

宇宙の大規模構造

小松英一郎

(テキサス宇宙論センター, テキサス大学オースティン校)

理論コロキウム, 国立天文台, 2011年7月20日

参考文献

- M. Takada, EK & T. Futamase, PRD, 73, 083520 (2006)
- D. Jeong & EK, ApJ, 651, 619 (2006)
- E. Sefusatti & EK, PRD, 76, 083004 (2007)
- D. Jeong & EK, ApJ, 691, 569 (2009)
- M. Shoji, D. Jeong & EK, ApJ, 693, 1404 (2009)
- D. Jeong & EK, ApJ, 703, 1230 (2009)

宇宙の標準模型

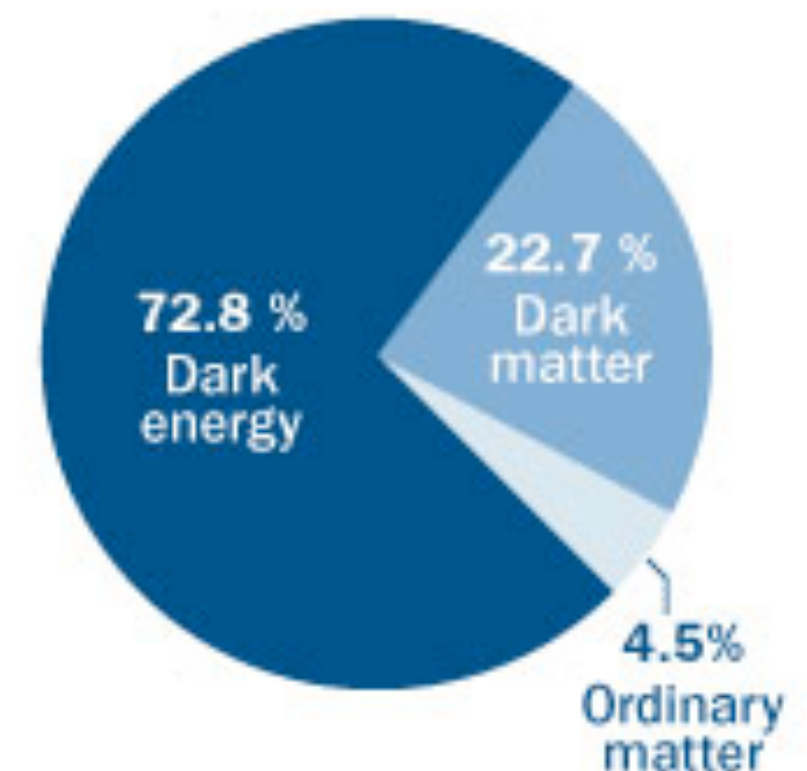
- 水素, ヘリウム = 4.58% ($\pm 0.16\%$)
- 暗黒物質 = 22.9% ($\pm 1.5\%$)
- 暗黒エネルギー = 72.5% ($\pm 1.6\%$)
- $H_0 = 70.2 \pm 1.4$ km/s/Mpc
- 宇宙年齢 = 137.6億年 (± 1.1 億年)

Universal Stats

Age of the universe today
13.75 billion years

Age of the cosmos at
time of reionization
457 million years

Universe composition



*“ScienceNews” article on
the WMAP 7-year results*

宇宙論: 次の10年?

- Astro2010: Astronomy & Astrophysics Decadal Survey
 - “*Cosmology and Fundamental Physics*”小委員会の報告
(Panel Report, Page T-3):

TABLE I Summary of Science Frontiers Panels' Findings

Panel		Science Questions
Cosmology and Fundamental Physics	CFP 1	How Did the Universe Begin?
	CFP 2	Why Is the Universe Accelerating?
	CFP 3	What Is Dark Matter?
	CFP 4	What Are the Properties of Neutrinos?

宇宙論: 次の10年?

- Astro2010: Astronomy & Astrophysics Decadal Survey
 - “Cosmology and Fundamental Physics”小委員会の報告の意訳:

TABLE I Summary of Science Frontiers Panels' Findings

Panel		Science Questions	
Cosmology and Fundamental Physics	CFP 1	How Did the U	インフレーションの物理
	CFP 2	Why Is the Un	暗黒エネルギー
	CFP 3	What Is Dark l	暗黒物質
	CFP 4	What Are the l	ニュートリノ質量

宇宙論: 次の10年?

- Astro2010: Astronomy & Astrophysics Decadal Survey

宇宙の大規模構造の観測は、
これらの問題の理解を進める
のに大きな役割を果たす！

の物理

Fundamental Physics

CFP 2

Why Is the Un

暗黒エネルギー

CFP 3

What Is Dark l

暗黒物質

CFP 4

What Are the l

ニュートリノ質量

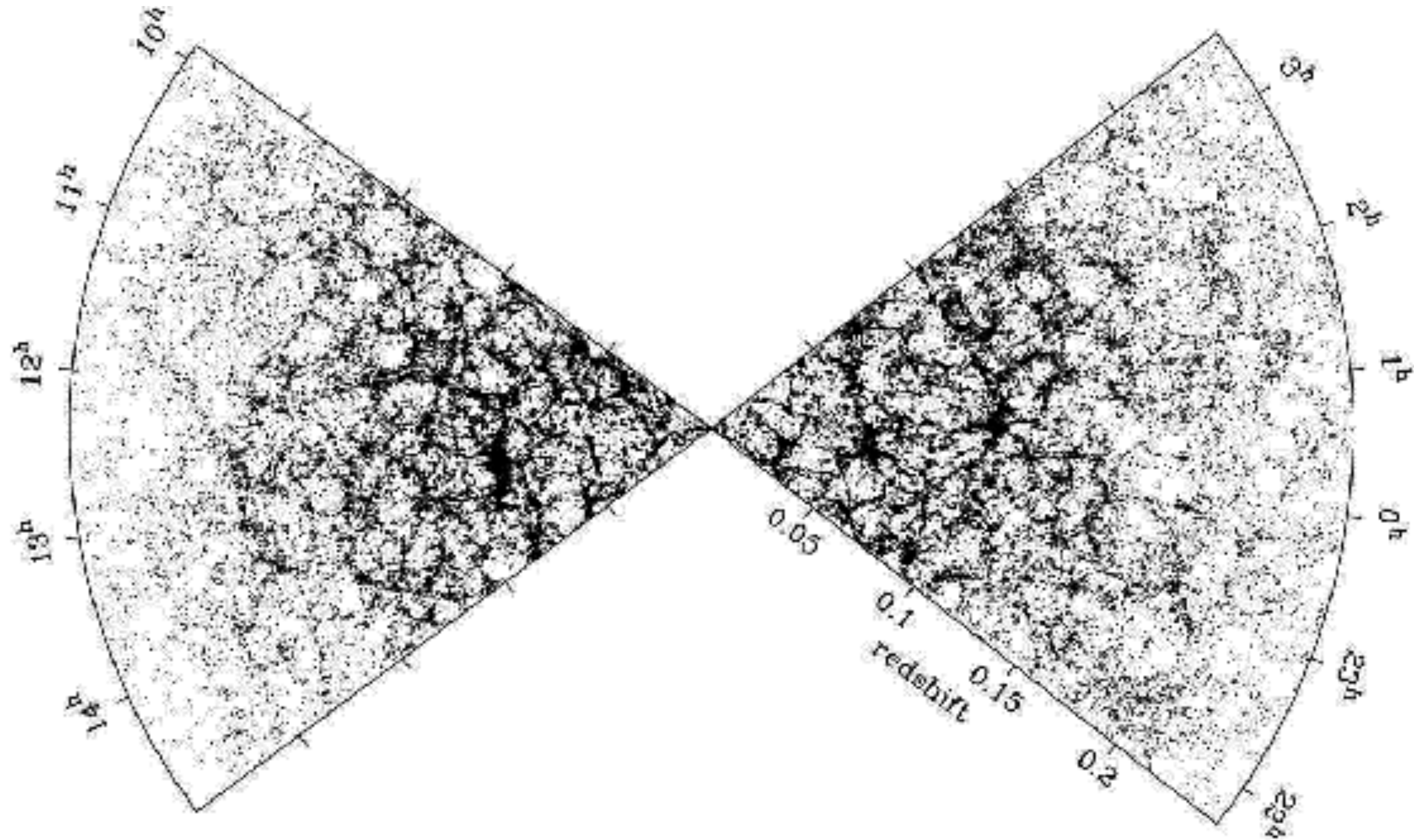
宇宙の大規模構造の観測

- 銀河サーベイ (SDSSなど)
 - 銀河をテスト粒子として使う
- 重力レンズ
- 銀河団
- ガス雲 (ライマン α の吸収線など)

宇宙の大規模構造の観測

- **銀河サーベイ** (SDSSなど)
 - 銀河をテスト粒子として使う
- 重力レンズ
- 銀河団
- ガス雲 (ライマン α の吸収線など)

2dF銀河サーベイ



- このようなデータを、どう理解すれば良いか？

観測量

- 基本観測量は、無次元密度揺らぎ δ
- $\delta = (n - \langle n \rangle) / \langle n \rangle$ [ここで n は銀河の個数密度]
- これを、天球座標と赤方偏移の関数として測定する。つまり $\delta = \delta(\text{RA}, \text{DEC}, z)$
- 密度揺らぎは、「等赤方偏移面」で測定されている事に注意

まず手始めに

- 観測された δ が、物質密度の揺らぎと等しいと仮定してみよう。つまり $\delta = (\rho - \langle \rho \rangle) / \langle \rho \rangle$
- この仮定はほとんどの場合で正しくないので、後ほど補正する

線形摂動理論

- 見通しを良くするため、トムソン散乱による光子とバリオンの相互作用を無視して、重力相互作用のみを考える。

- メトリックは（ニュートンゲージで）

$$ds^2 = -[1 + 2\Psi(t, \vec{x})]dt^2 + a^2(t)[1 + 2\Phi(t, \vec{x})]d\vec{x} \cdot d\vec{x}$$

- 一般相対論より導かれる δ の方程式系は...

解くべき方程式

- 連続の式 (質量保存の式)

$$\dot{\delta} = -\frac{1}{a}\nabla \cdot \vec{V} - 3\dot{\Phi}$$

- オイラーの式 (運動量保存の式)

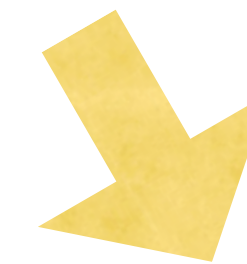
$$\dot{\vec{V}} = -\frac{\dot{a}}{a}\vec{V} - \frac{1}{a}\vec{\nabla}\Psi$$

- アインシュタイン方程式 (“ポアソン方程式”)

$$\nabla^2\Phi = 4\pi G a^2 \bar{\rho} \left(\delta - 3\dot{a}\nabla^{-2}\vec{\nabla} \cdot \vec{V} \right)$$
$$\Psi = -\Phi$$

解

- 放射優勢期 ($z \gg 3000$)
 - $\Psi = \text{一定}$ (地平線の外側); Ψ は減衰 (地平線の内側)
- 物質優勢期 ($1 \ll z \ll 3000$)
 - $\Psi = \text{一定}$ (全スケール)
- 暗黒エネルギー優勢期
 - Ψ は減衰 (全スケール)

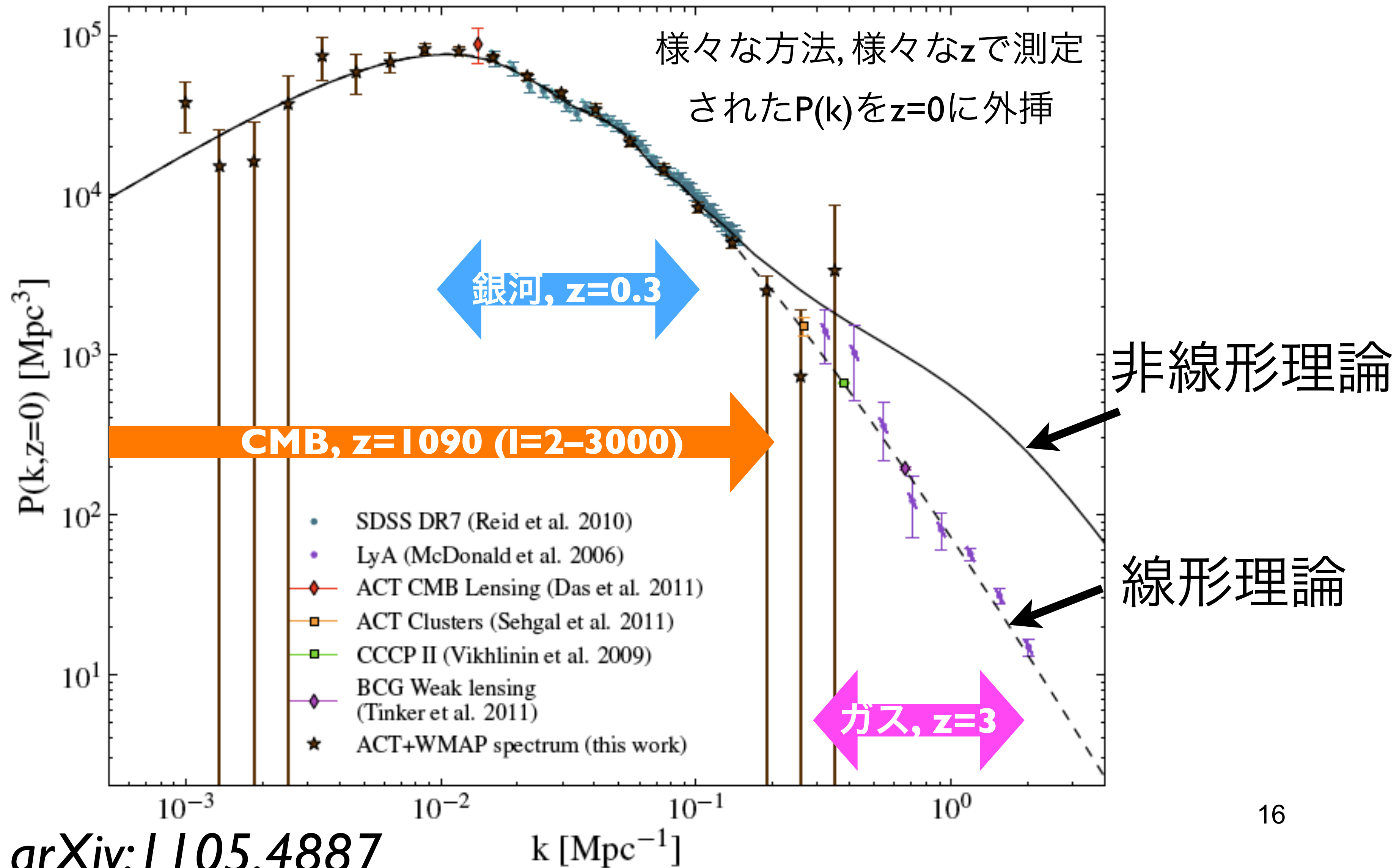


**特徴的なスケールを
与える!**

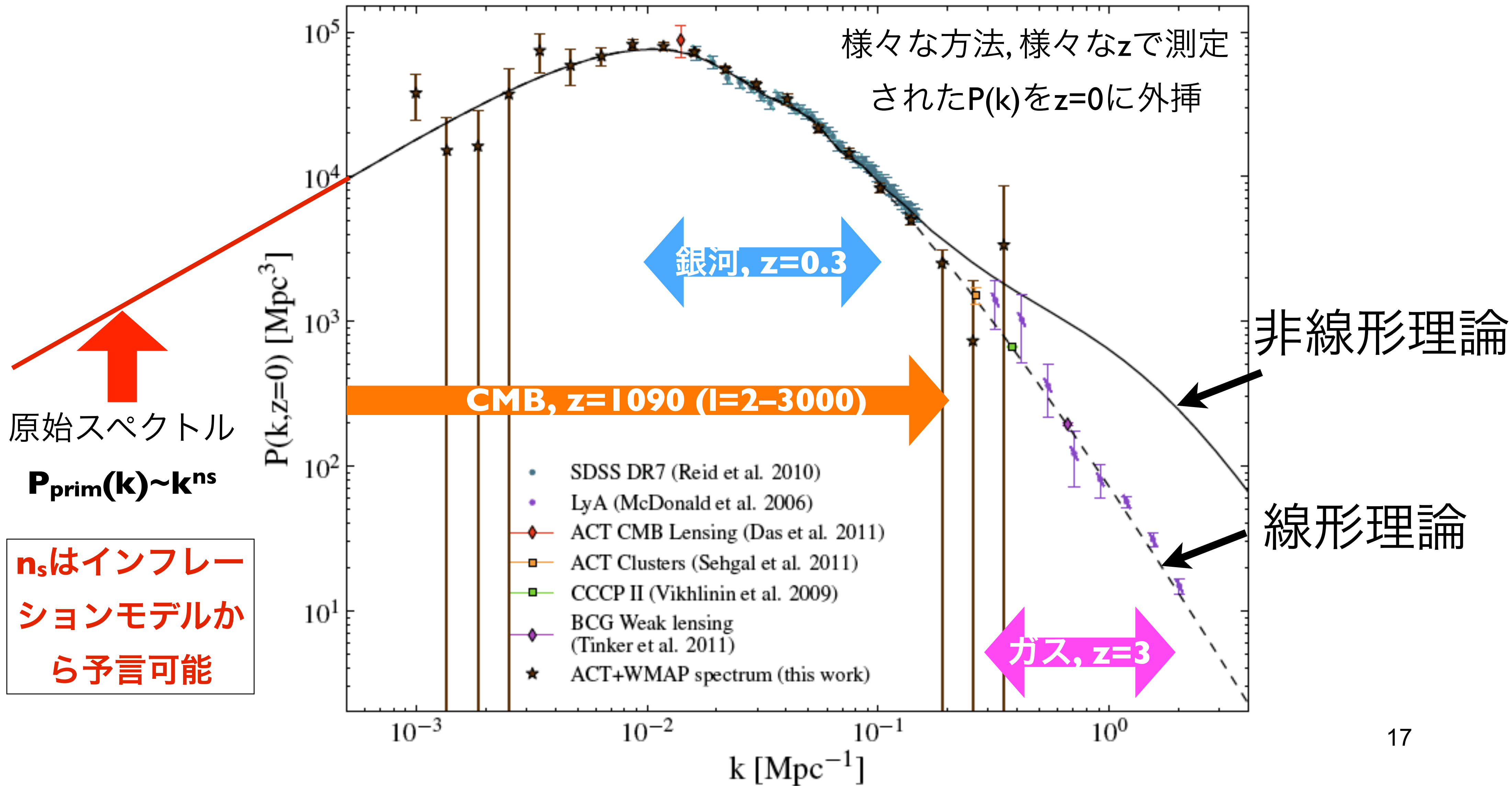
パワースペクトル, $P(k)$

- 密度揺らぎをフーリエ変換して、そのフーリエ係数を2乗する。
- $P(k) = \langle |\delta_k|^2 \rangle$
- 観測可能量！

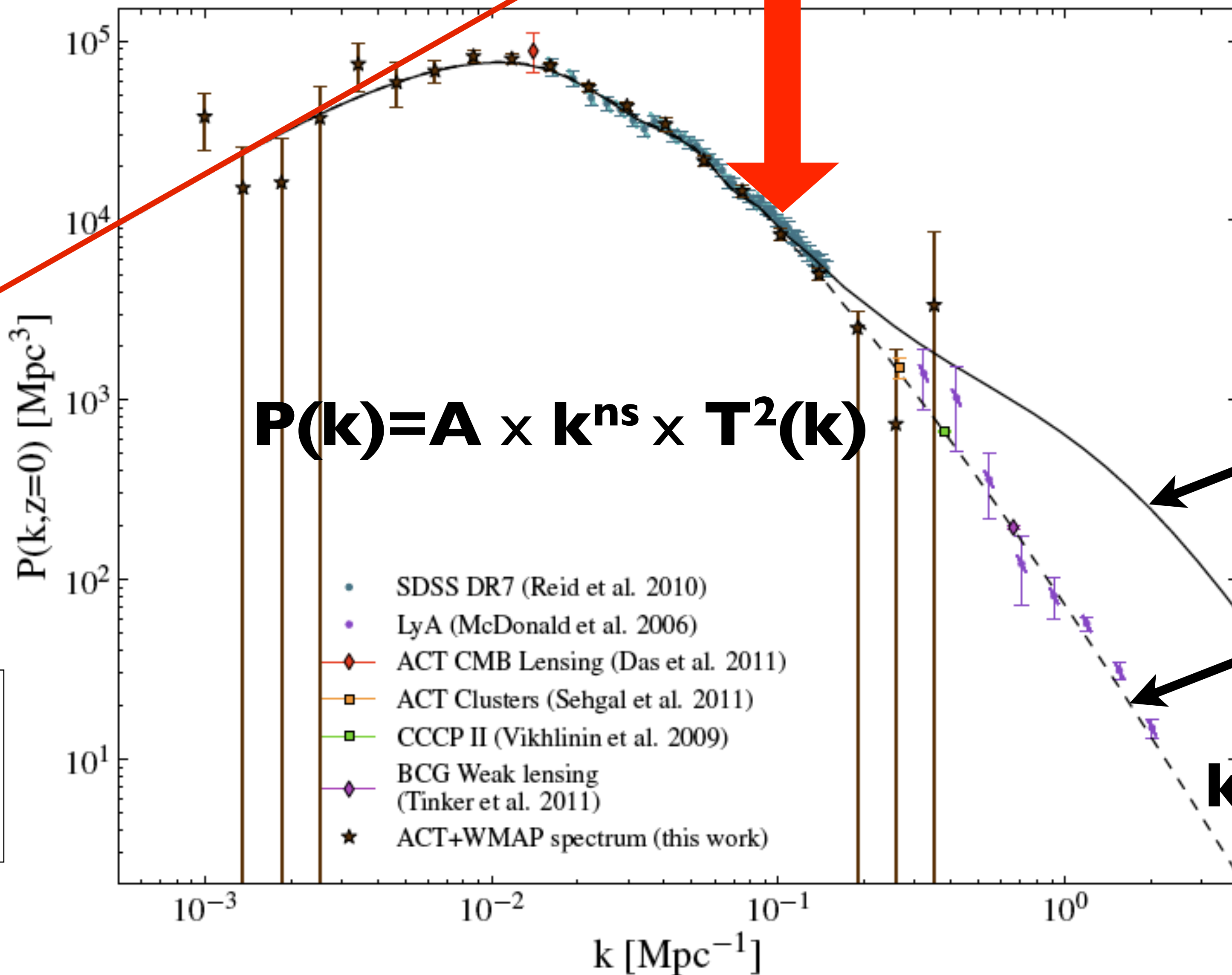
パワースペクトルの形



パワースペクトルの形



T(k): 放射優勢時代にΨが減衰する事によるP(k)の折れ曲がり



原始スペクトル

$P_{\text{prim}}(k) \sim k^{n_s}$

n_s はインフレーションモデルから
予言可能

非線形理論

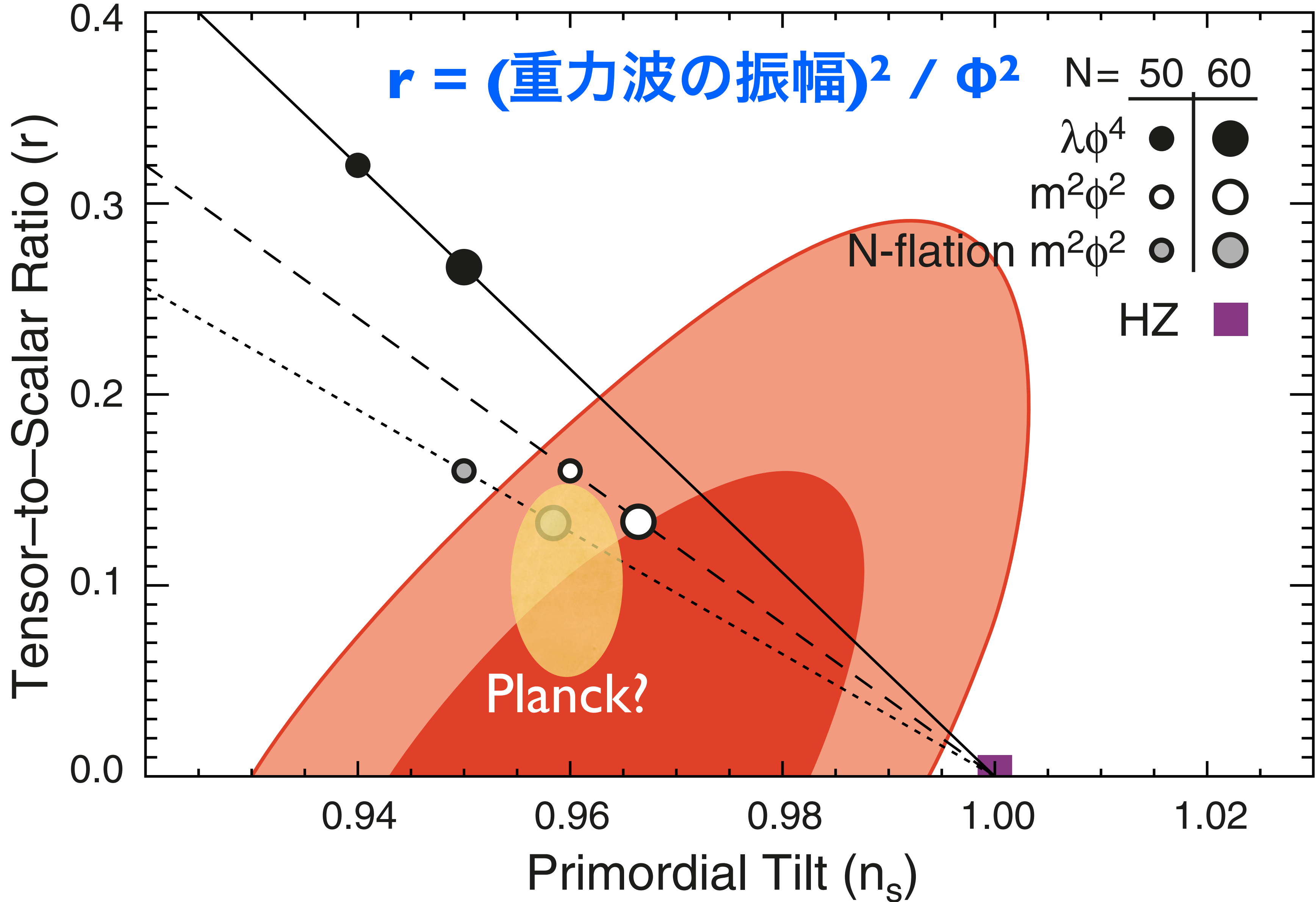
線形理論

$k^{n_s} (\ln k)^2 / k^4$

n_s の値

- 現在の n_s の観測値は
 - **$n_s=0.968\pm0.012$** (68%CL; Komatsu et al. 2011)
 - 制限の大部分はWMAPのデータから来ている
- プランクのデータを使えば、誤差は1/4程度になる
予定

