn  $\log L = a \log T_{\text{eff}} + b \log M + c$  die Gleichung der Hayashi-Linie im HRD ist.