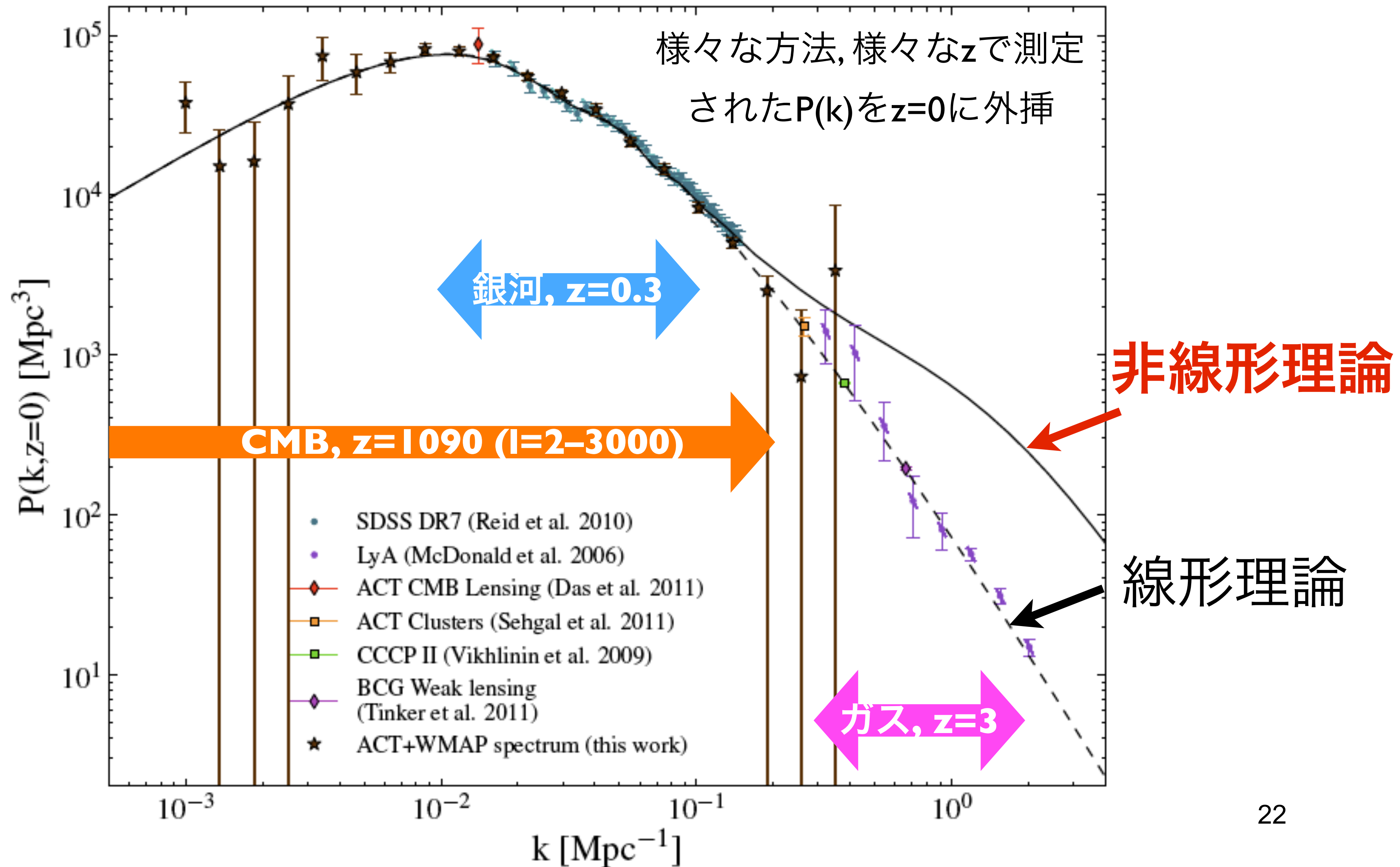
インフレーションモデルを制限する



大規模構造の果たす役割

- CMBのデータでは、 $k=0.2 \text{ Mpc}^{-1}$ ($l=3000$)よりも小さなスケールのスペクトルを測定する事ができない
- より小さなスケールを見るには、大規模構造のデータが必要！
- しかし、それには非線形領域を理解せねばならない。

パワースペクトルの形



非線形摂動論

- 小さなスケールを問題にするので一般相対論的な効果は無視し、ニュートン力学のみ用いる。

解くべきは3つの方程式

- バリオンの圧力が無視できるような大きなスケールのみ考える。
- 粒子のシェルクロッシングは無視する。すなわち、粒子の速度場は回転を持たない: $\text{rot}V=0$.

- 解くべき方程式は、
$$\dot{\delta} + \nabla \cdot [(1 + \delta)\mathbf{v}] = 0$$

$$\dot{\mathbf{v}} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\dot{a}}{a} \mathbf{v} - \nabla \phi$$

$$\nabla^2 \phi = 4\pi G a^2 \bar{\rho} \delta$$

フーリエ変換すると、

$$\begin{aligned} & \dot{\delta}(\mathbf{k}, \tau) + \theta(\mathbf{k}, \tau) \\ = & - \int \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3} \int d^3 k_2 \delta_D(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}) \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_1}{k_1^2} \delta(\mathbf{k}_2, \tau) \theta(\mathbf{k}_1, \tau), \\ & \dot{\theta}(\mathbf{k}, \tau) + \frac{\dot{a}}{a} \theta(\mathbf{k}, \tau) + \frac{3\dot{a}^2}{2a^2} \Omega_m(\tau) \delta(\mathbf{k}, \tau) \\ = & - \int \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3} \int d^3 k_2 \delta_D(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}) \frac{k^2 (\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2)}{2k_1^2 k_2^2} \theta(\mathbf{k}_1, \tau) \theta(\mathbf{k}_2, \tau) \end{aligned}$$

- ここで、 $\theta = \nabla \cdot \mathbf{v}$ は速度場の発散。

δ_1 に関してテイラー展開

- δ_1 は 1 次の摂動 (線形摂動)

$$\delta(\mathbf{k}, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} a^n(\tau) \int \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^3} \cdots \frac{d^3 q_{n-1}}{(2\pi)^3} \int d^3 q_n \delta_D\left(\sum_{i=1}^n \mathbf{q}_i - \mathbf{k}\right) F_n(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \cdots, \mathbf{q}_n) \delta_1(\mathbf{q}_1) \cdots \delta_1(\mathbf{q}_n),$$

$$\theta(\mathbf{k}, \tau) = - \sum_{n=1}^{\infty} \dot{a}(\tau) a^{n-1}(\tau) \int \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^3} \cdots \frac{d^3 q_{n-1}}{(2\pi)^3} \int d^3 q_n \delta_D\left(\sum_{i=1}^n \mathbf{q}_i - \mathbf{k}\right) G_n(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \cdots, \mathbf{q}_n) \delta_1(\mathbf{q}_1) \cdots \delta_1(\mathbf{q}_n)$$

3 次の項(δ_1^3)までキープ

- $\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$ と書く。ここで $\delta_2 = O(\delta_1^2)$, $\delta_3 = O(\delta_1^3)$.
- パワースペクトル, $P(\mathbf{k}) = \mathbf{P}_L(\mathbf{k}) + \mathbf{P}_{22}(\mathbf{k}) + 2\mathbf{P}_{13}(\mathbf{k})$, は以下のようにオーダー毎に分割して書く。

$$\begin{aligned} & (2\pi)^3 P(\mathbf{k}) \delta_D(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \\ & \equiv \langle \delta(\mathbf{k}, \tau) \delta(\mathbf{k}', \tau) \rangle \\ & = \underbrace{\langle \delta_1(\mathbf{k}, \tau) \delta_1(\mathbf{k}', \tau) \rangle}_{\mathbf{P}_L} + \underbrace{\langle \delta_2(\mathbf{k}, \tau) \delta_1(\mathbf{k}', \tau) + \delta_1(\mathbf{k}, \tau) \delta_2(\mathbf{k}', \tau) \rangle}_{\text{Odd powers in } \delta_1 \text{ vanish (Gaussianity)}} \\ & \quad + \underbrace{\langle \delta_1(\mathbf{k}, \tau) \delta_3(\mathbf{k}', \tau) + \delta_2(\mathbf{k}, \tau) \delta_2(\mathbf{k}', \tau) + \delta_3(\mathbf{k}, \tau) \delta_1(\mathbf{k}', \tau) \rangle}_{\mathbf{P}_{13} \quad \mathbf{P}_{22} \quad \mathbf{P}_{13}} \\ & \quad + O(\delta_1^6) \end{aligned}$$

Vishniac (1983); Fry (1984); Goroff et al. (1986); Suto&Sasaki (1991);
Makino et al. (1992); Jain&Bertschinger (1994); Scoccimarro&Frieman (1996)

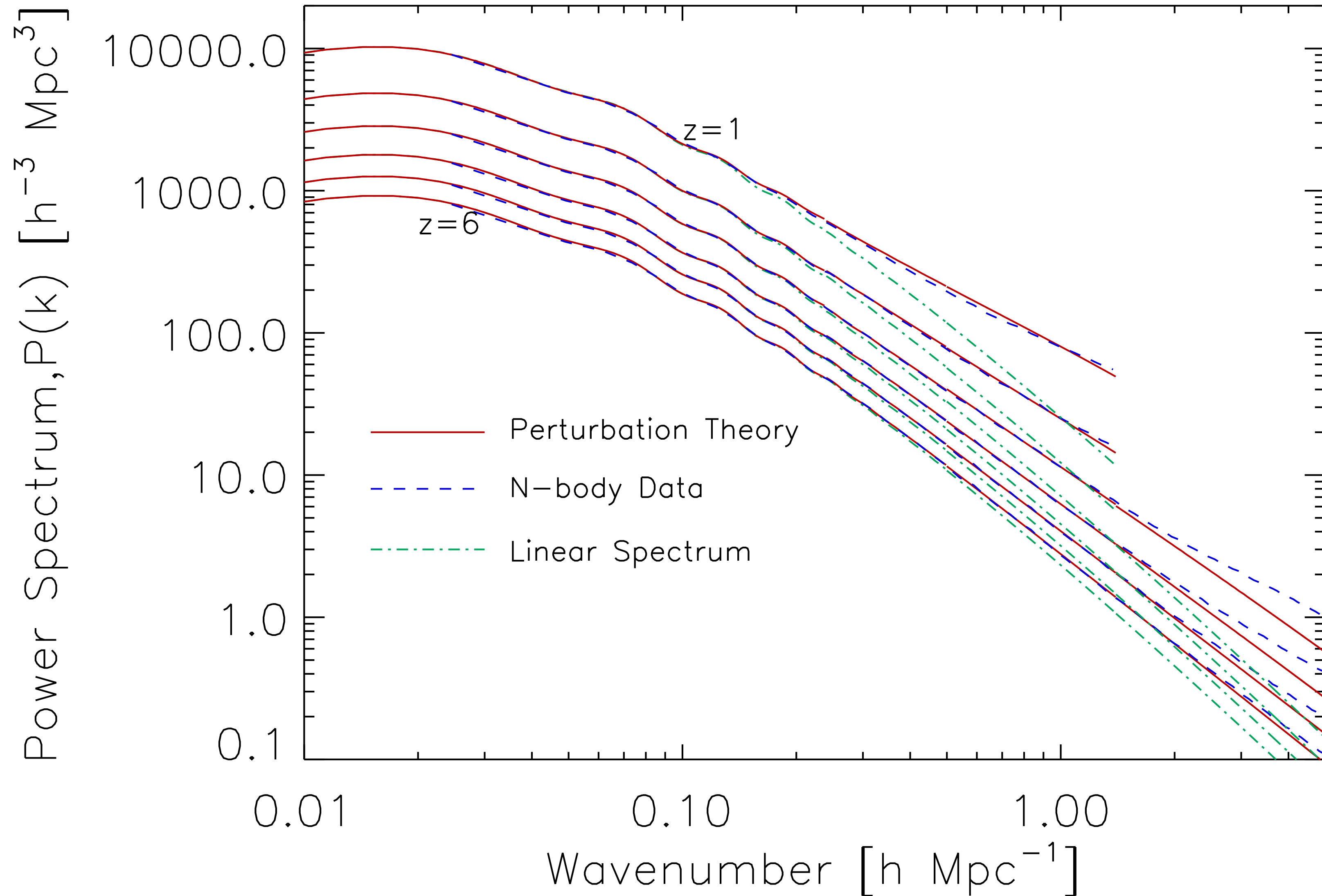
$P(k)$: 3 次の摂動論の解

$$P_{22}(k) = 2 \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} P_L(q) P_L(|\mathbf{k} - \mathbf{q}|) \left[F_2^{(s)}(\mathbf{q}, \mathbf{k} - \mathbf{q}) \right]^2$$

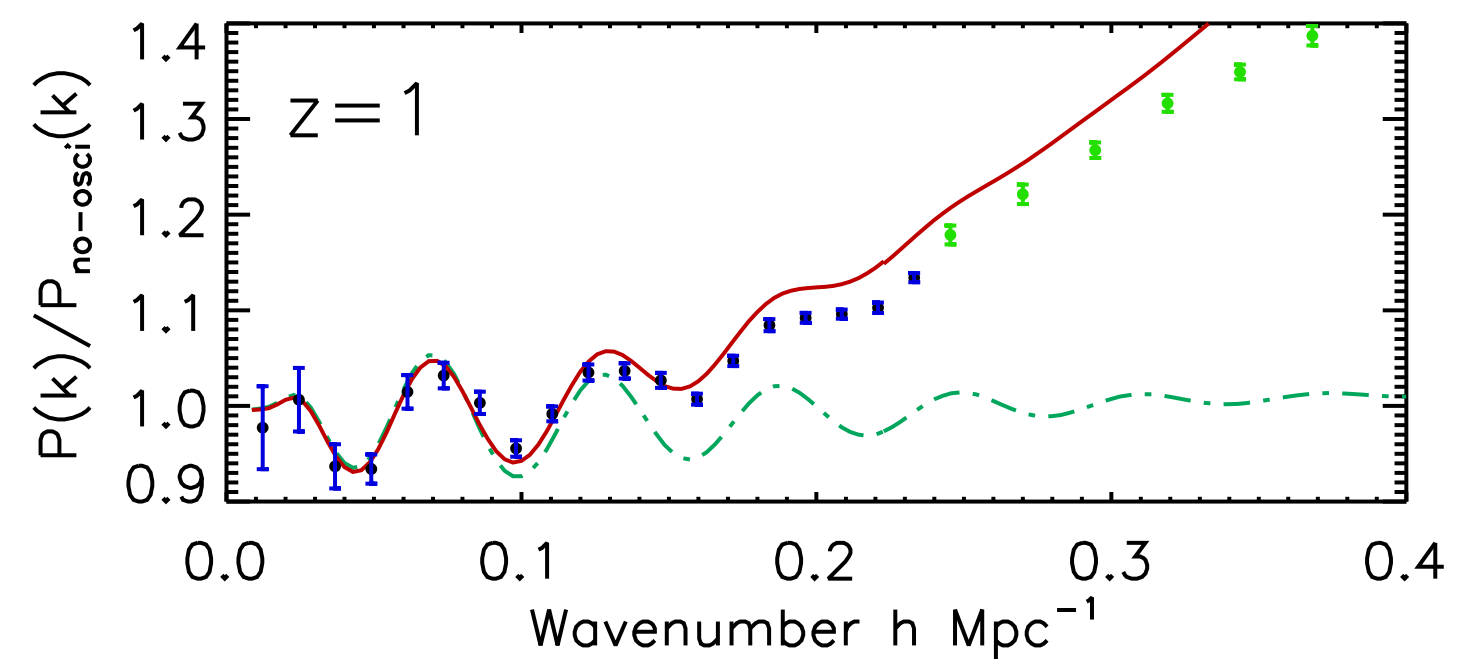
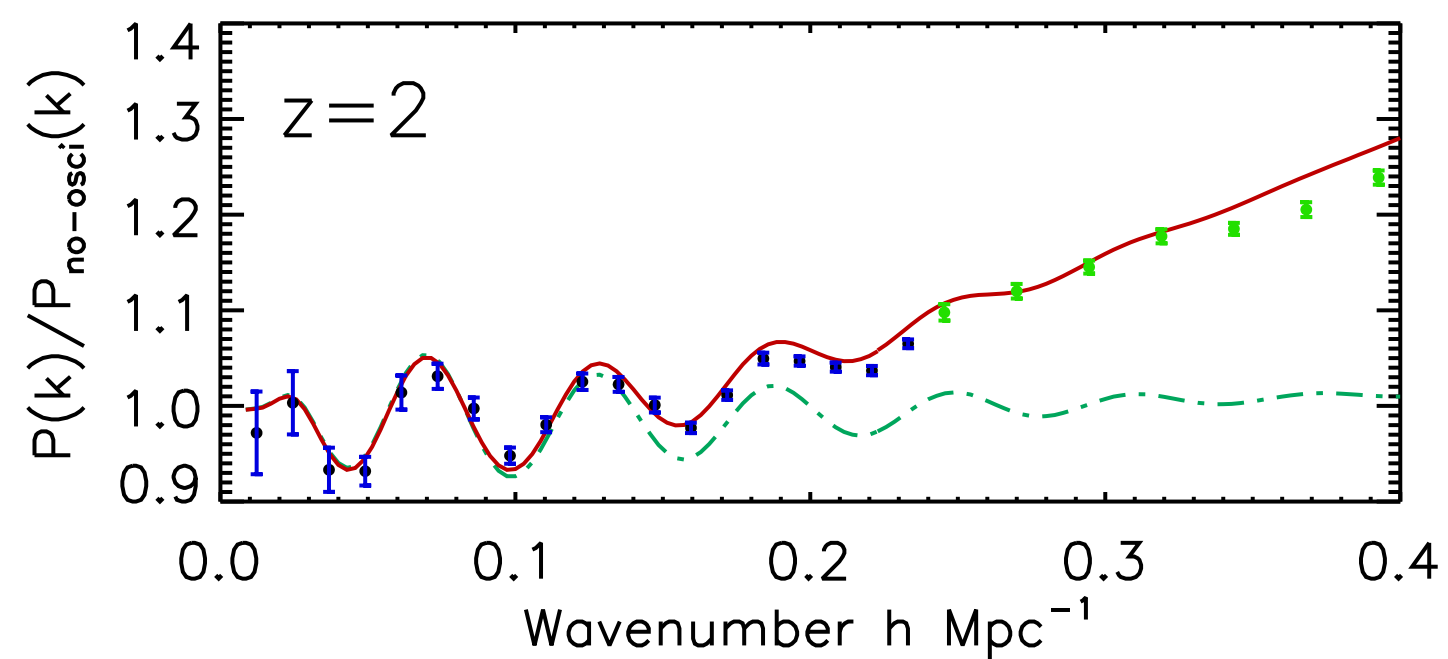
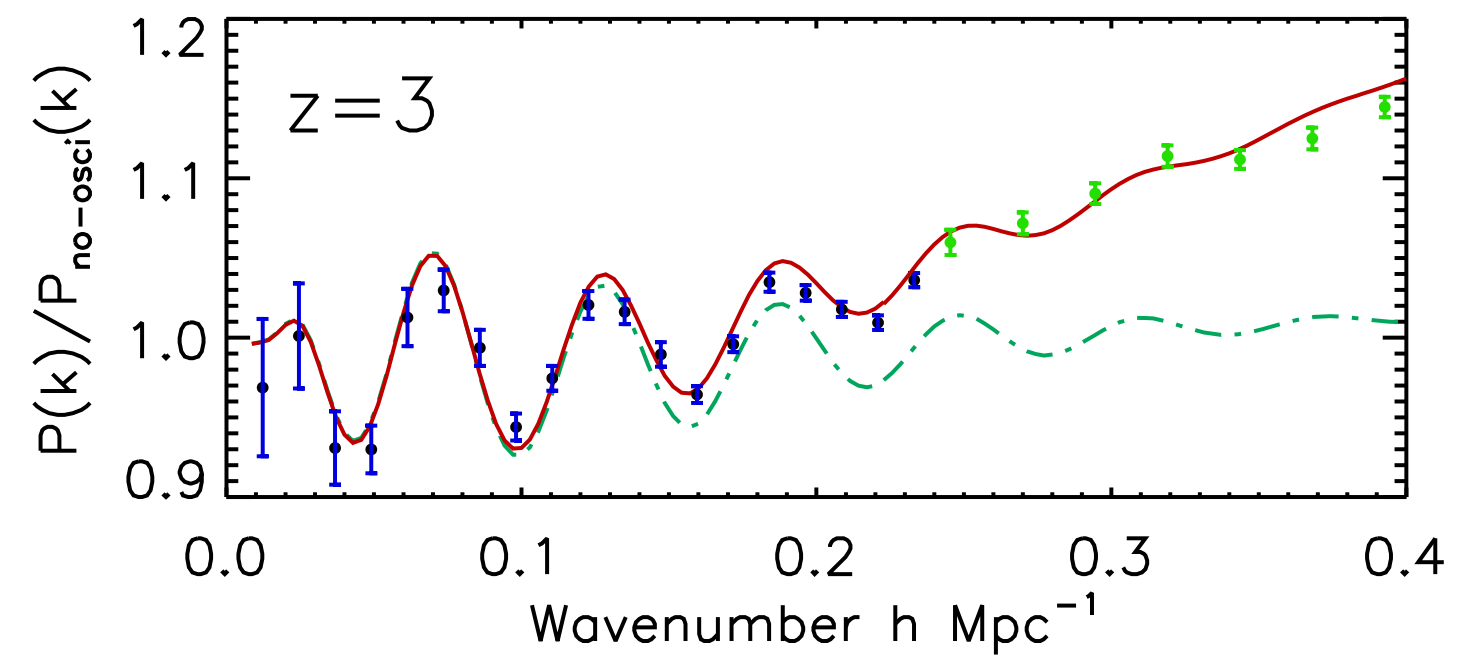
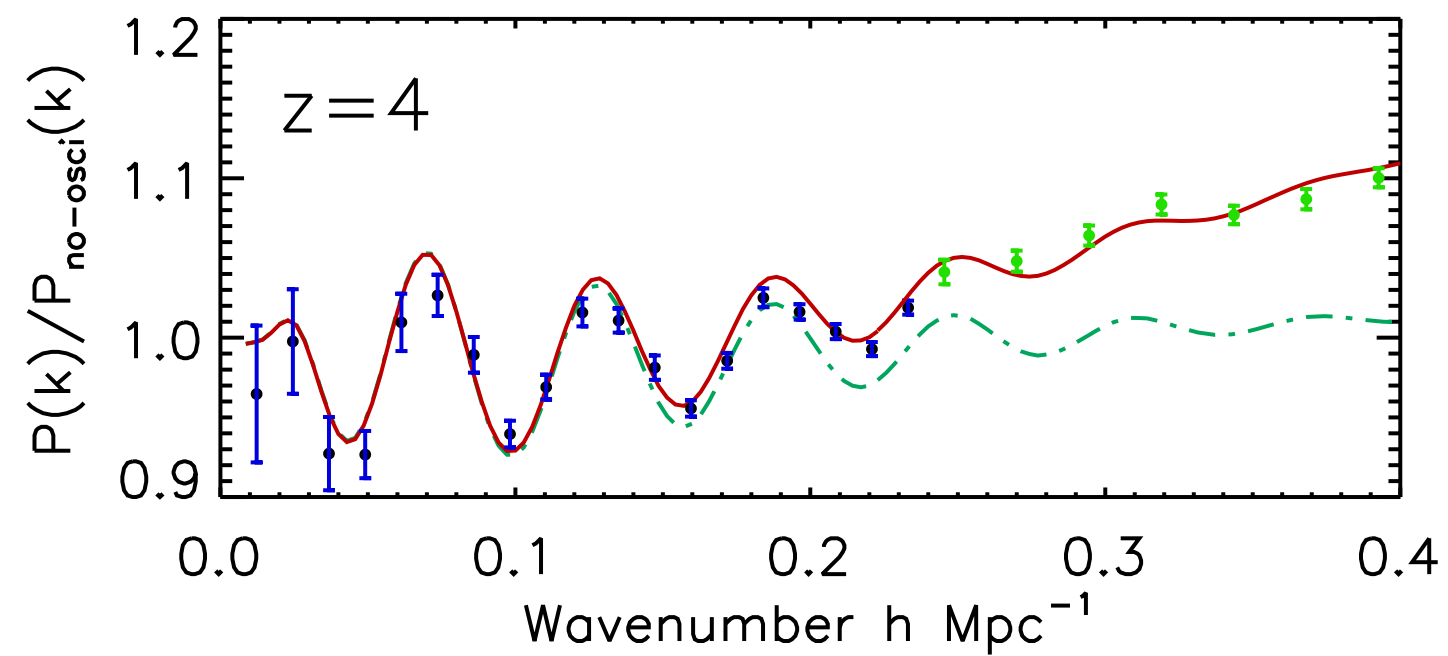
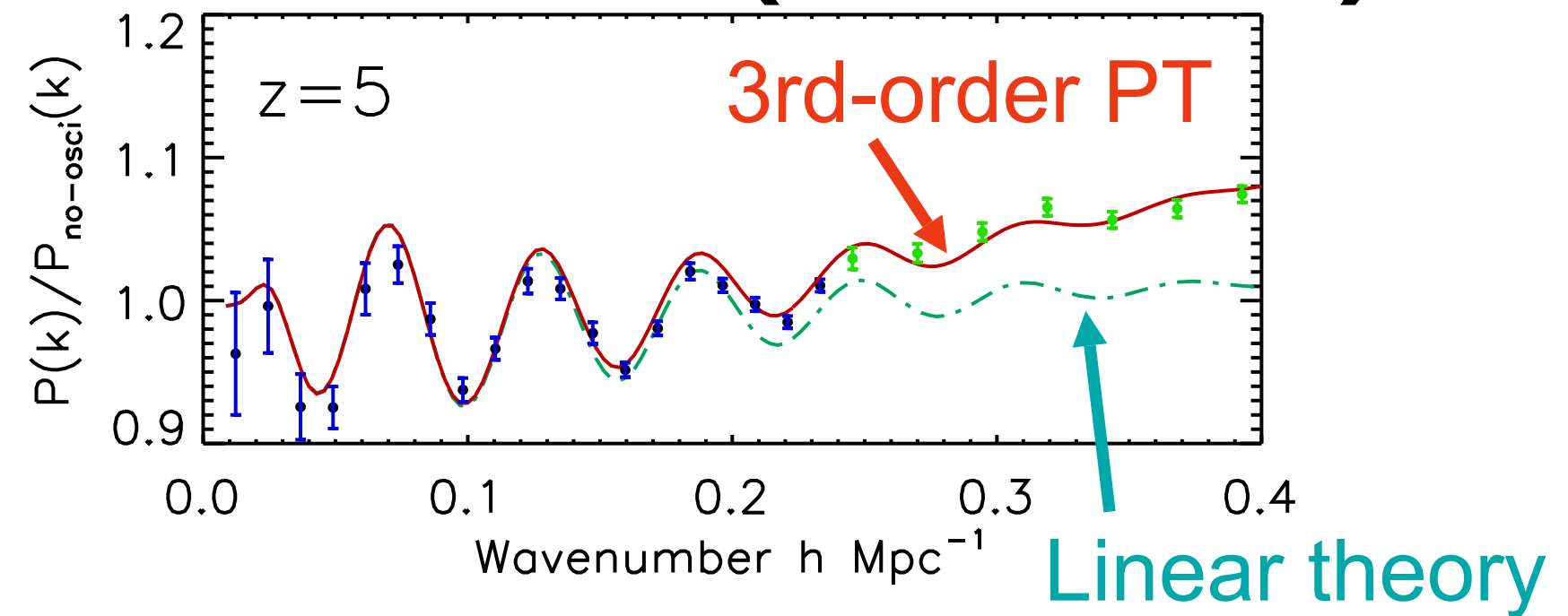
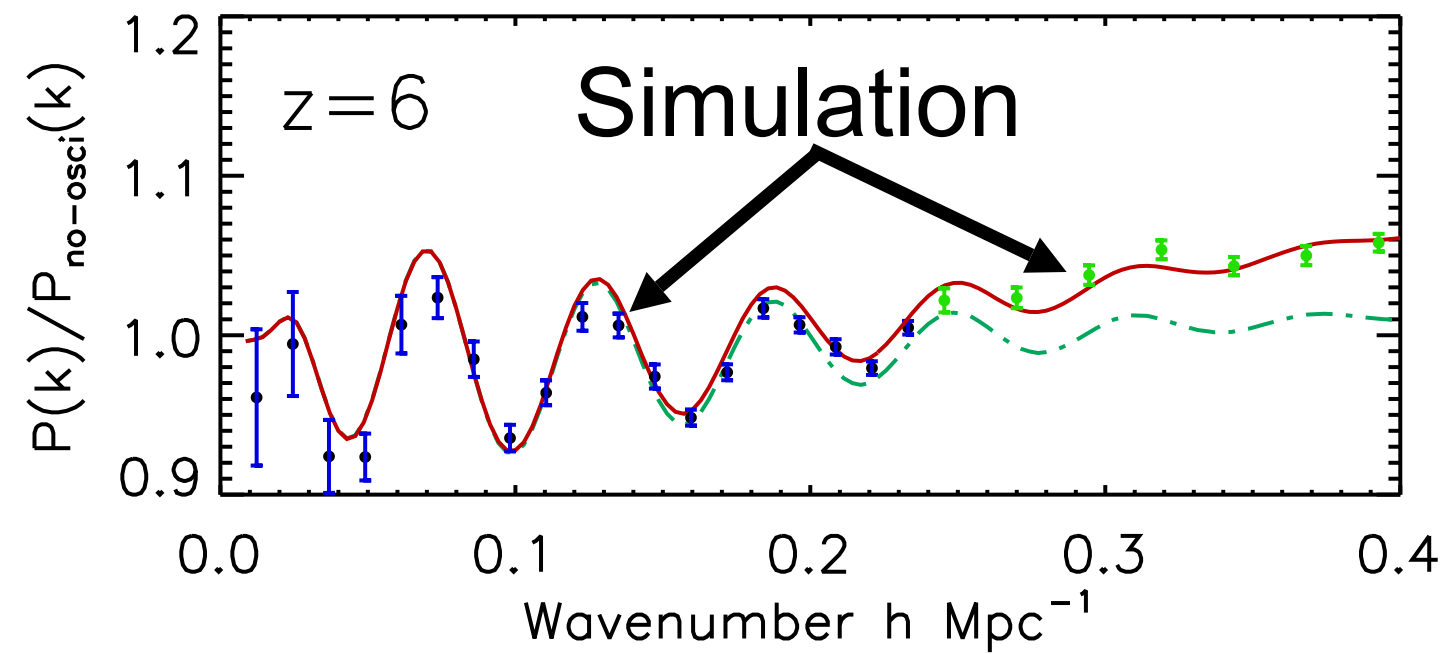
$$\begin{aligned} 2P_{13}(k) &= \frac{2\pi k^2}{252} P_L(k) \int_0^\infty \frac{dq}{(2\pi)^3} P_L(q) \\ &\times \left[100 \frac{q^2}{k^2} - 158 + 12 \frac{k^2}{q^2} - 42 \frac{q^4}{k^4} \right. \\ &\left. + \frac{3}{k^5 q^3} (q^2 - k^2)^3 (2k^2 + 7q^2) \ln \left(\frac{k+q}{|k-q|} \right) \right] \end{aligned}$$

- $F_2^{(s)}$ は既知の関数 (Goroff et al. 1986)

3 次の摂動論 vs N体計算



バリオン音響振動 (BAO)



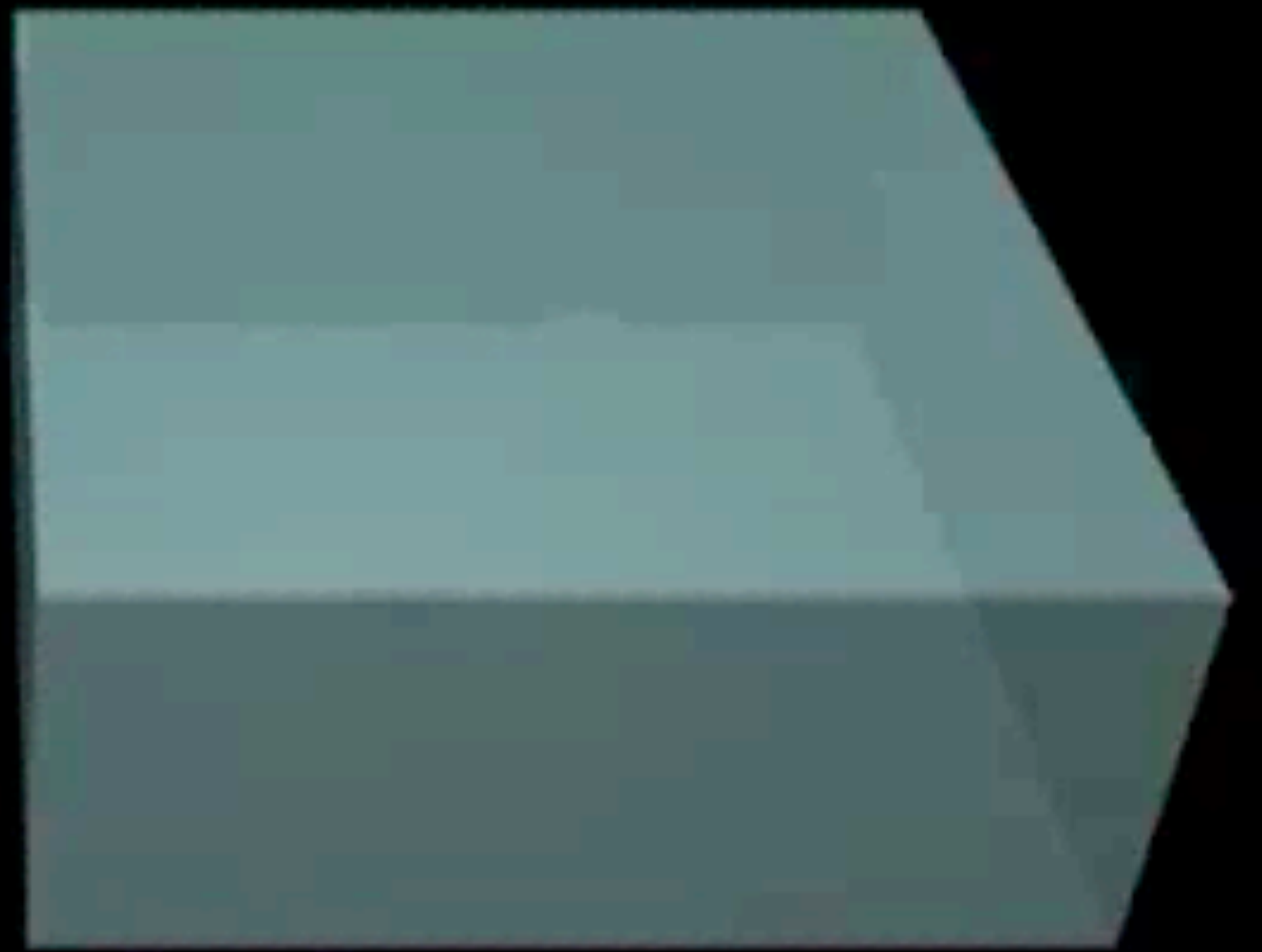
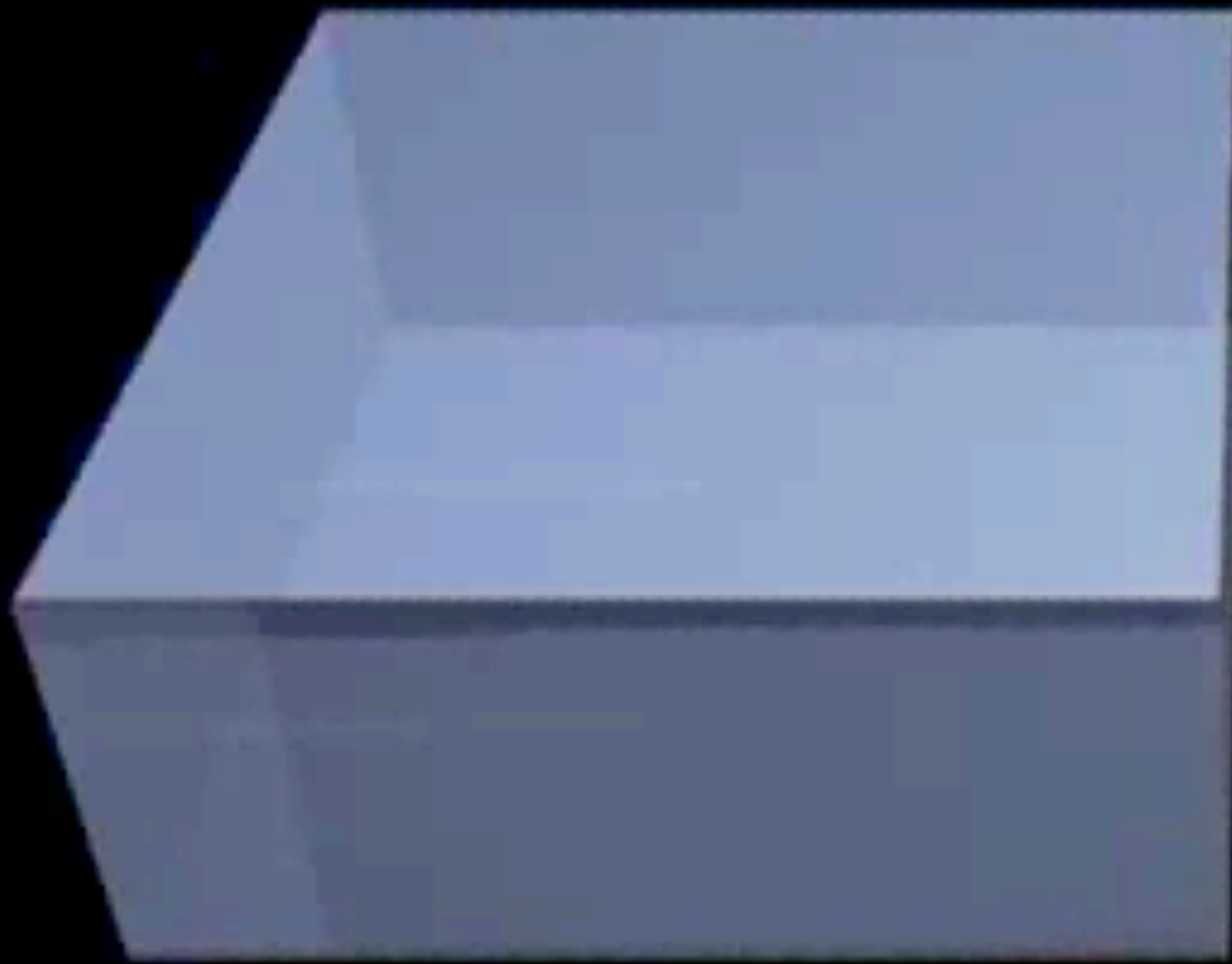
BAO

- バリオンと光子がトムソン散乱を通してカップルする事により生じる効果

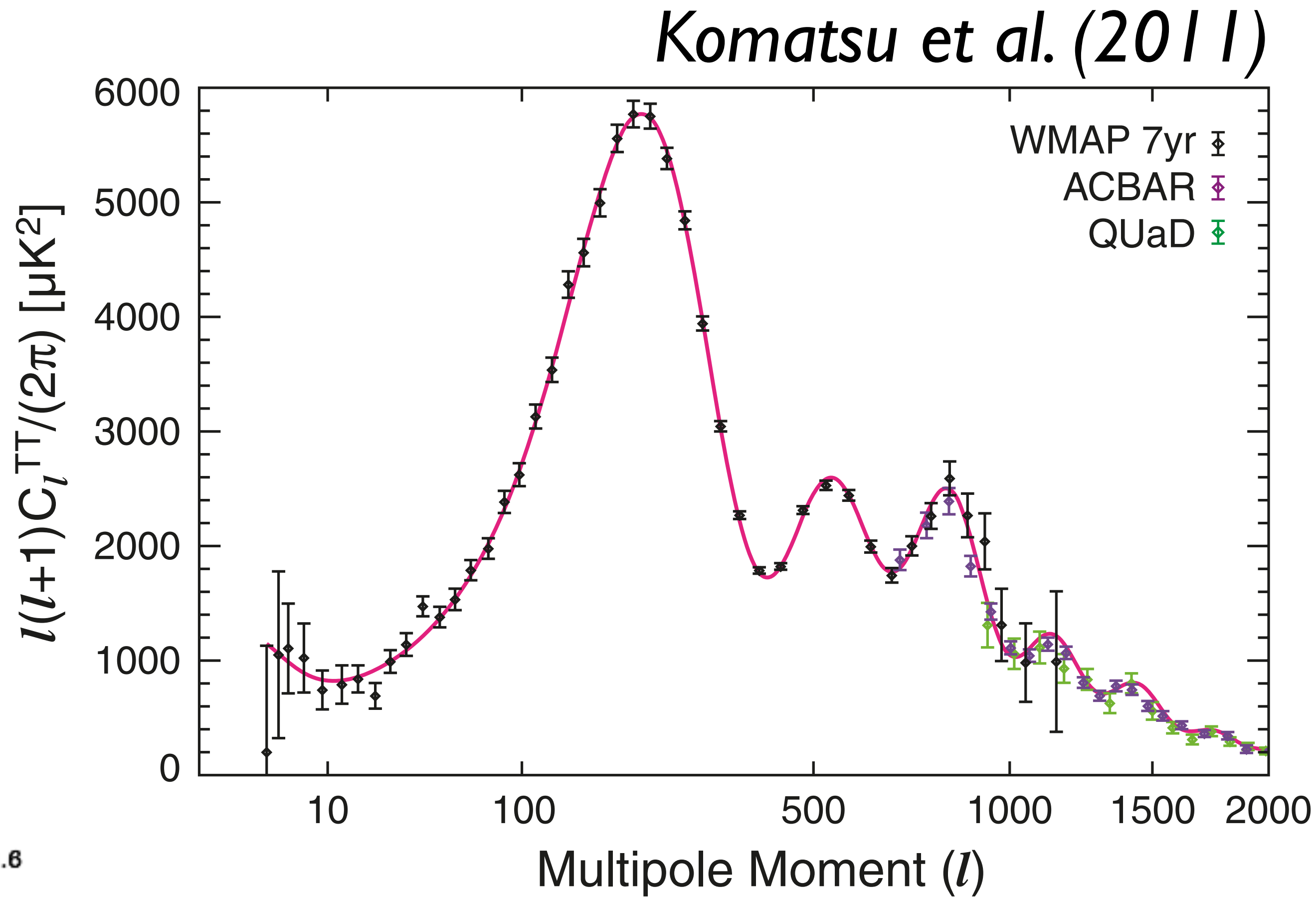
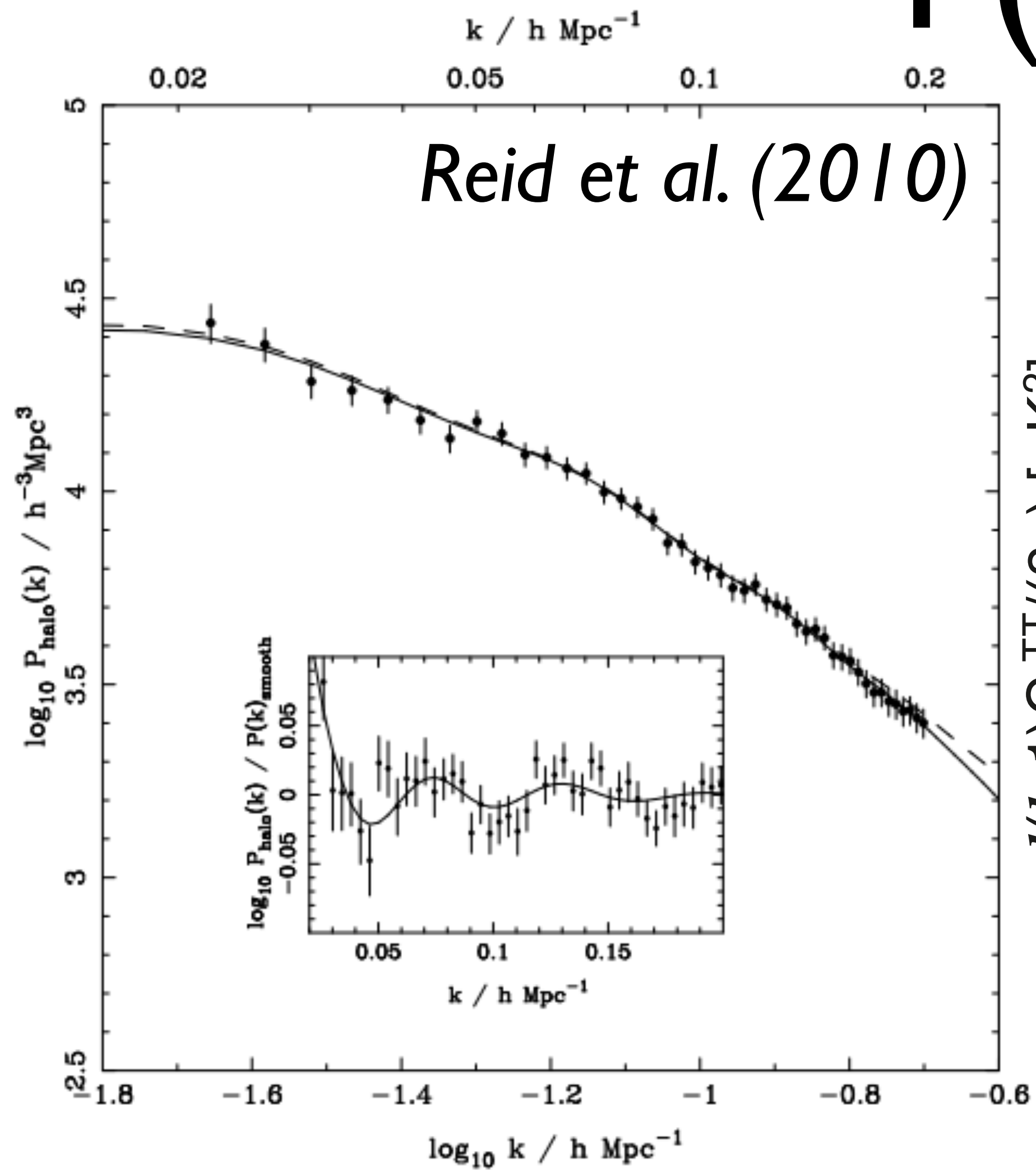
冷たい暗黒物質 $\dot{\vec{V}}_c = -\frac{\dot{a}}{a}\vec{V}_c - \frac{1}{a}\vec{\nabla}\Psi$

バリオン $\dot{\vec{V}}_b = -\frac{\dot{a}}{a}\vec{V}_b - \frac{1}{a}\vec{\nabla}\Psi + \frac{\sigma_T n_e}{3\rho_b/(4\rho_\gamma)}(\vec{V}_\gamma - \vec{V}_b)$

BAO



P(k) vs C_l



- P(k)のBAOは薄められて、観測は難しい

BAOの使い道

- BAOは、 k 空間で $\sin^2(kr_s)$ のような振動を与える
 - $r_s=153\text{Mpc}$ は、音波が $z=1020$ までに進む事のできた距離
- これをある角度 θ で観測したとすると、角波数は $l=\pi/\theta=kd_A$ (D_A は角径距離)
- 従って、**BAOの観測から D_A を決める事ができる!**

新しい距離決定法

D_A だけじゃない

- 銀河サーベイの真に素晴らしいところは、赤方偏移空間で観測がされる点。これより、 D_A だけでなく、宇宙の膨張率 H も直接測定可能となる！

- 角度方向の情報からは D_A が得られる

$$\Rightarrow D_A(z) = r_s(1020)/\theta$$

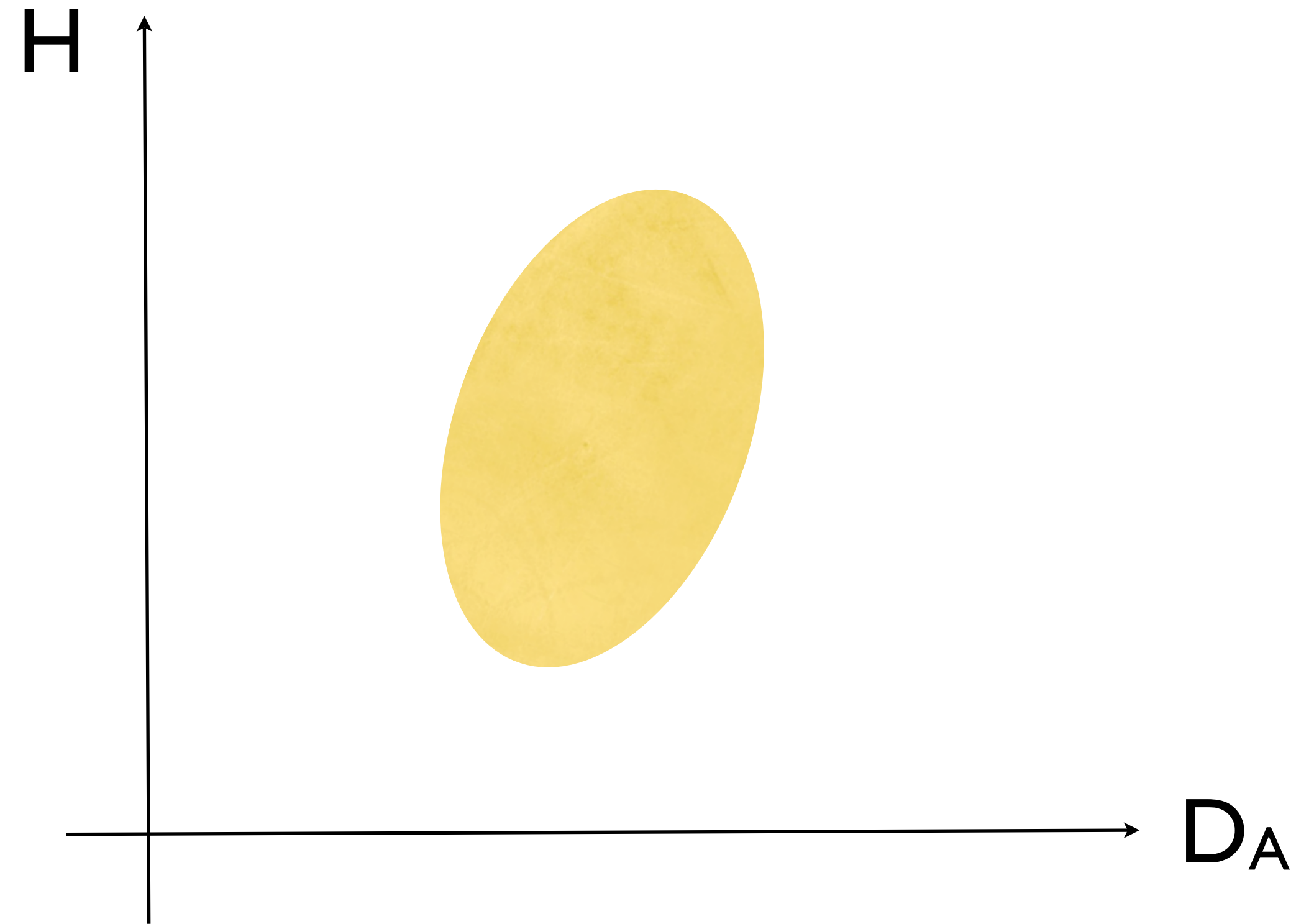
- 視線方向の情報からは H が得られる

$$\Rightarrow \mathbf{H(z) = c\Delta z / [(1+z)r_s(1020)]}$$

なぜBAOか：まとめ

- 距離（Angular Diameter Distance, $D_A(z)$ ）が測れる
- 宇宙の膨張率（Hubble Rate, $H(z)$ ）が測れる
- 距離と膨張率。宇宙論をやる上で、これほど基本的な量はない。
 - ついでに、暗黒エネルギーの事がわかるかも？

BAOからHと D_A を決める

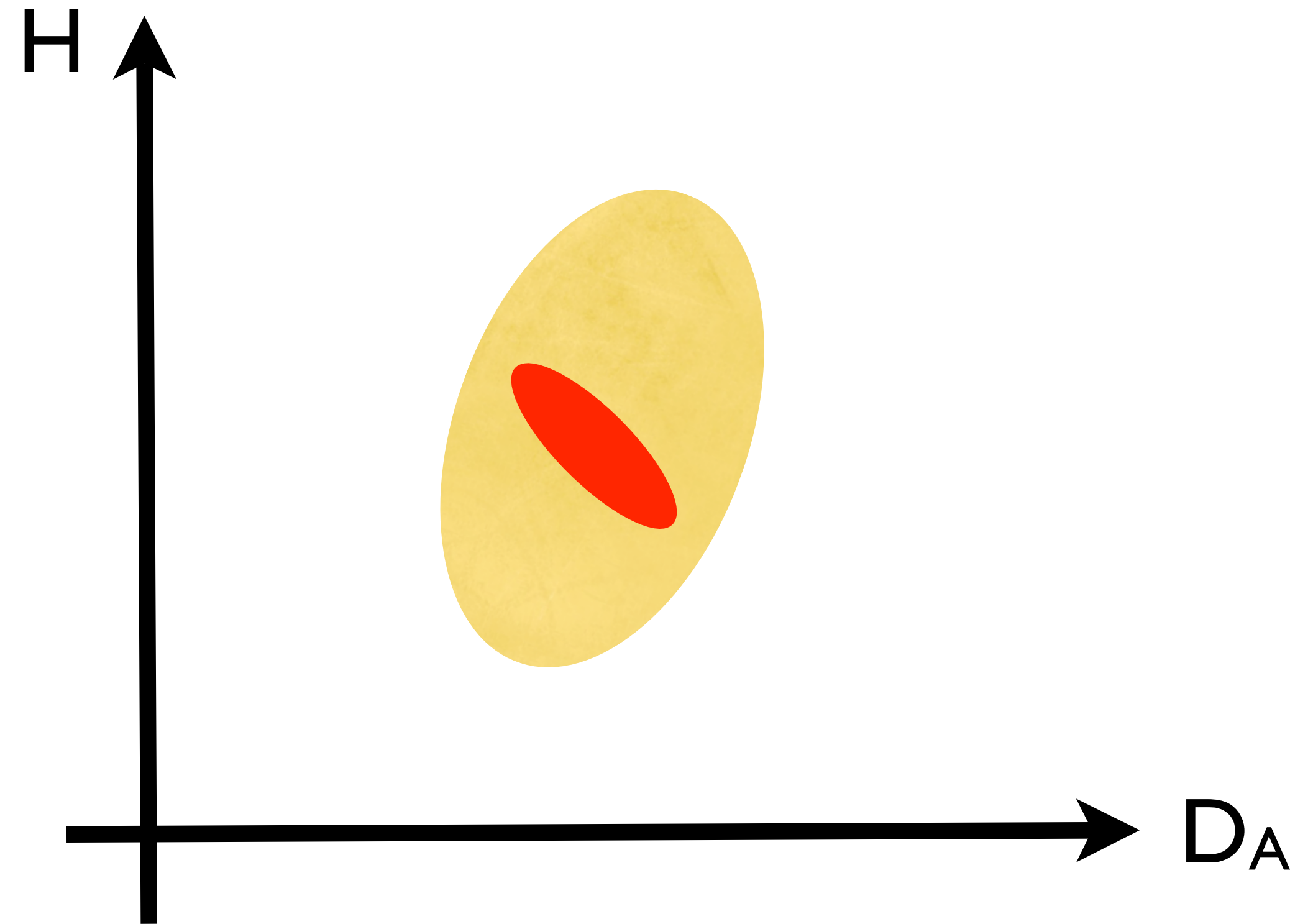


- 使える空間次元は D_A 2次元, H 1次元。よって、 D_A の方が良く決まる。

BAOを超える

- しかし、BAOというのはシグナルが小さい！
- $P(k)$ には、BAO以外にももっと情報がある。
BAOだけを使うのはナンセンス。

全部情報を使えば



- BAOだけに頼らず、全ての情報を使えば D_A も H もずっと良く決まる！

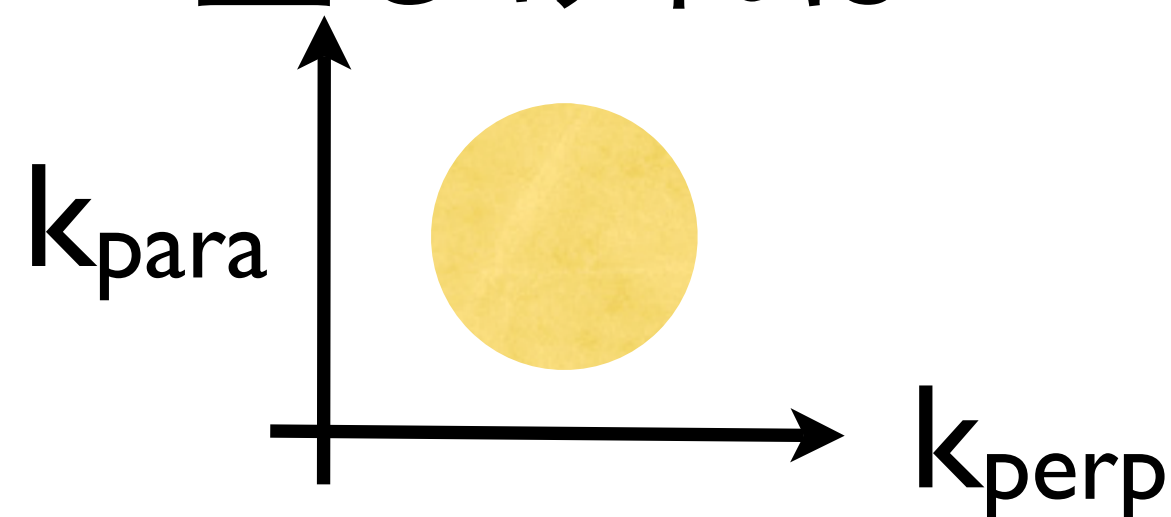
しくみ：アルコック・パチンスキー(AP)テスト

- アイデア：（特異速度を無視すれば）パワースペクトルは天球方向と視線方向で同じ、すなわち**等方的**であるはず。

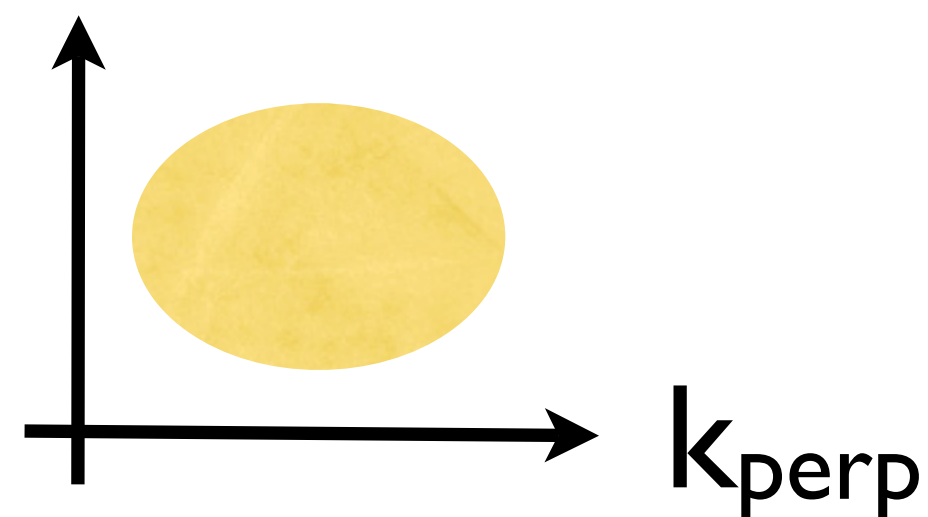
- **D_A** : 天球座標(RA,Dec)から視線方向に垂直な距離 r_{perp} を導き、それを波数になおす
- $k_{\text{perp}} = (2\pi)/r_{\text{perp}} = (2\pi)[\text{角度}]/\mathbf{D_A}$
- **H** : 赤方偏移 z から視線方向の距離 r_{para} を導き、それを波数になおす
- $k_{\text{para}} = (2\pi)/r_{\text{para}} = (2\pi)\mathbf{H}/(c\Delta z)$

D_A も H も

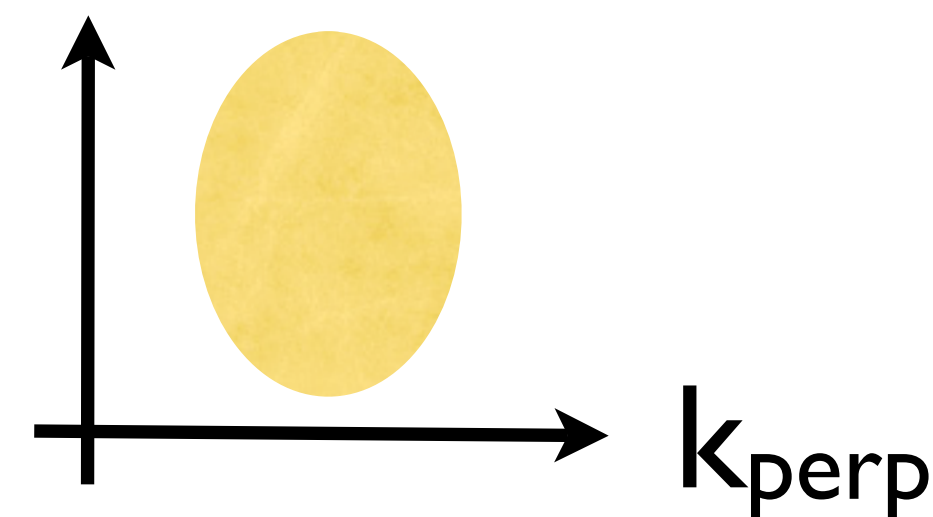
正しければ



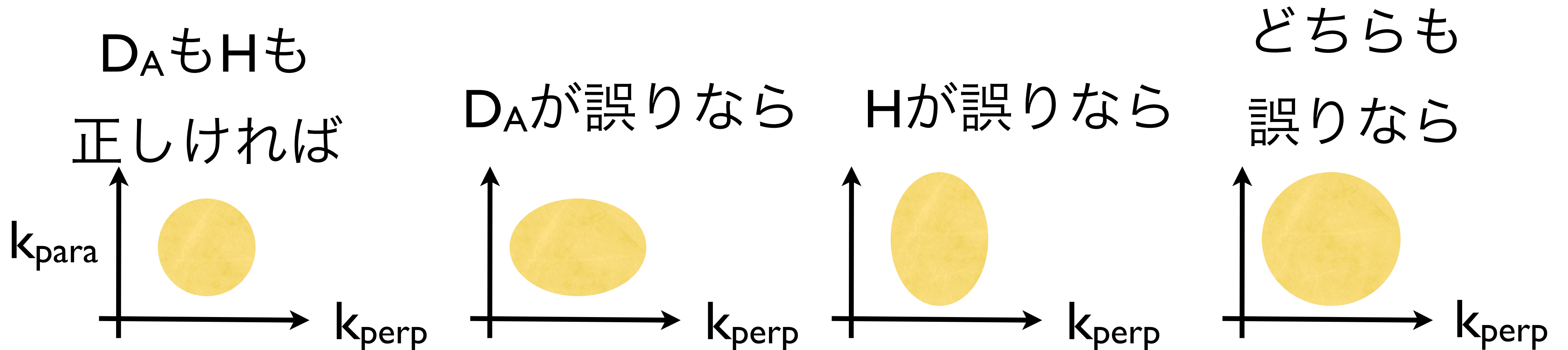
D_A が誤りなら



H が誤りなら

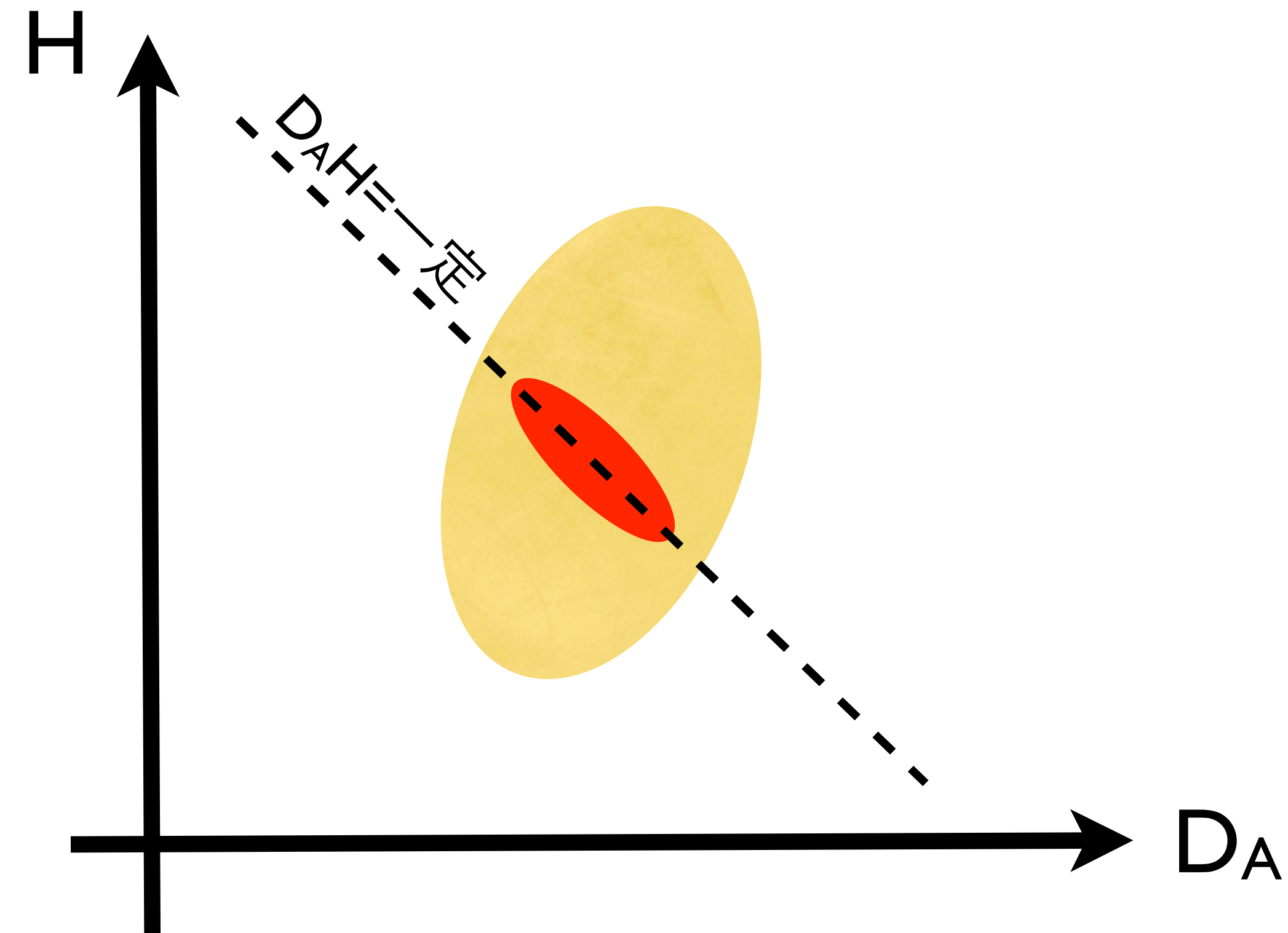


- **D_A** : 天球座標(RA,Dec)から視線方向に垂直な距離 r_{perp} を導き、それを波数になおす
- $k_{\text{perp}} = (2\pi)/r_{\text{perp}} = (2\pi)[\text{角度}]/\mathbf{D_A}$
- **H** : 赤方偏移 z から視線方向の距離 r_{para} を導き、それを波数になおす
- $k_{\text{para}} = (2\pi)/r_{\text{para}} = (2\pi)\mathbf{H}/(c\Delta z)$

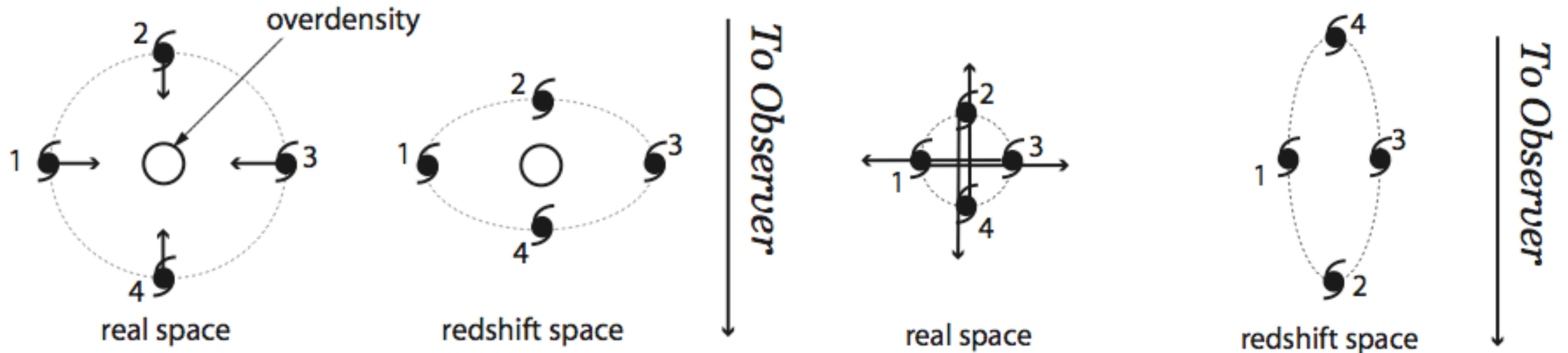


APテストから D_{AH} を決める

- 従って、APテストから D_A と H を独立に決める事はできないが、その積 D_{AH} を決める事はできる！
- これはBAOと組み合わせる事で、 D_A と H の測定制度を改善できる

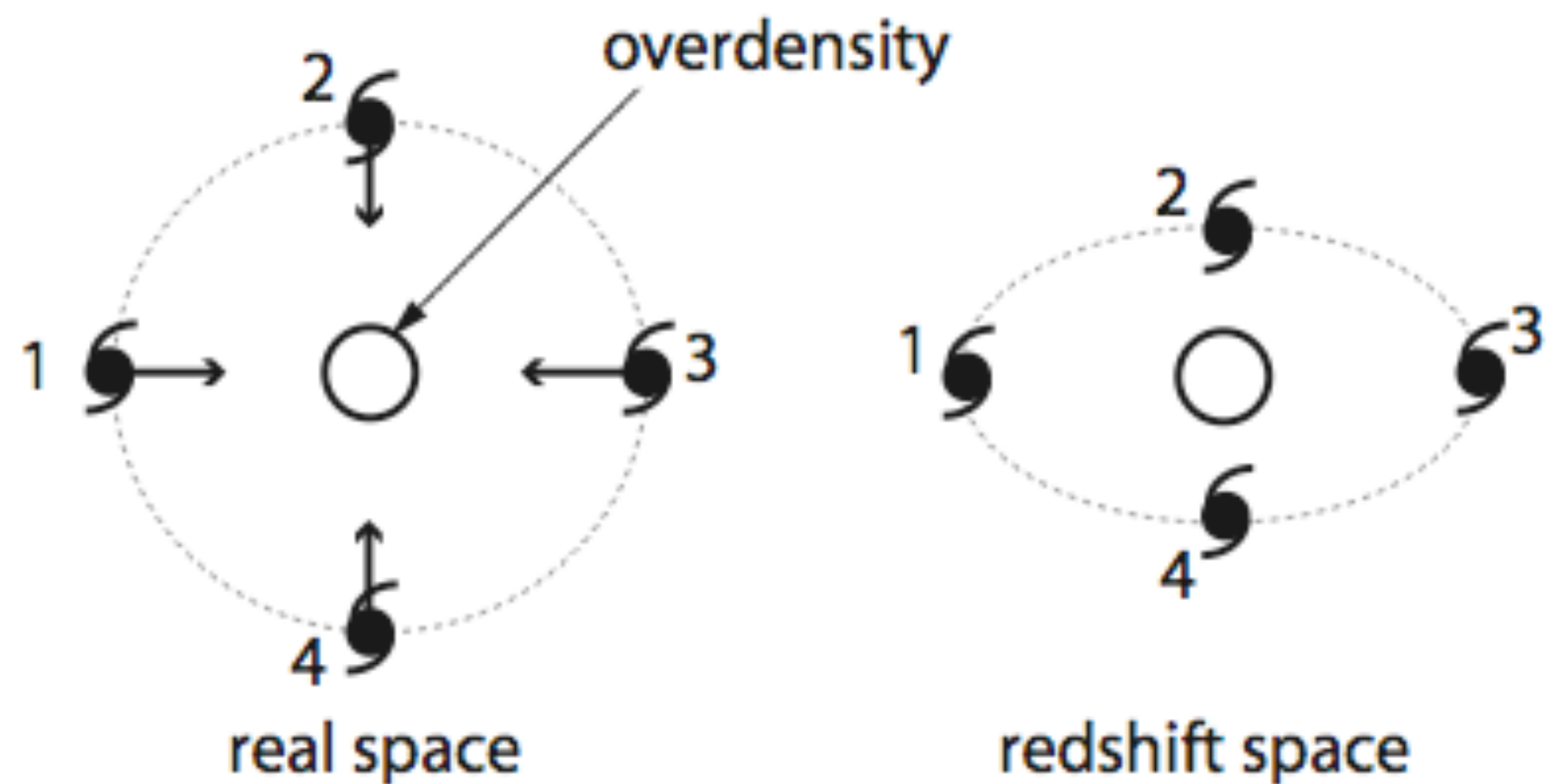


赤方偏移空間の歪み

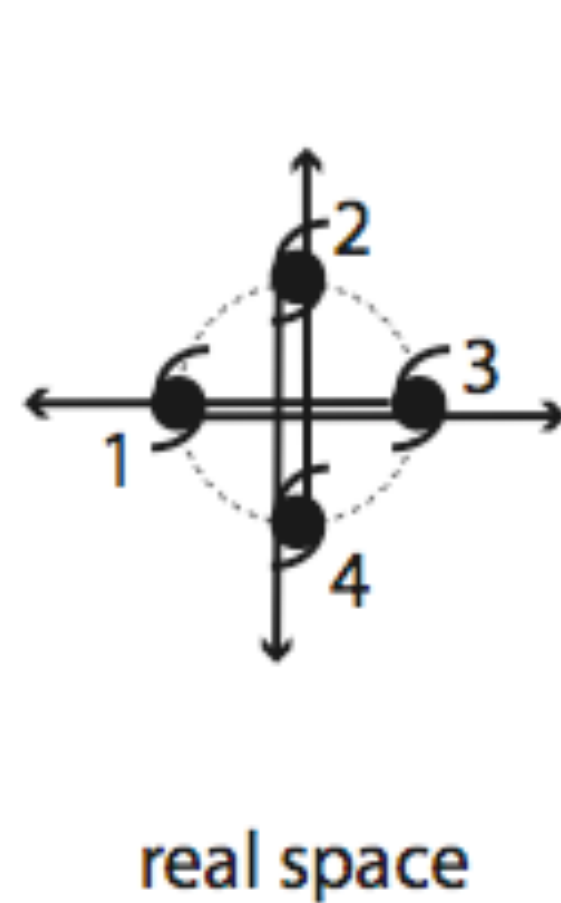


- (左) コヒーレントな速度場 => 視線方向の相関の上昇
– “Kaiser”効果
- (右) ビリアル的ランダム運動 => 視線方向の相関の減少
– “Finger-of-God”効果

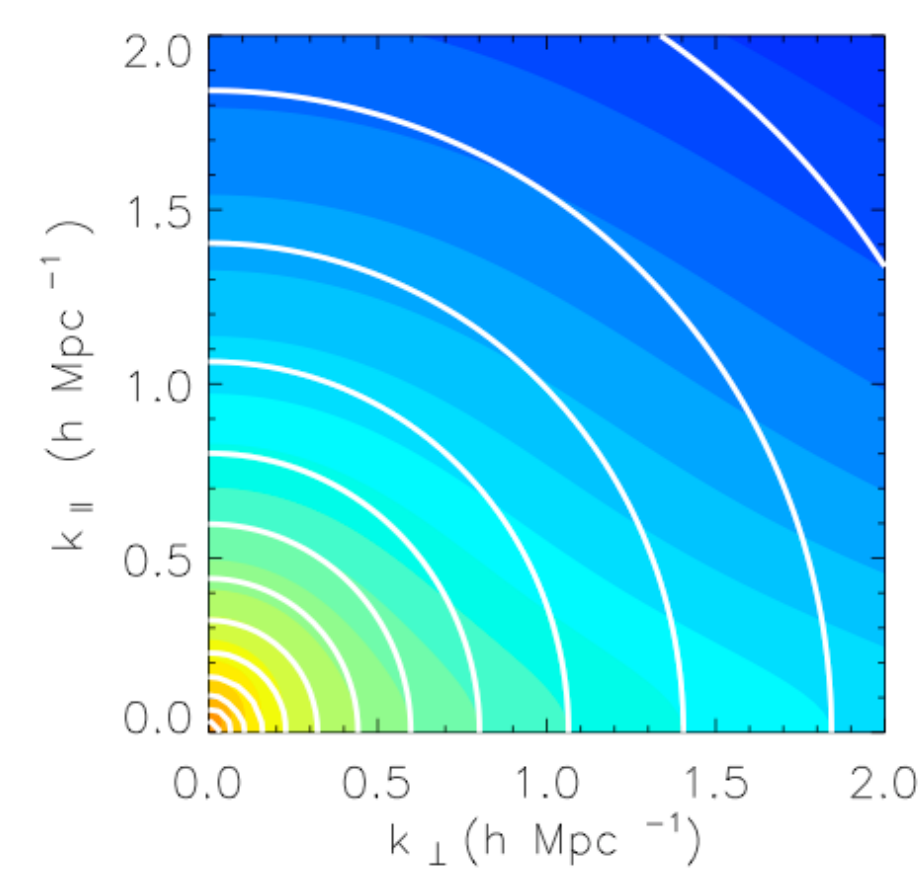
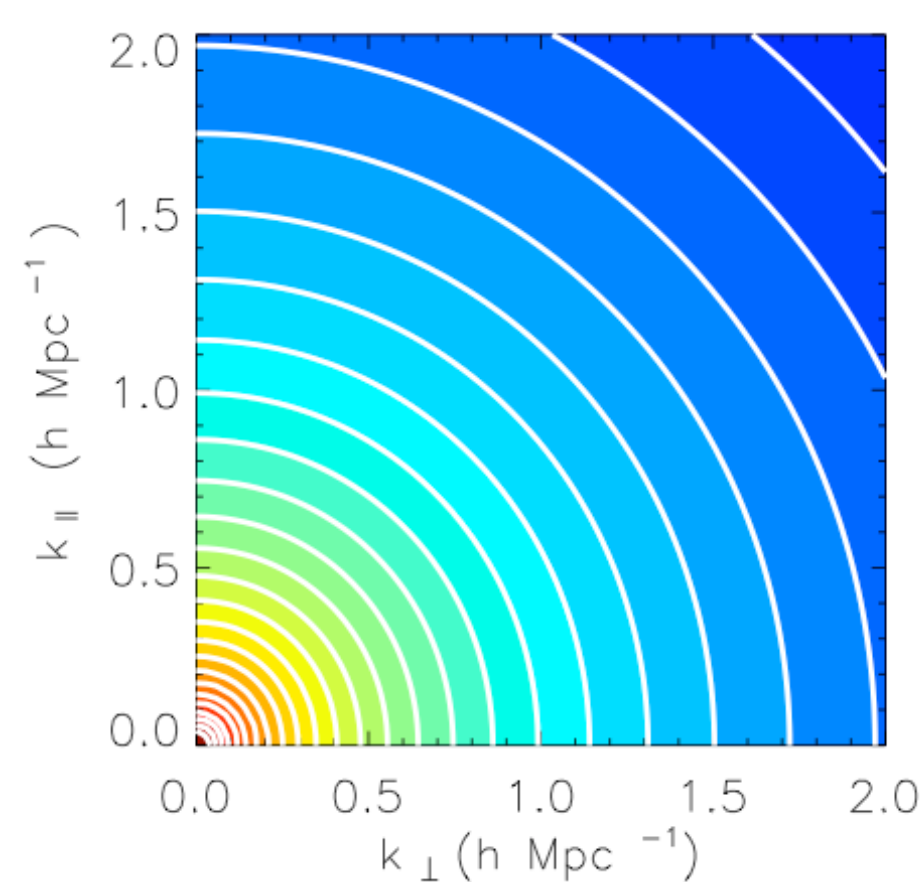
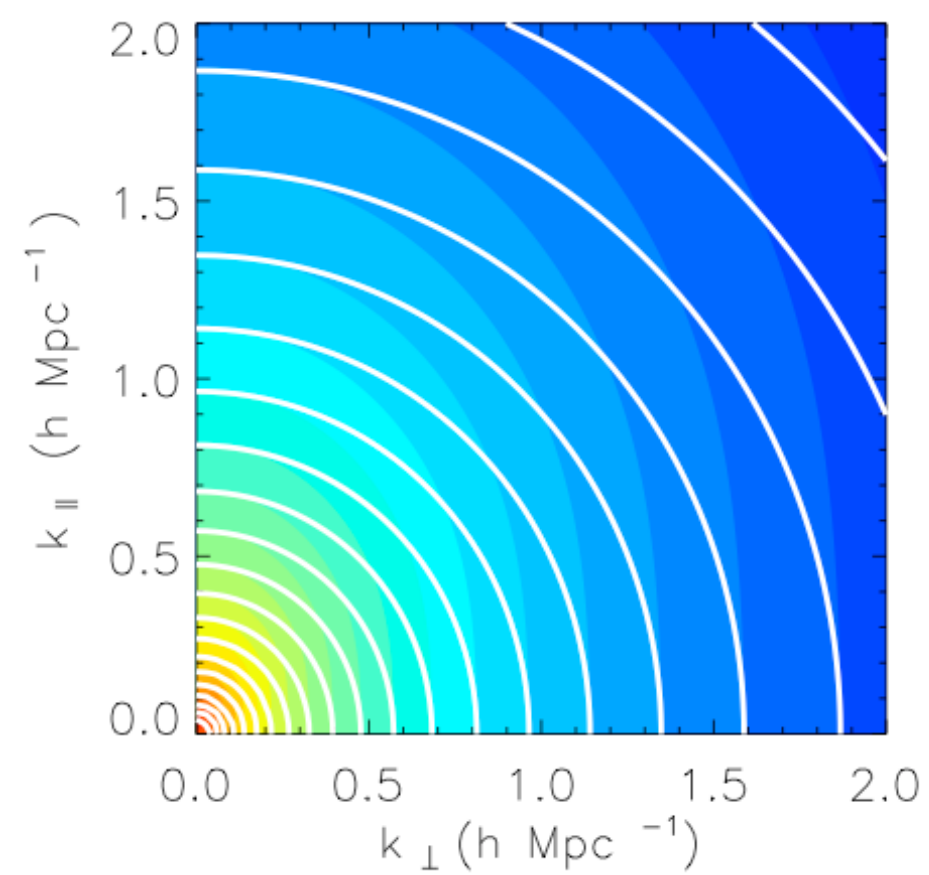
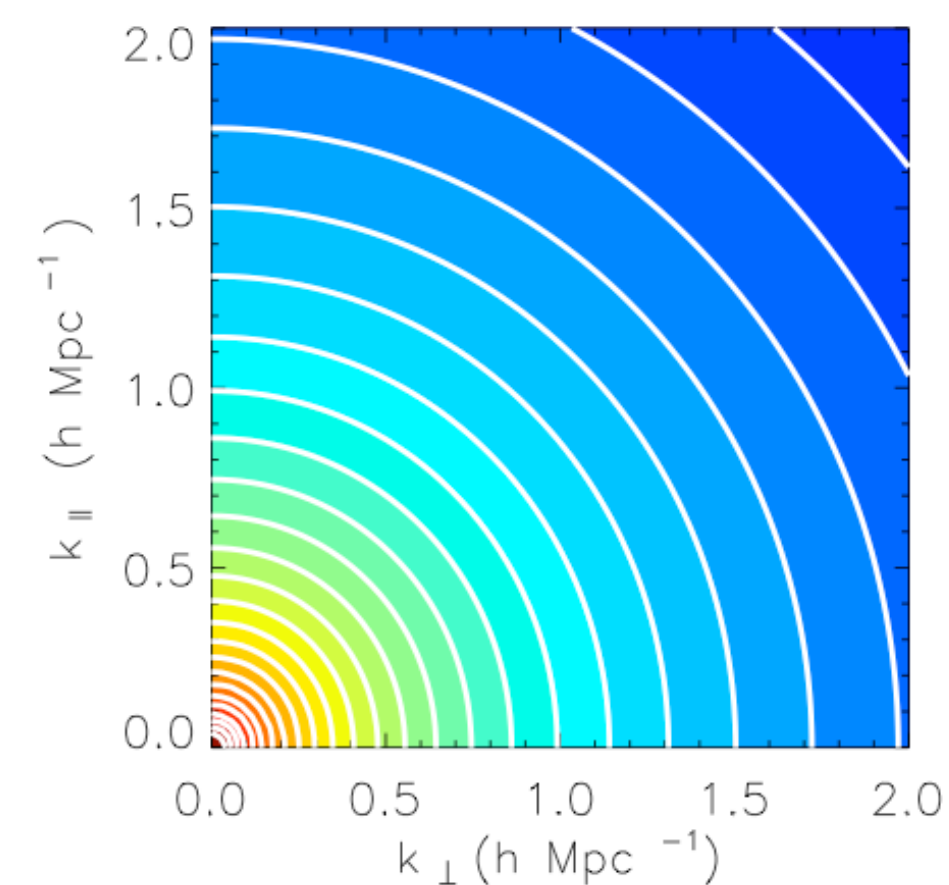
赤方偏移空間の歪み



To Observer



To Observer

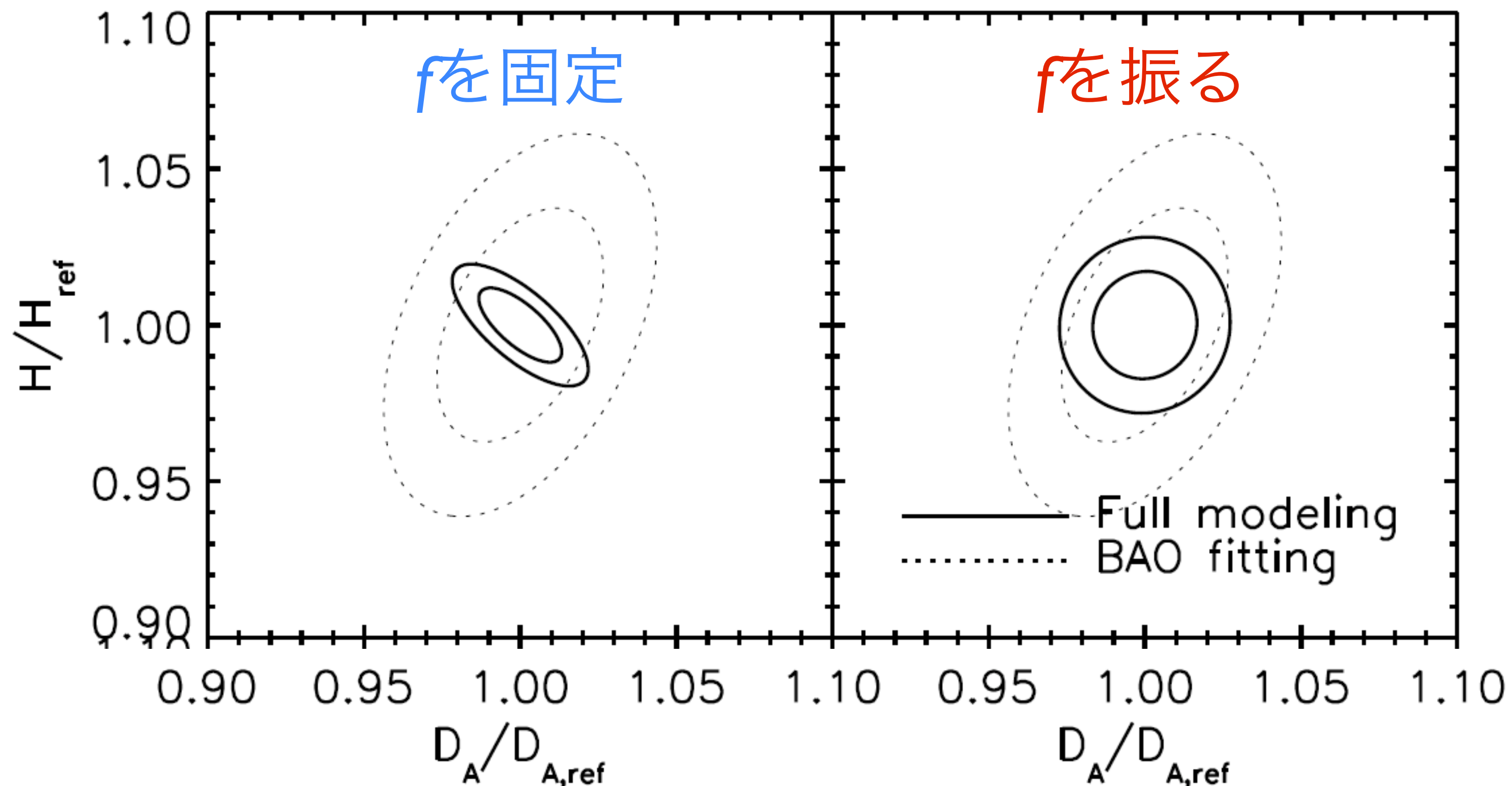


Kaiser効果

- $P(k, \mu) = (1 + f\mu^2)^2 P(k)$
- $f = d \ln \delta / d \ln a$ は、 δ の成長率
- $\mu = 1$ (視線方向); $\mu = 0$ (視線方向に垂直)
- この効果を考慮すると、APテストはどうなる？

大丈夫！

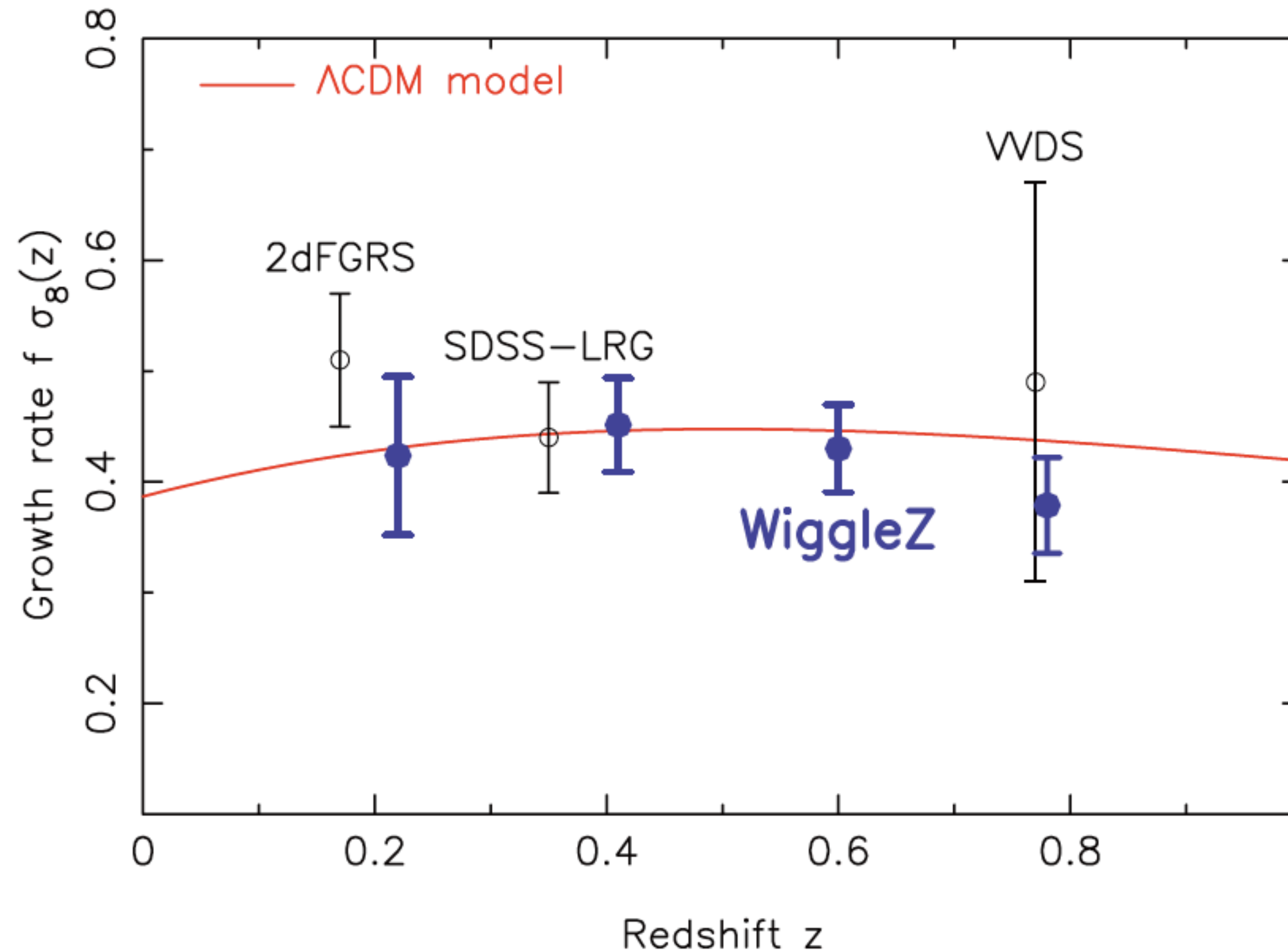
- f を振ると等高線は変化するが、BAOのみの場合よりも D_A と H の精度が向上するのには変わりはない



f も重要

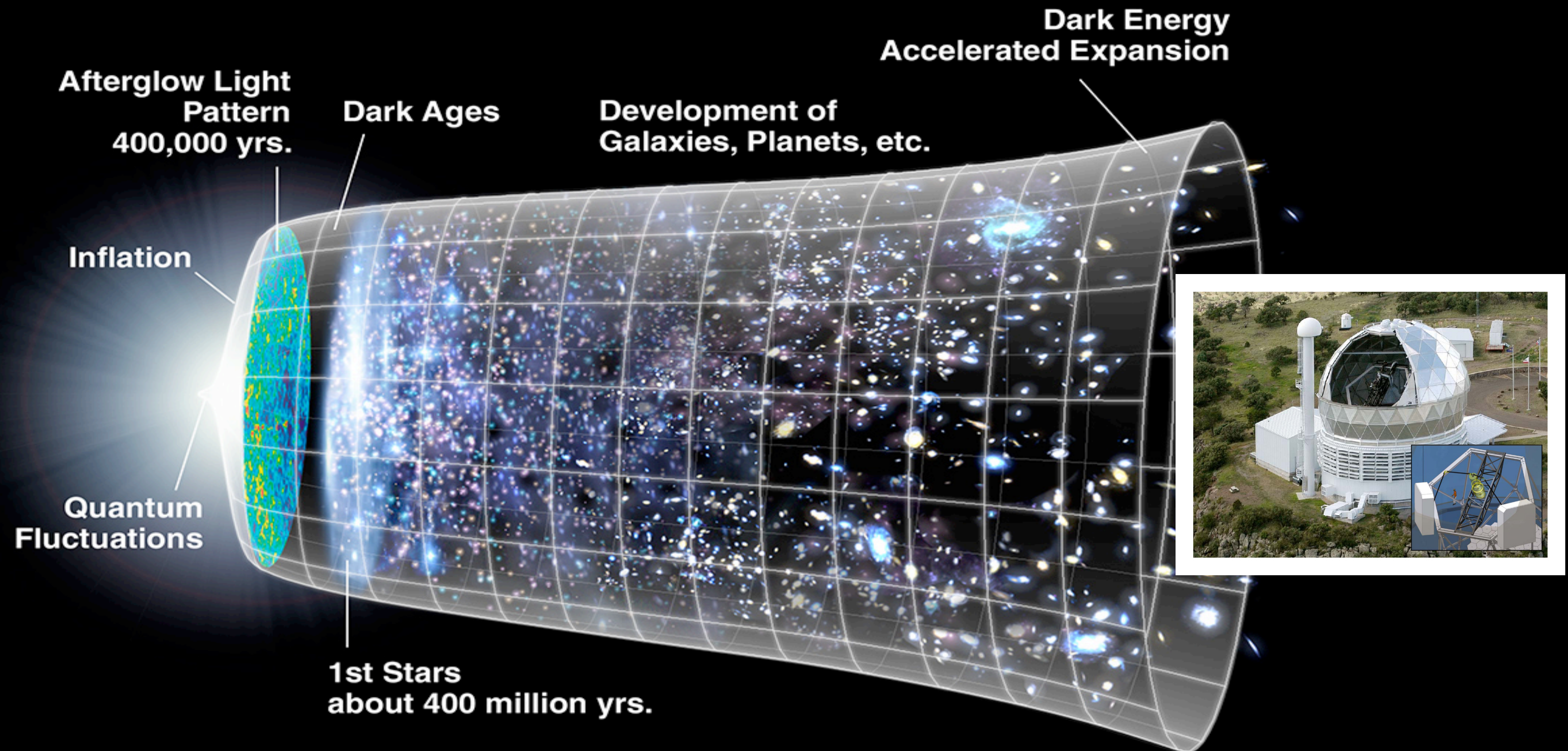
- $f = d \ln \delta / d \ln a$ は δ の時間依存性の情報を持つ
- 物質優勢期には厳密に $f=1$
- 暗黒エネルギー優勢期には $f < 1$ で、実際の値は暗黒エネルギーの性質に依存する

現在の到達点



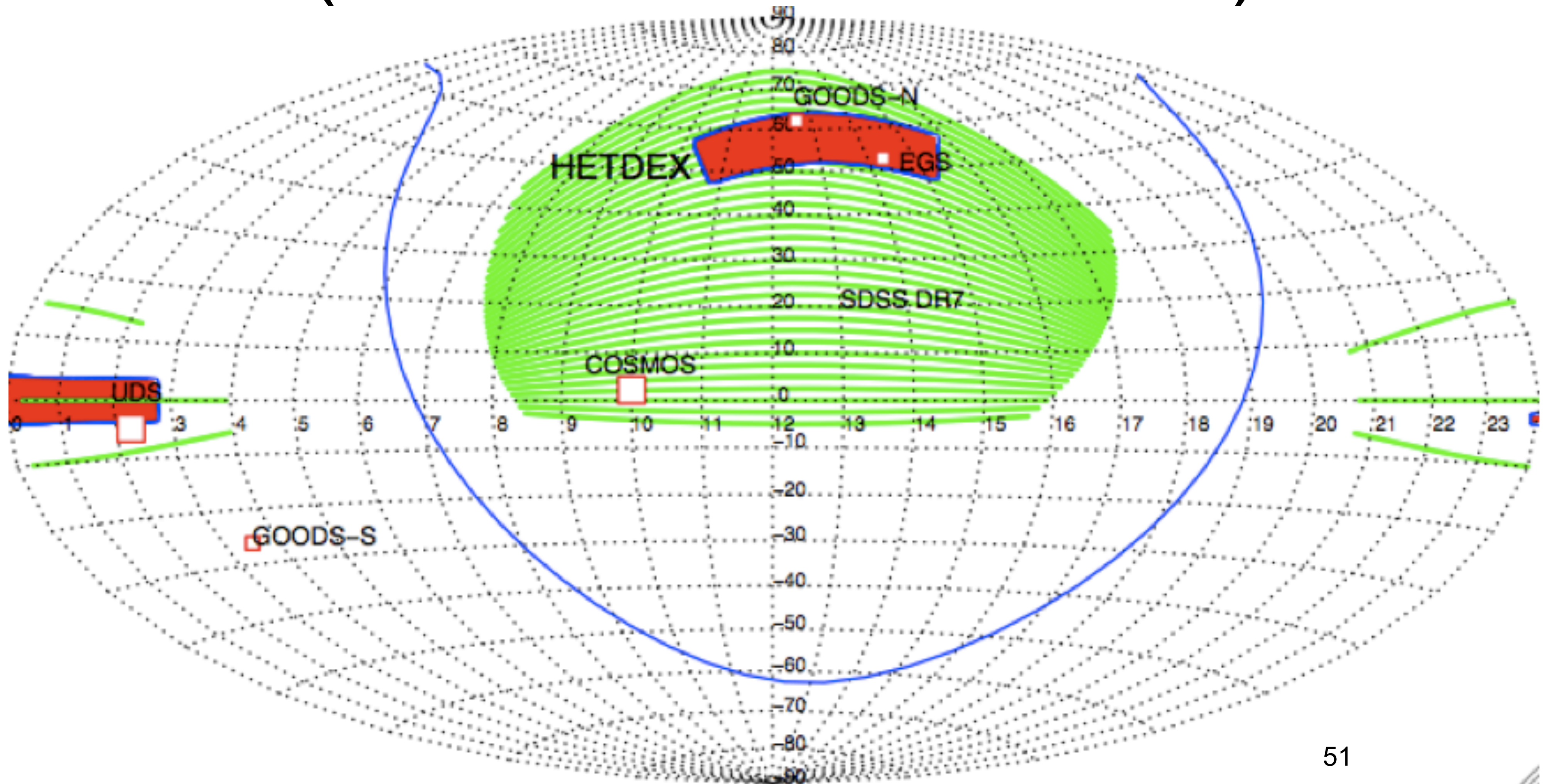
- ~10%の精度。将来的には~1%の精度を目指す

Hobby-Eberly Telescope Dark Energy Experiment (HETDEX)

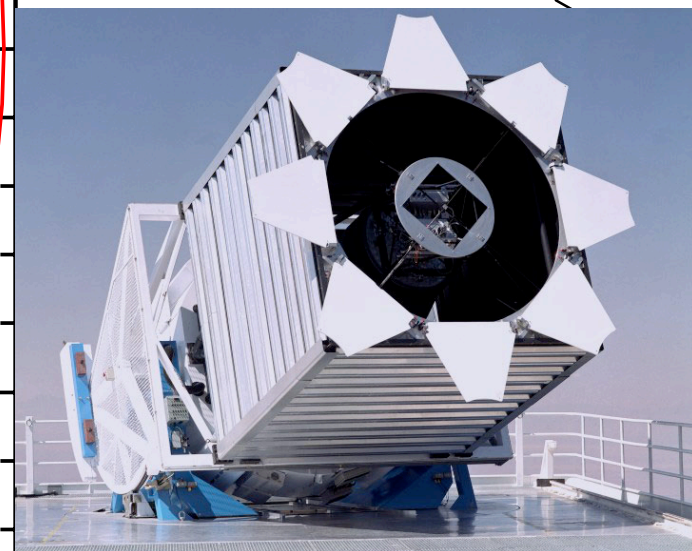
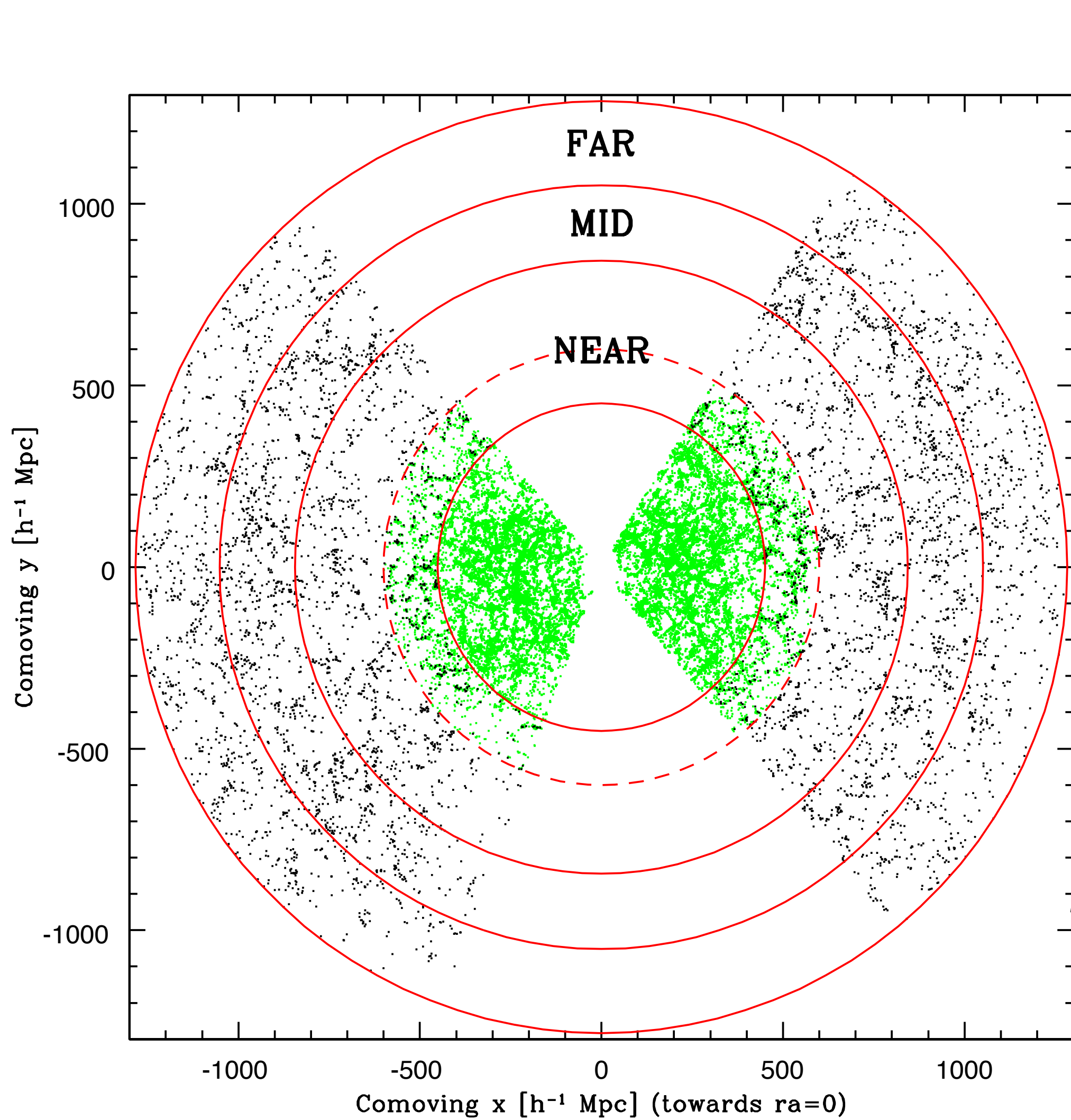


9.2-m HETを使って80万個のライマン α 輝線銀河
の地図を作る計画 ($z=1.9-3.5$)

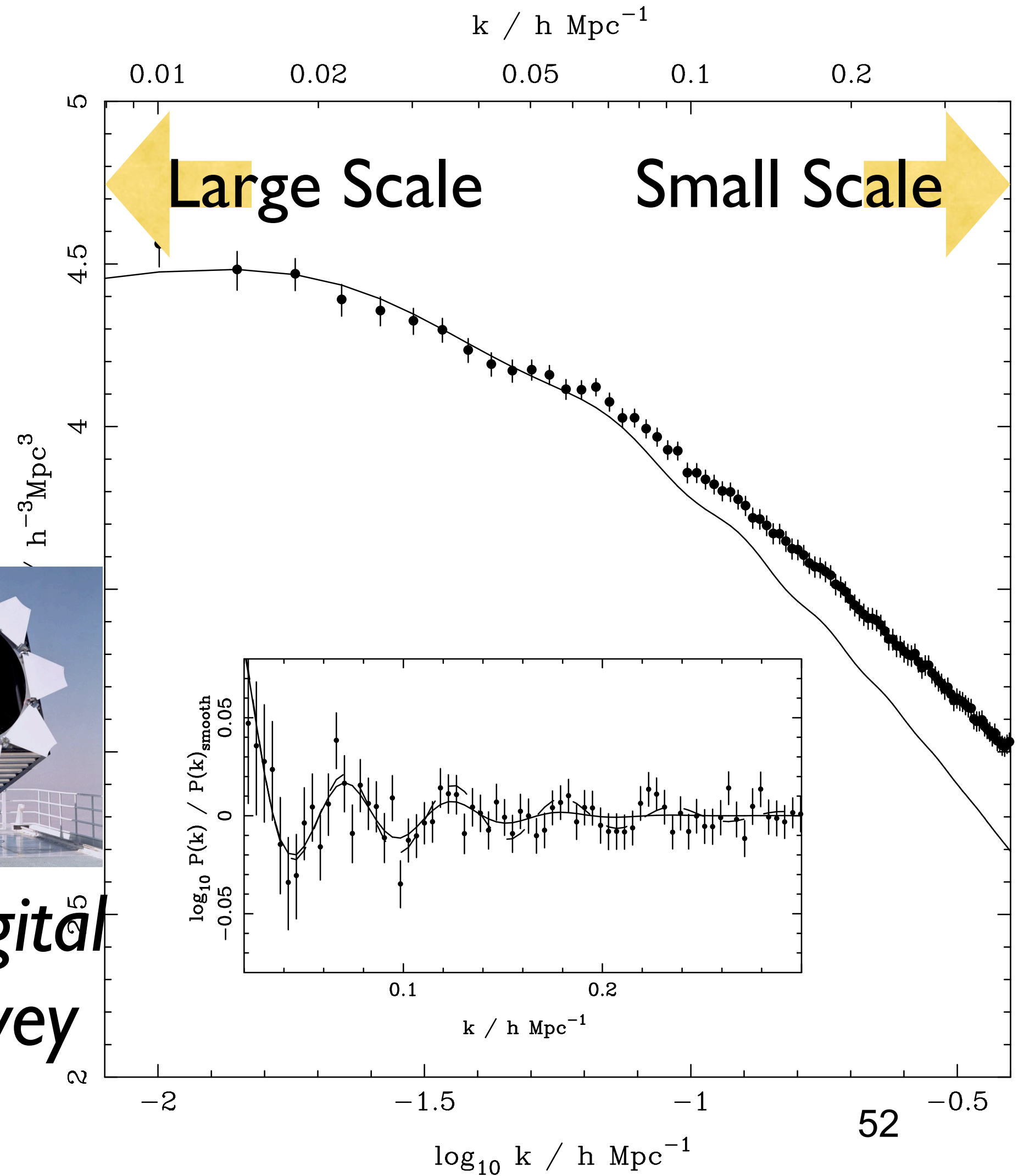
HETDEXの観測領域 (in RA-DEC coordinates)



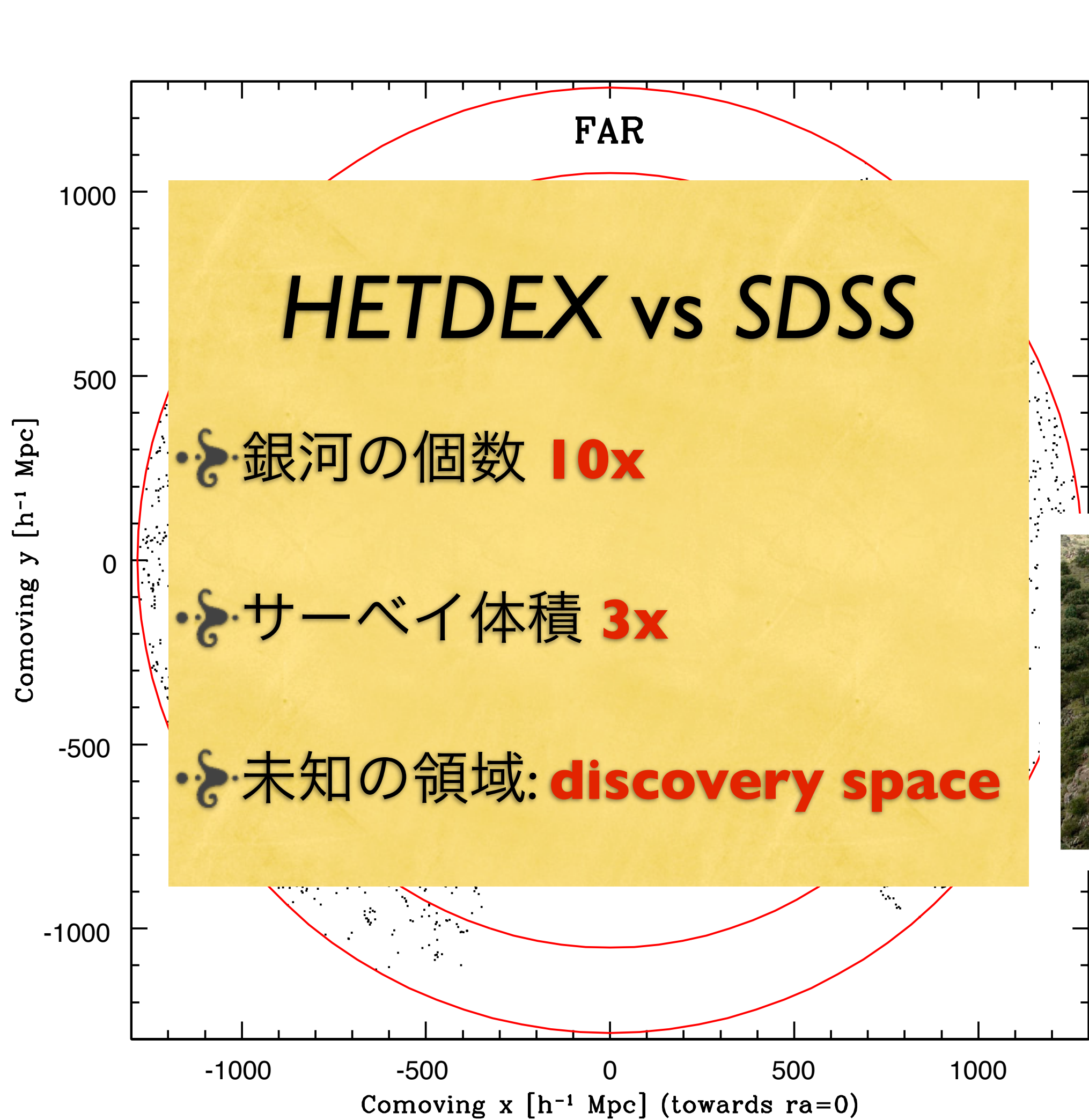
SDSSの現在の到達点



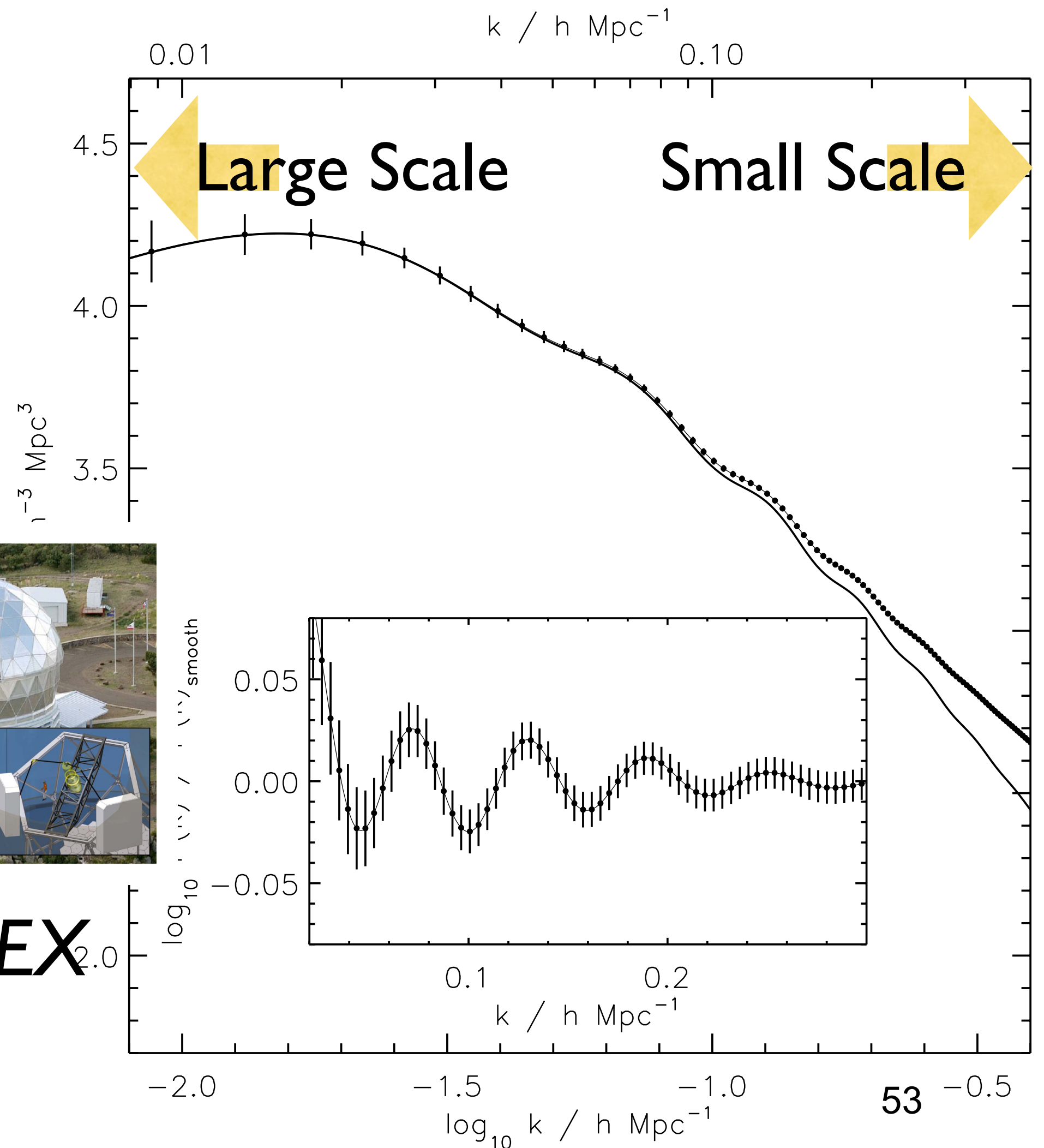
Sloan Digital Sky Survey



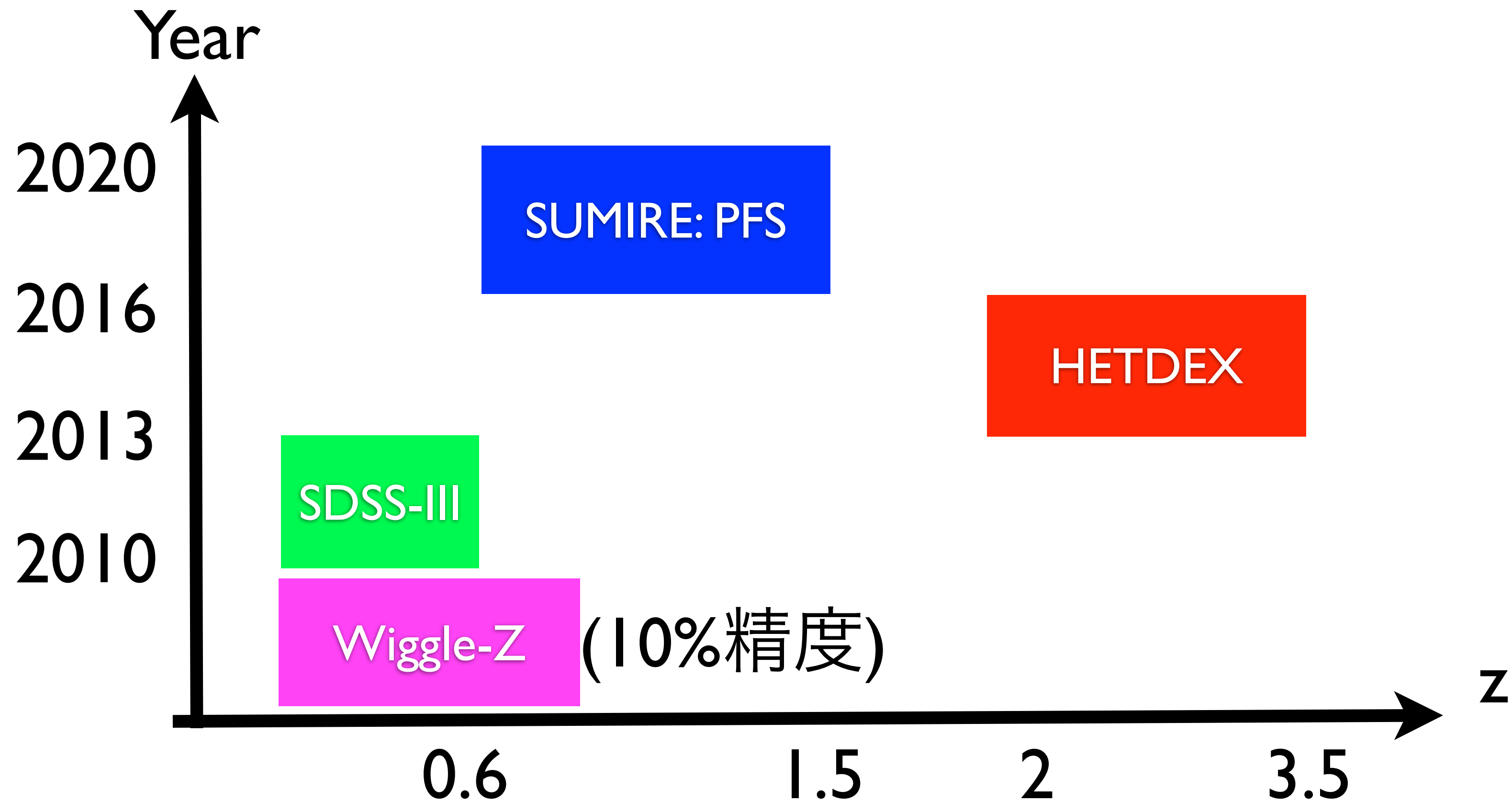
HETDEXだとこうなる予定



HETDEX

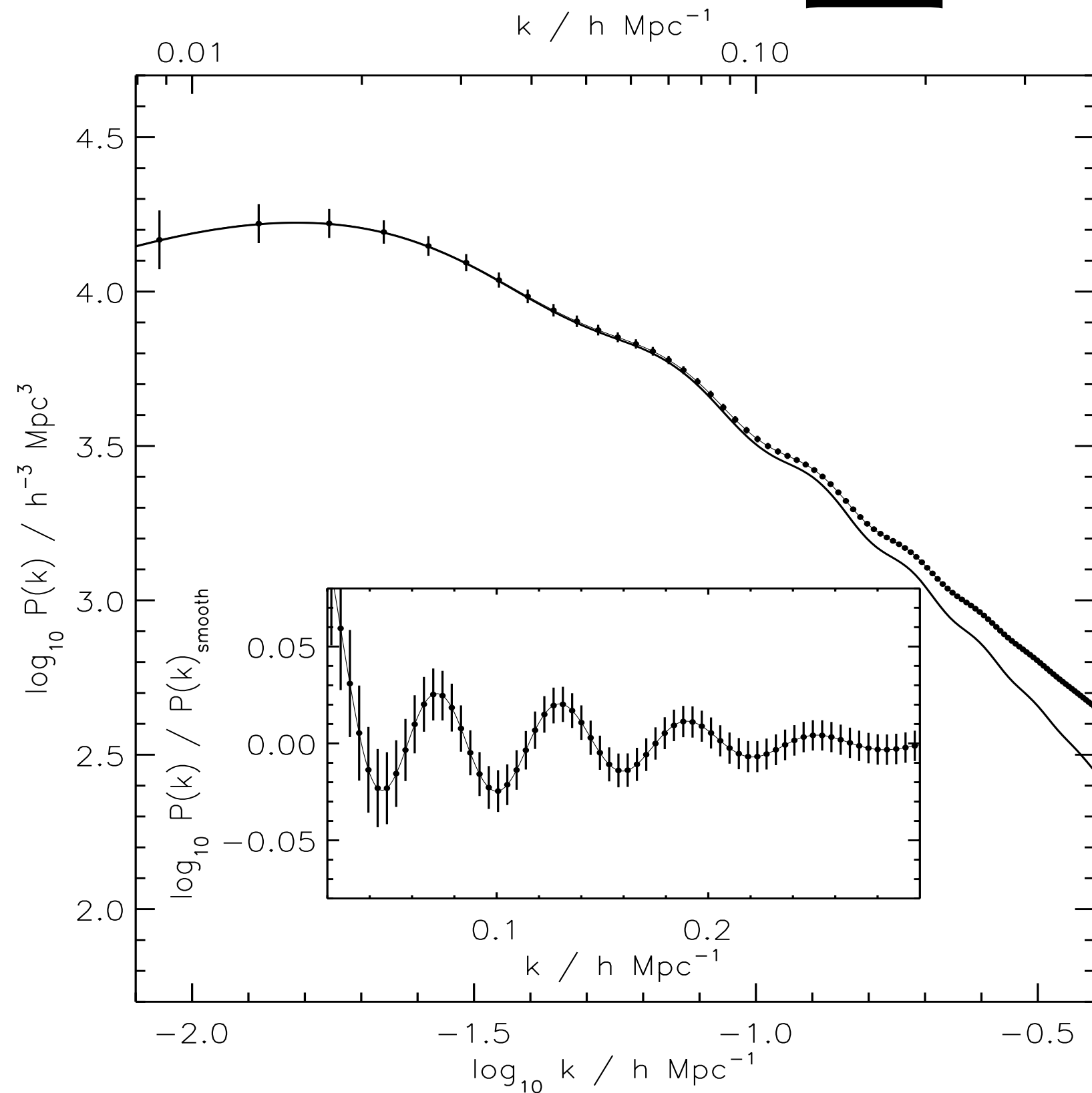


ランドスケープ



- これから10年のうちに、 $z=3.5$ までの D_A , H , f が
~1-2%の精度で測定される (はず)

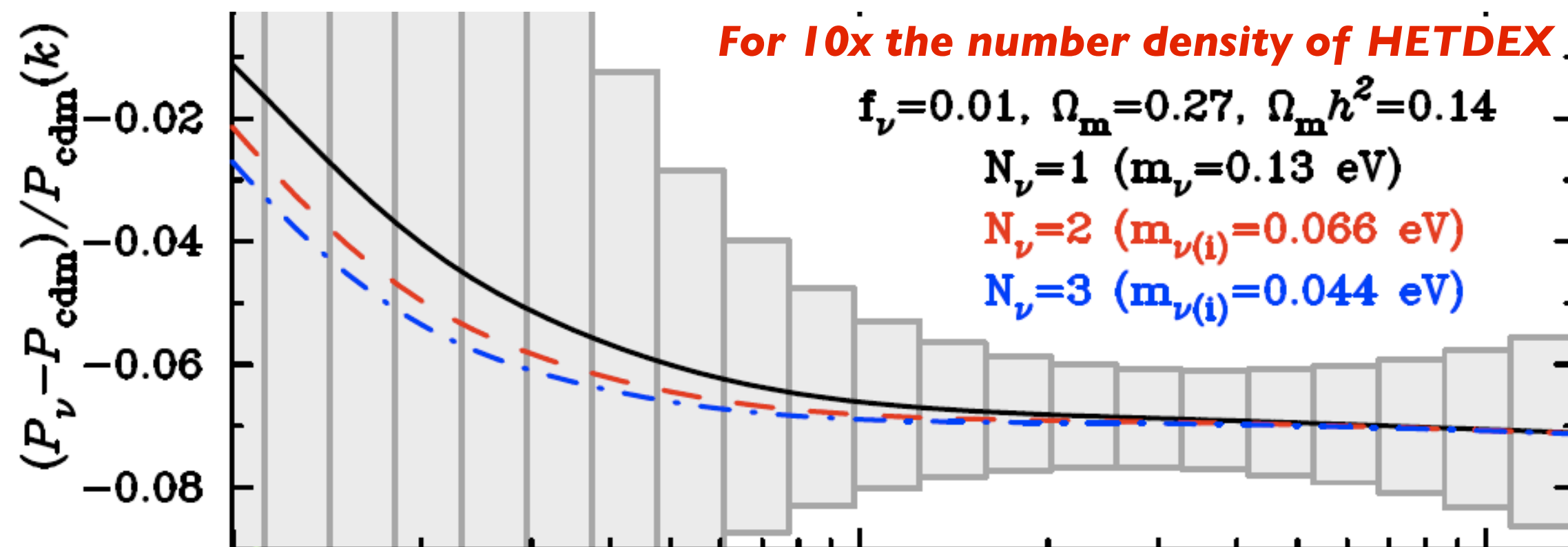
ニュートリノ質量



- ニュートリノは小スケールでの $P(k)$ を減衰させる ($k > 0.1 \text{ h Mpc}^{-1}$).

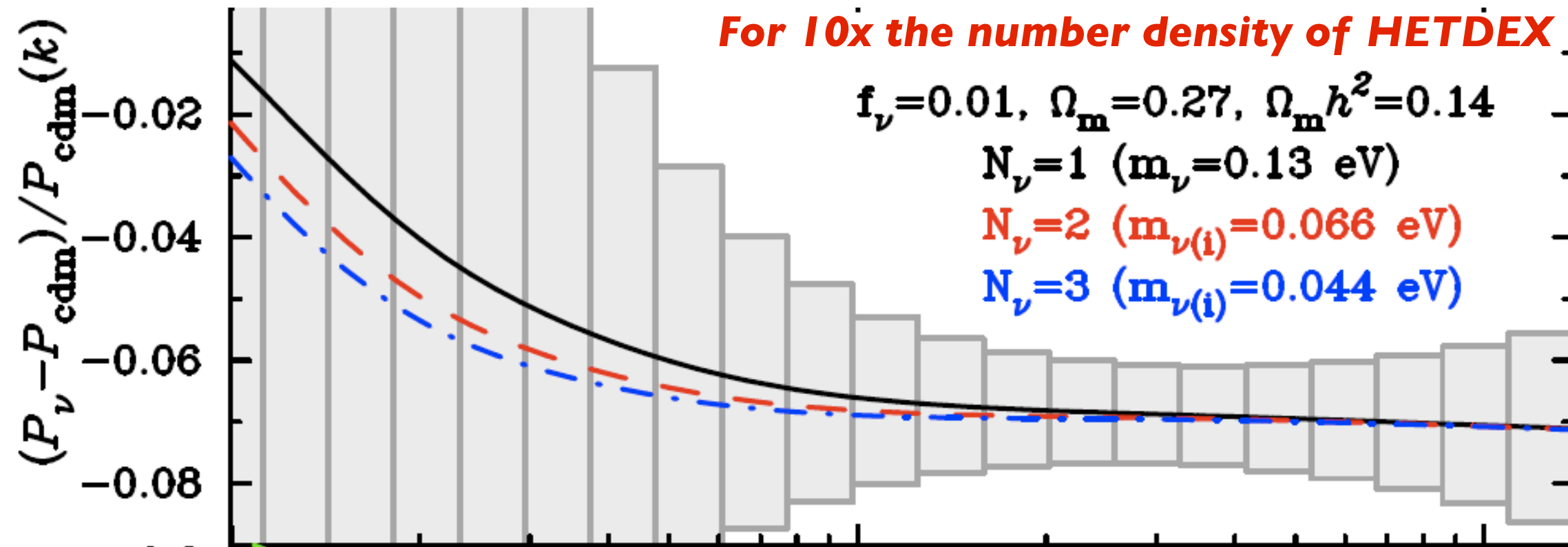
- 便利な数：

- $\sum m_\nu = 0.1 \text{ eV}$ の場合、 $k > 0.1 \text{ h Mpc}^{-1}$ で $P(k)$ は **~7%** 減衰する。



- これは余裕で測定可能！

ニュートリノ質量



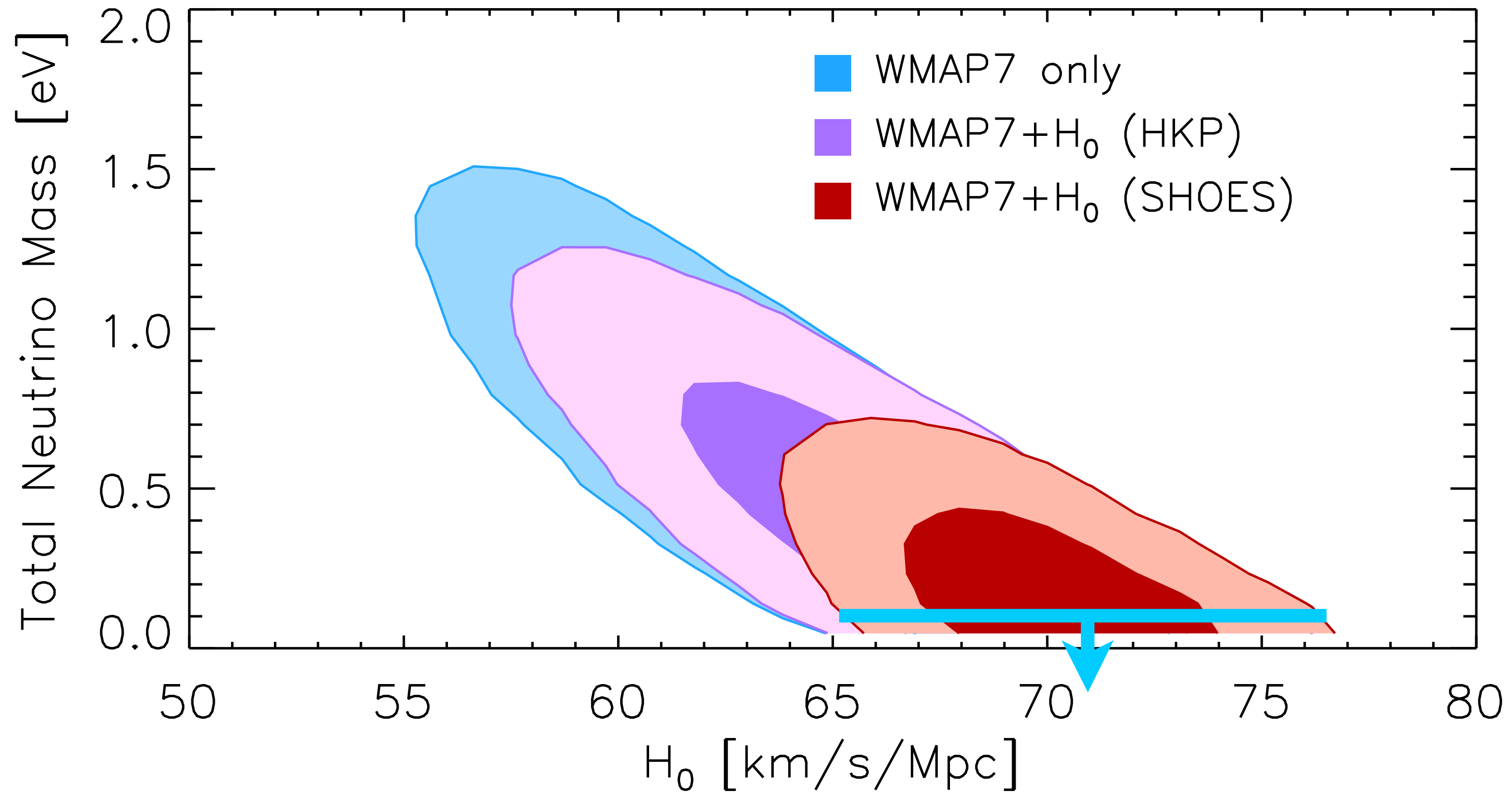
- ニュートリノの全質量

- $\Delta P/P \sim -8\Omega_\nu/\Omega_m = -[8/(\Omega_m h^2)]\Sigma m_\nu/94\text{eV}$

- 個々のニュートリノ質量

- $k_{\text{fs},i}(z) \equiv \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{H(z)}{(1+z)\sigma_{v,i}(z)} \simeq \frac{0.677}{(1+z)^{1/2}} \left(\frac{m_{\nu,i}}{1\text{eV}}\right) \Omega_m^{1/2} h \text{ Mpc}^{-1}$

HETDEXへの期待

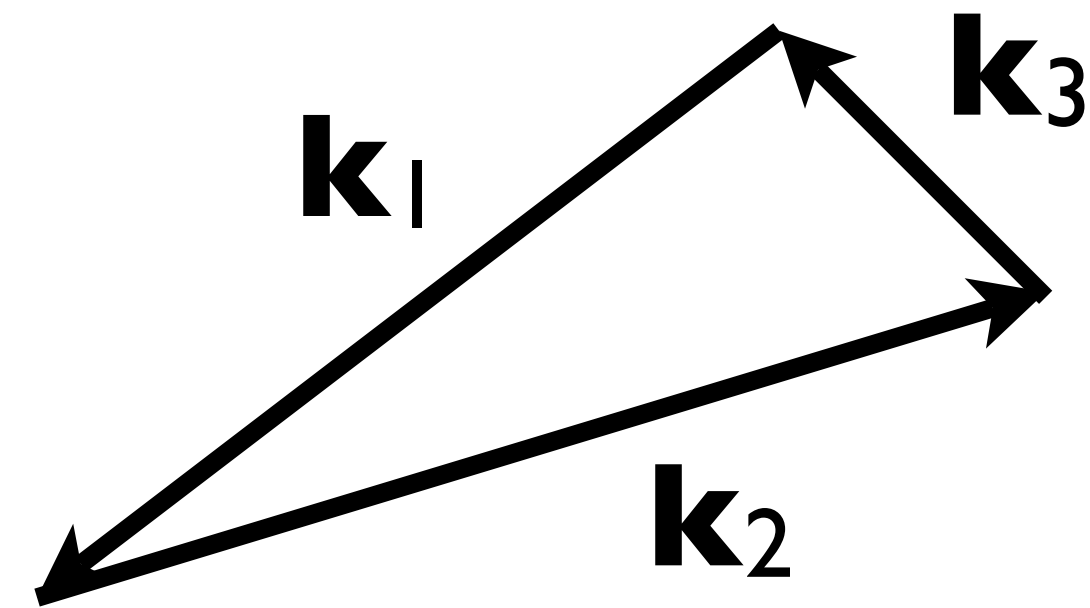


- 現在の制限より6倍ほど良い

インフレーションを棄却する

- ほとんどのインフレーションモデルは、原始揺らぎがガウス統計に従う事を予言する。
- 実は、**全ての単一スカラー場モデル**は、ある特定の3点相関関数の大きさが $f_{\text{NL}}^{\text{local}}=0.02$ である事を予言する。
- すなわち、 $f_{\text{NL}}>1$ であれば全ての単一スカラー場モデルが棄却される！

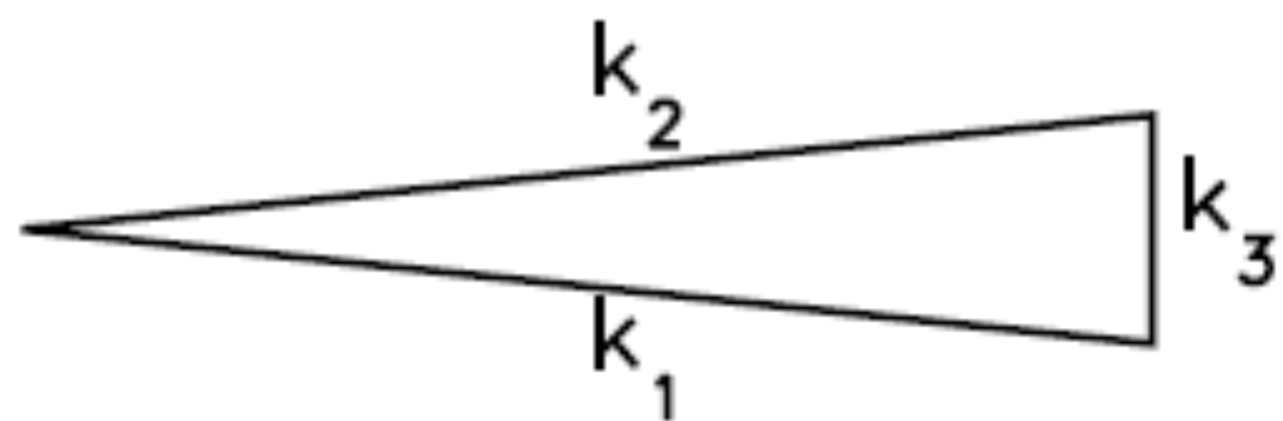
バイスペクトル



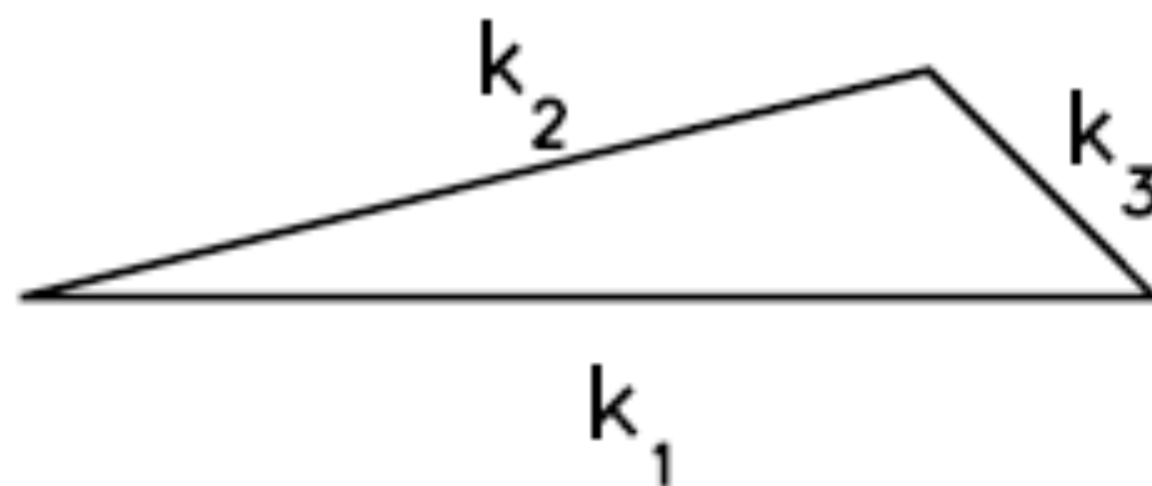
- $B_{\zeta}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \mathbf{k}_3)$
 $= \langle \zeta_{\mathbf{k}_1} \zeta_{\mathbf{k}_2} \zeta_{\mathbf{k}_3} \rangle = (\text{振幅}) \times (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3) F(k_1, k_2, k_3)$
モデルに依存する関数

↑
原始曲率揺らぎ

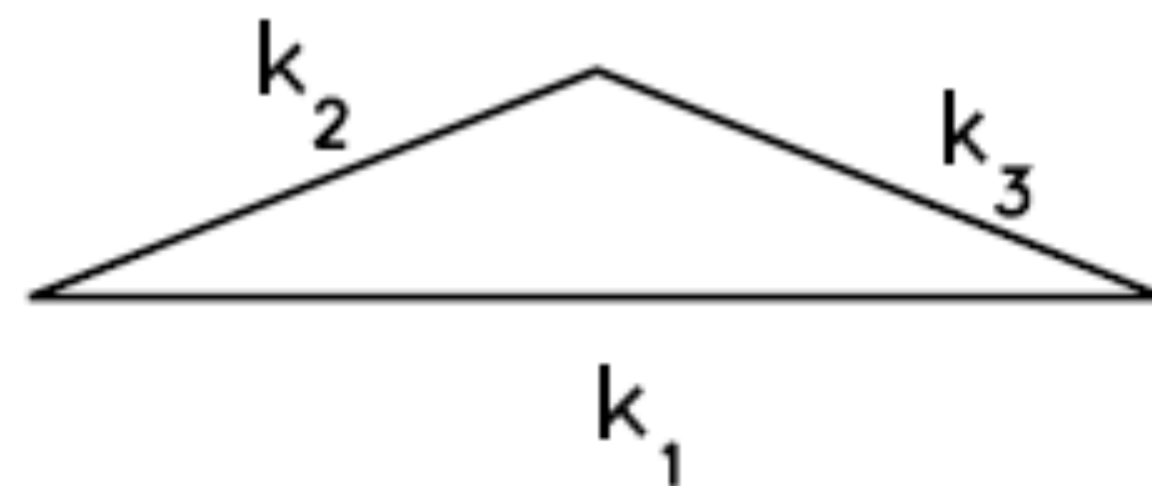
(a) squeezed triangle
($k_1 \approx k_2 \gg k_3$)



(b) elongated triangle
($k_1 = k_2 + k_3$)

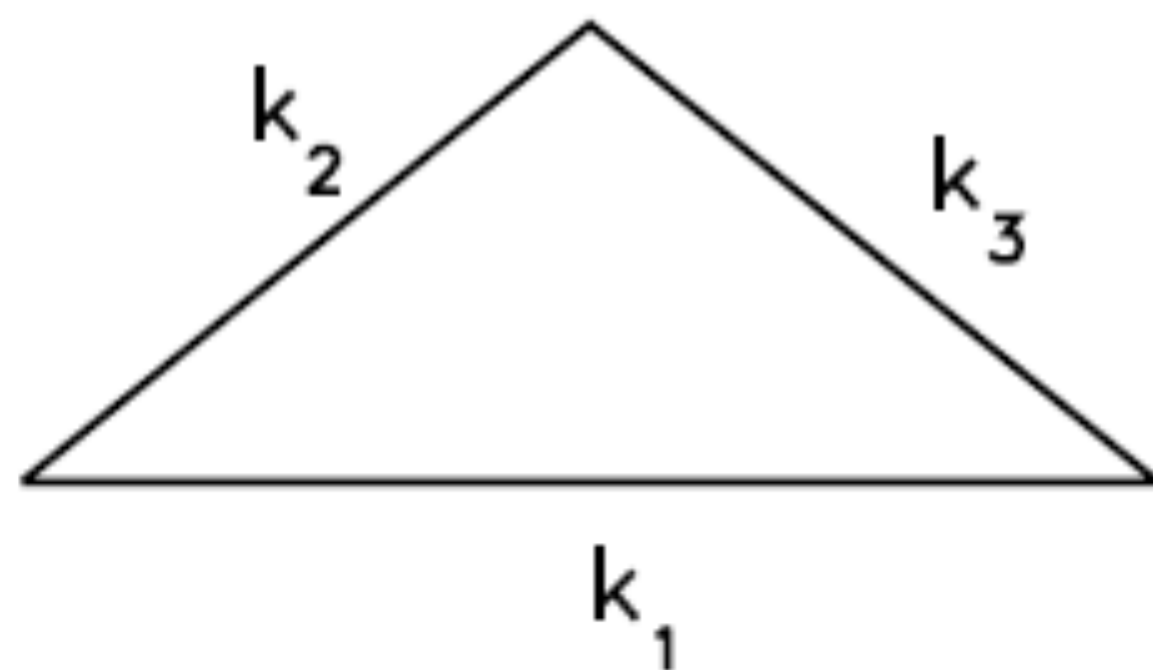


(c) folded triangle
($k_1 = 2k_2 = 2k_3$)

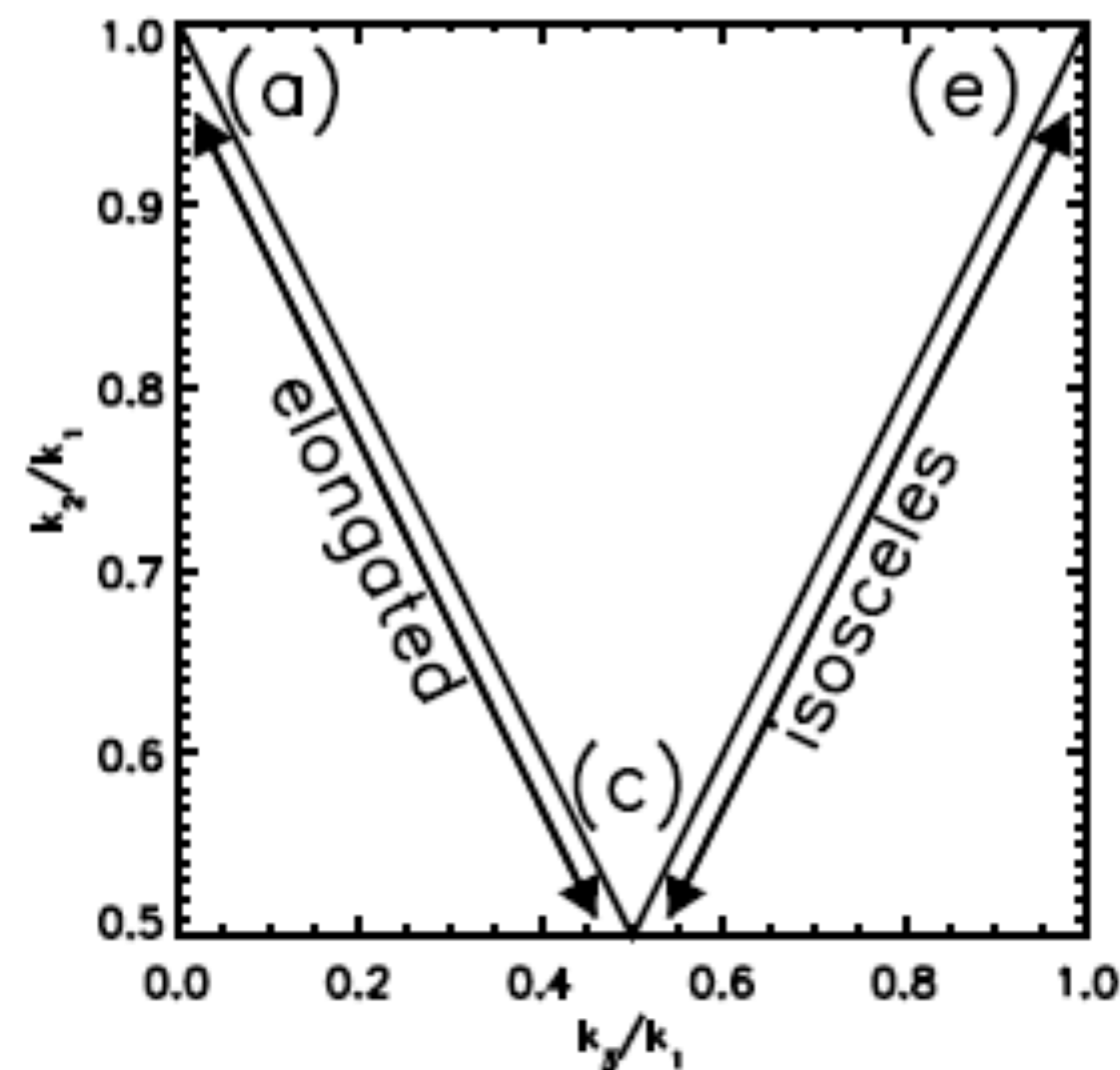
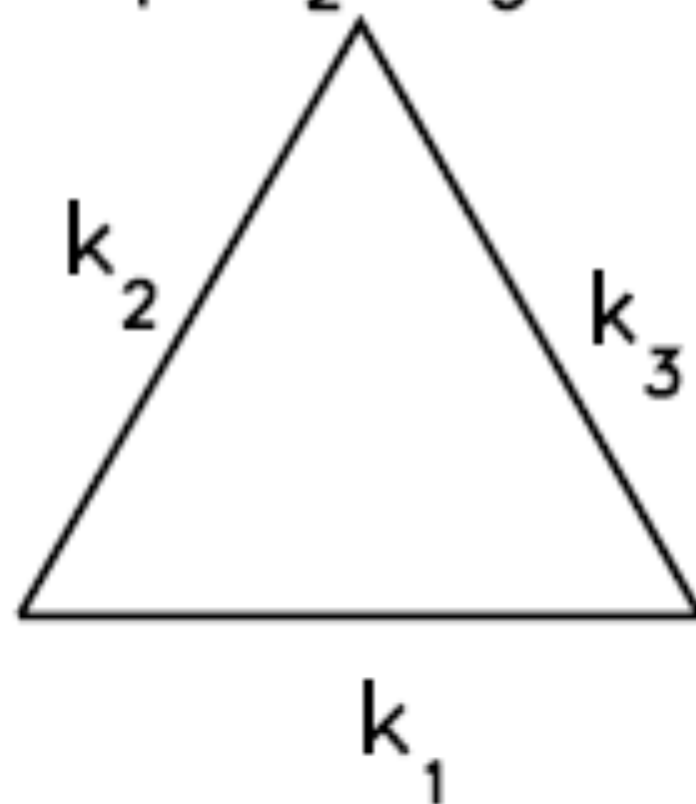


MOST IMPORTANT

(d) isosceles triangle
($k_1 > k_2 = k_3$)



(e) equilateral triangle
($k_1 = k_2 = k_3$)



単一スカラー場の定理

- 全ての単一スカラー場のモデルにおいて、squeezed limitのバイスペクトルは以下の形をとる：
- $B_{\zeta}(\mathbf{k}_1 \sim \mathbf{k}_2 \ll \mathbf{k}_3) \approx (1 - n_s) \times (2\pi)^3 \delta(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 + \mathbf{k}_3) \times P_{\zeta}(k_1) P_{\zeta}(k_3)$
- 全ての単一スカラー場のモデルは $f_{\text{NL}} \approx (5/12)(1 - n_s)$ を予言する。現在の n_s の値を用いれば、 f_{NL} は 0.01 程度 である事がわかる。

バイスペクトルの現在の結果

- バイスペクトルはまだ検出されていない。95%の制限は
 - $-10 < f_{\text{NL}}^{\text{local}} < 74$
- 68%の制限は $f_{\text{NL}}^{\text{local}} = 32 \pm 21$
- つまり、**WMAPのデータは単一スカラー場のインフレーションの予言と無矛盾: $1-n_s \approx r \approx f_{\text{NL}}$**
- プランクは68%の制限で $\Delta f_{\text{NL}}^{\text{local}} = 5$ を得ると期待される

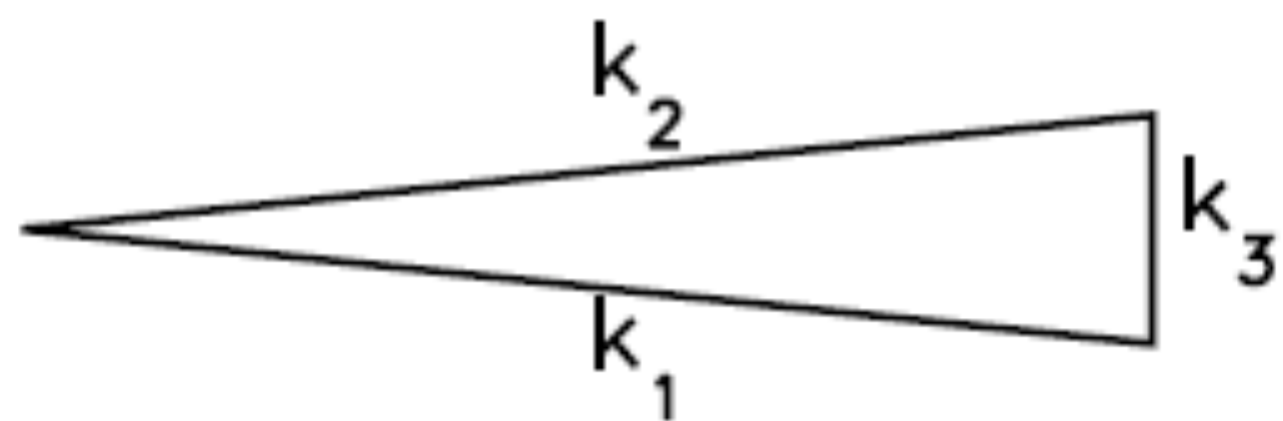
大規模構造ができる事

- 原理的には、大規模構造では3次元の情報が得られるので、信号-雑音比がずっと改善されるはず
(CMBでは2次元の情報しか得られない)

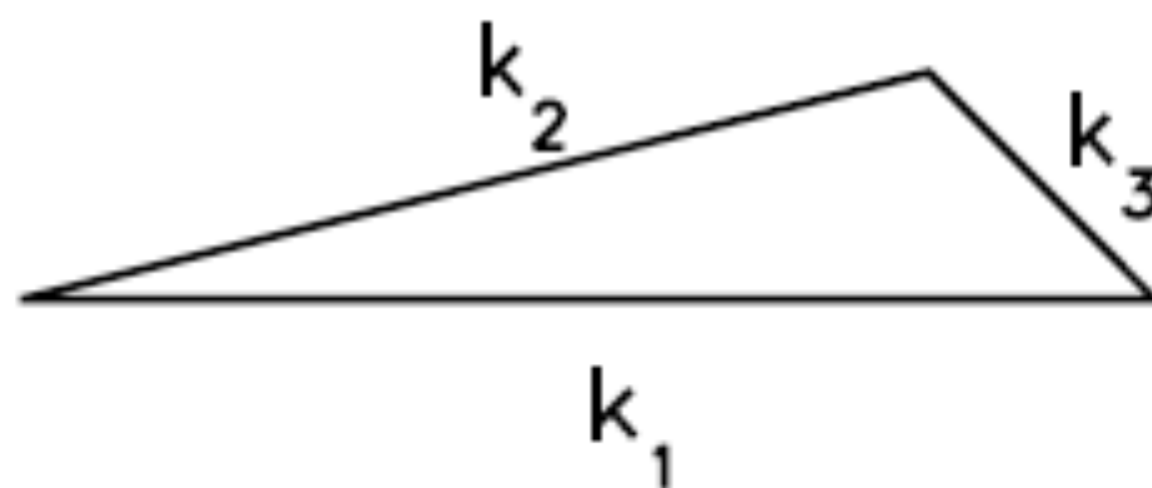
大規模構造ができる事？

- 統計は優れていても、大規模構造は非線形になるのだから、原始揺らぎのガウス性を測定するのに適していない？
- 実は、そんな事はない！

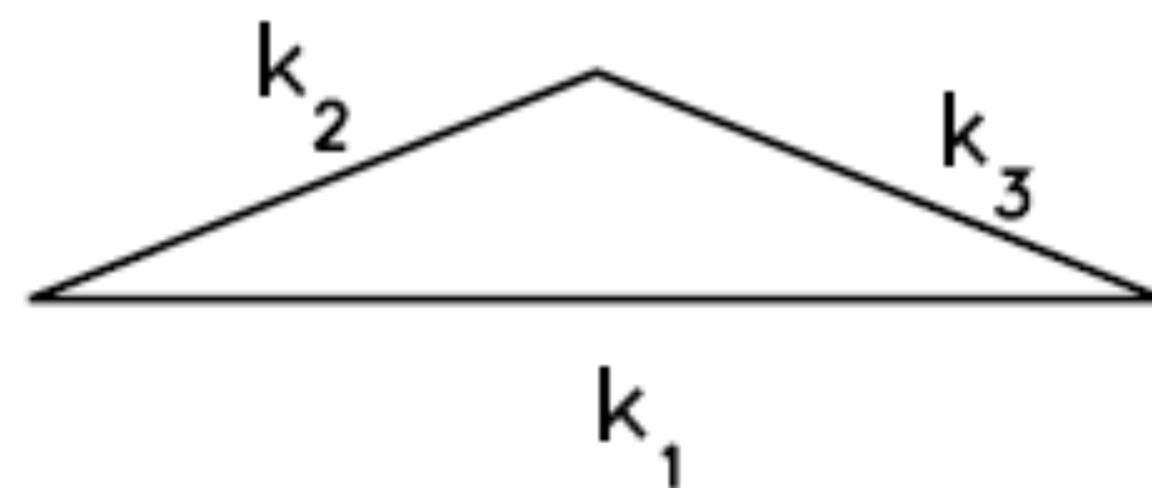
(a) squeezed triangle
($k_1 \approx k_2 \gg k_3$)



(b) elongated triangle
($k_1 = k_2 + k_3$)

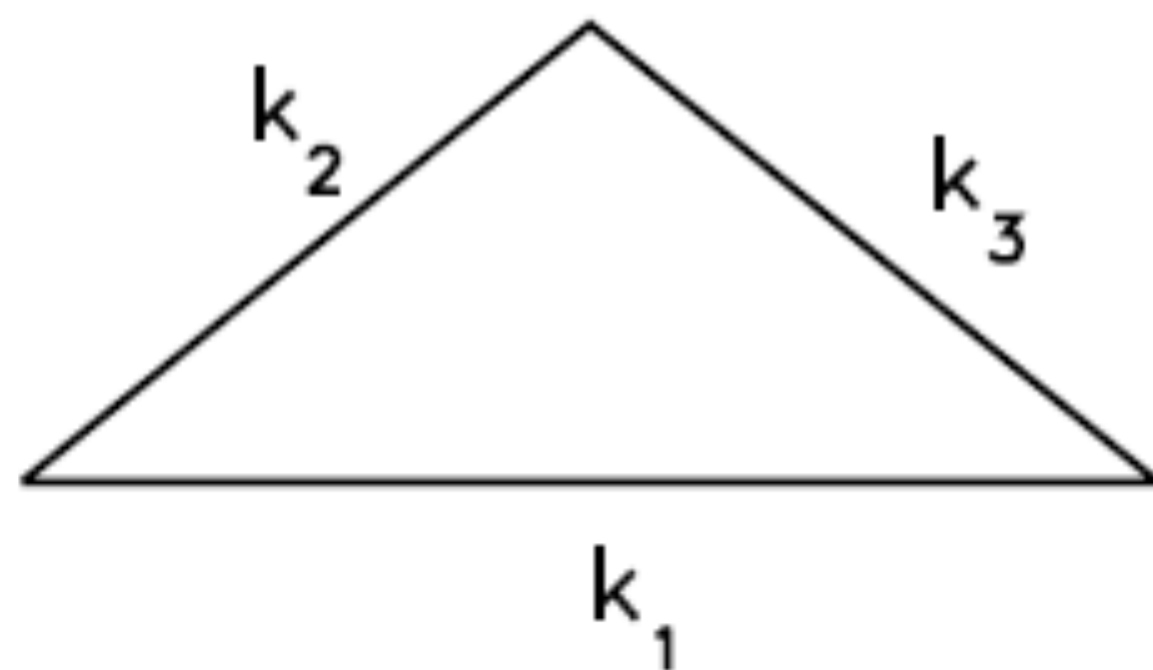


(c) folded triangle
($k_1 = 2k_2 = 2k_3$)

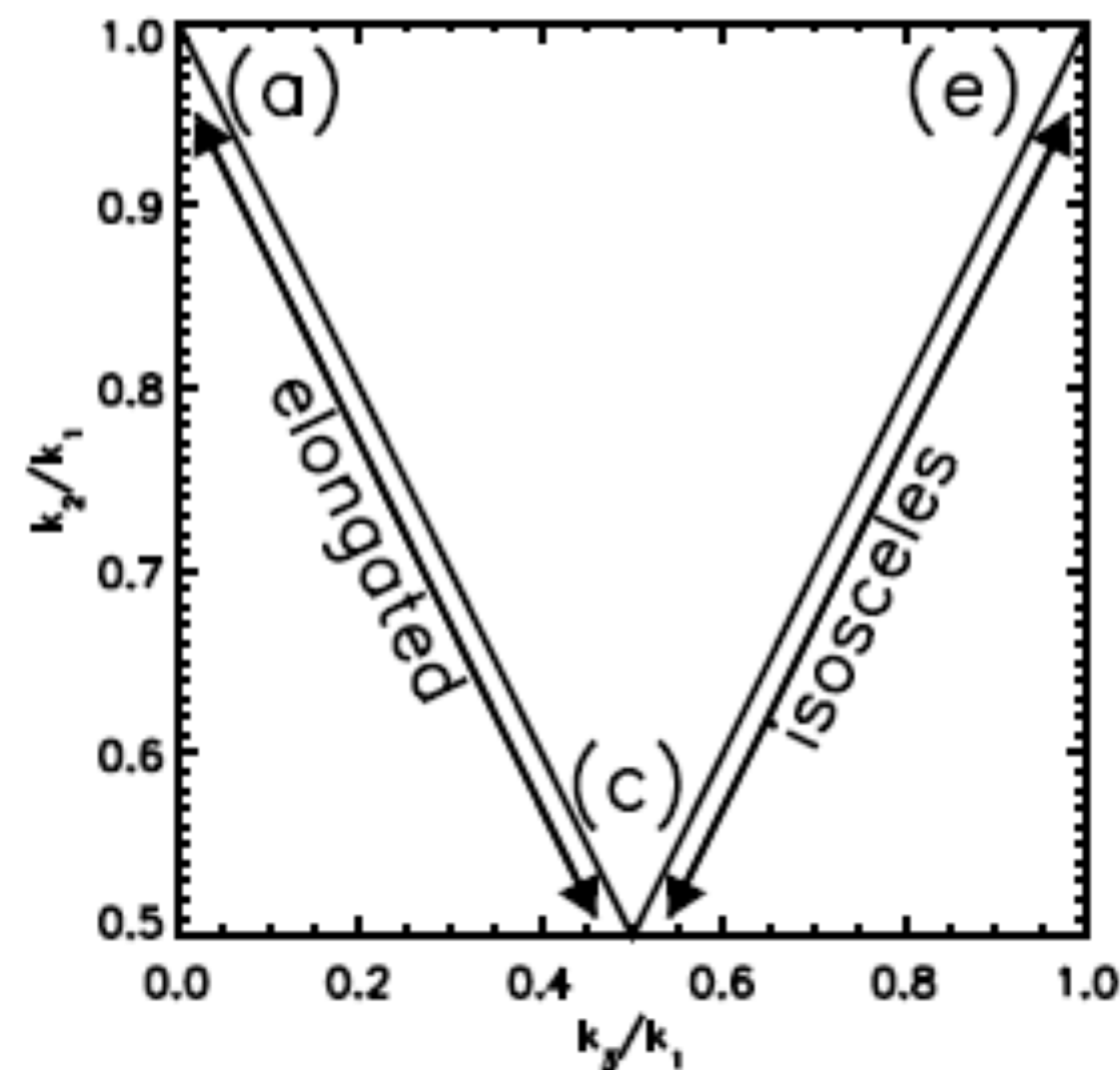
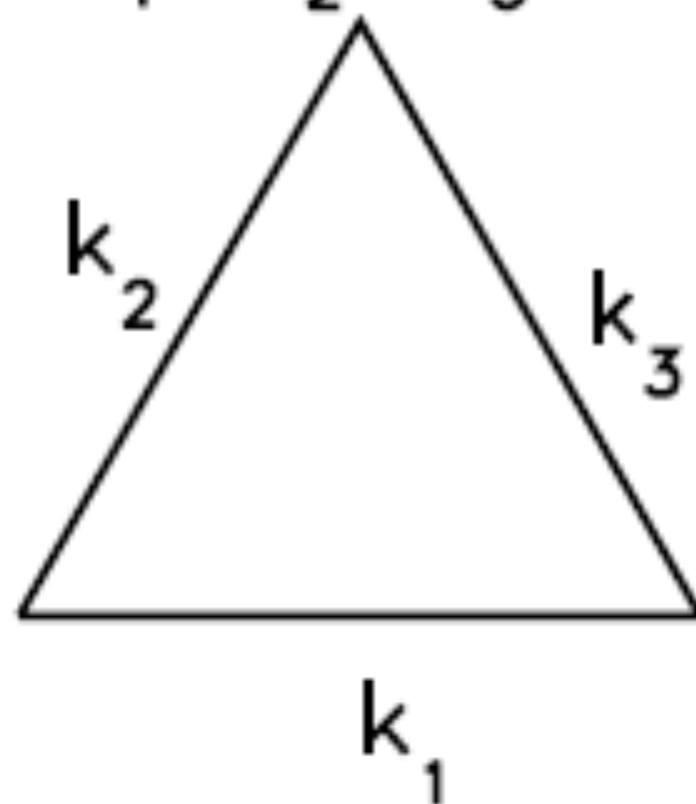


MOST IMPORTANT

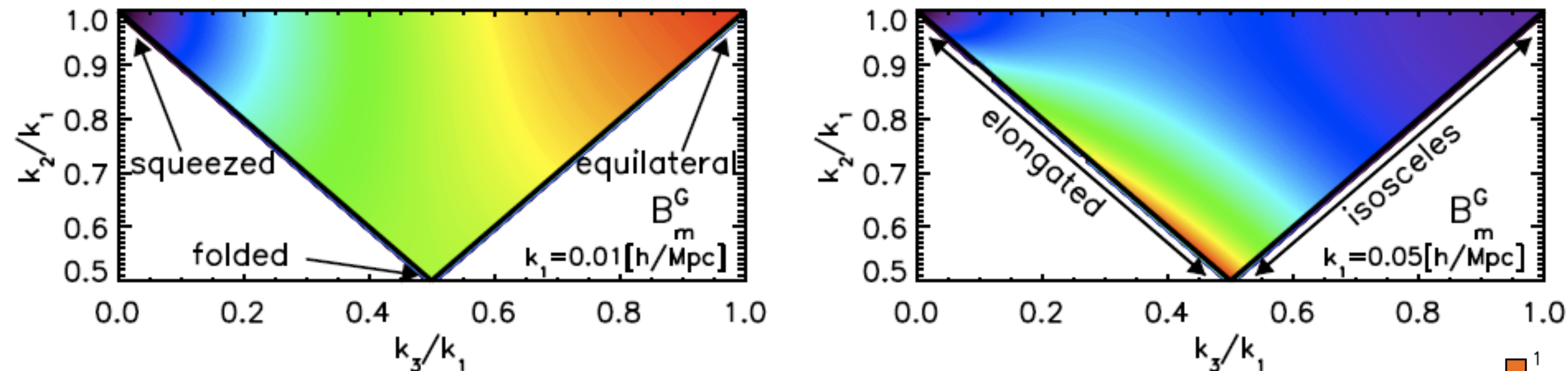
(d) isosceles triangle
($k_1 > k_2 = k_3$)



(e) equilateral triangle
($k_1 = k_2 = k_3$)



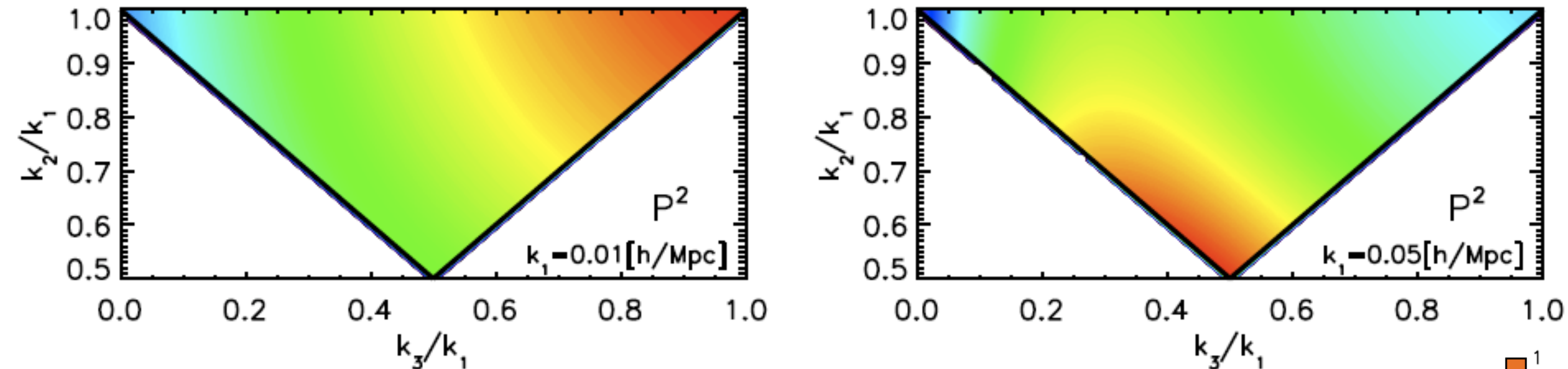
非線形重力



$$2b_1^3 \left[F_2^{(s)}(\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2) P_m(k_1, z) P_m(k_2, z) + (\text{cyclic}) \right]$$

- k_1 を固定して、 k_2 と k_3 を変えた (ただし $k_3 \leq k_2 \leq k_1$)
- $F_2(k_2, k_3)$ はsqueezed limitでゼロとなり、elongated trianglesで最大となる

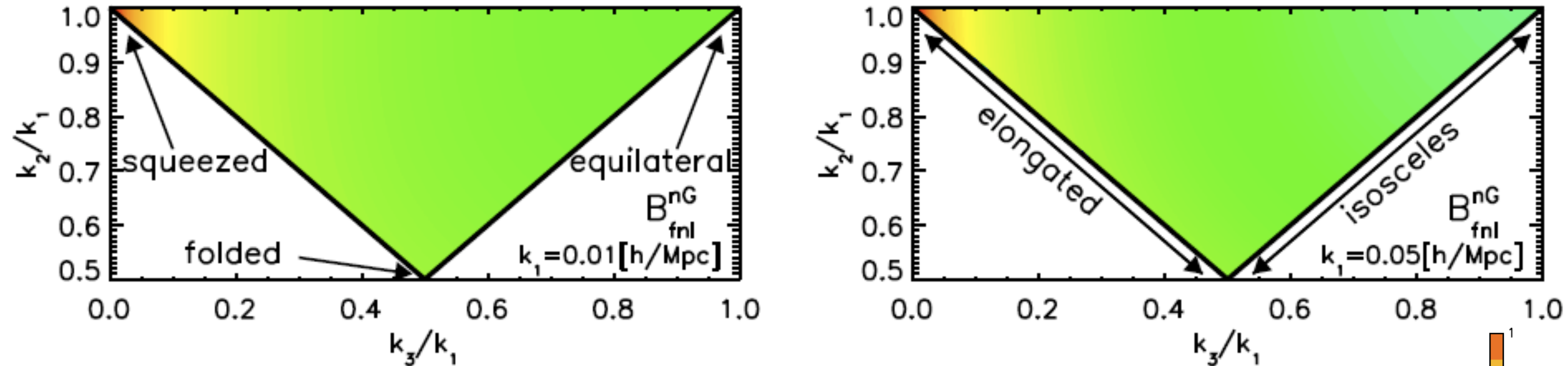
非線形銀河バイアス



$$b_1^2 b_2 [P_m(k_1, z) P_m(k_2, z) + (\text{cyclic})]$$

- F_2 がないのでsqueezed limitでそんなに小さくはならないが、他の形に比べて小さいのは確か

原始非ガウス性



$$3b_1^3 f_{\text{NL}} \Omega_m H_0^2 \left[\frac{P_m(k_1, z)}{k_1^2 T(k_1)} \frac{P_m(k_2, z)}{k_2^2 T(k_2)} \frac{k_3^2 T(k_3)}{D(z)} + (\text{cyclic}) \right]$$

- Squeezed configurations で最大となるので、

他の効果と区別可能！ **インフレーション**

理論の枠組みをテストできる

さて、銀河は？

- 我々が測定するのは「銀河」のパワースペクトル、あるいはバイスペクトル
 - 「物質」のパワースペクトルやバイスペクトルの計算が何の役に立つと言うのか？
- どうやって摂動論を銀河に拡張すれば良いのだろうか？

局在銀河形成仮定

- 銀河の分布は物質の分布と完全には一致せず、あるバイアスのかかった分布を持つ。
- 大抵これは「線形バイアス」として $P_g(k)=b_1^2 P(k)$ のようにモデル化される。 b_1 は定数。
- どうやってこれを非線形な形に拡張するか？
- 仮定: **銀河形成は局在した物理過程**。少なくとも、我々が興味あるスケールでは成立するとみなす。

δ_g を δ でテイラー展開する

$$\delta_g(\mathbf{x}) = c_1\delta(\mathbf{x}) + c_2\delta^2(\mathbf{x}) + c_3\delta^3(\mathbf{x}) + O(\delta^4) + \varepsilon(\mathbf{x})$$

ここで δ は非線形な物質揺らぎ、 ε は物質揺らぎとは相関を持たない「ノイズ」： $\langle\delta(\mathbf{x})\varepsilon(\mathbf{x})\rangle=0$.

- 両辺とも同じ空間地点 \mathbf{x} で定義される事から、局在した銀河形成を仮定しているのがわかる。
- 局在仮定は必ずどこかで破れるが、破れないスケールのみ扱う、というスタンス。

銀河のパワースペクトル

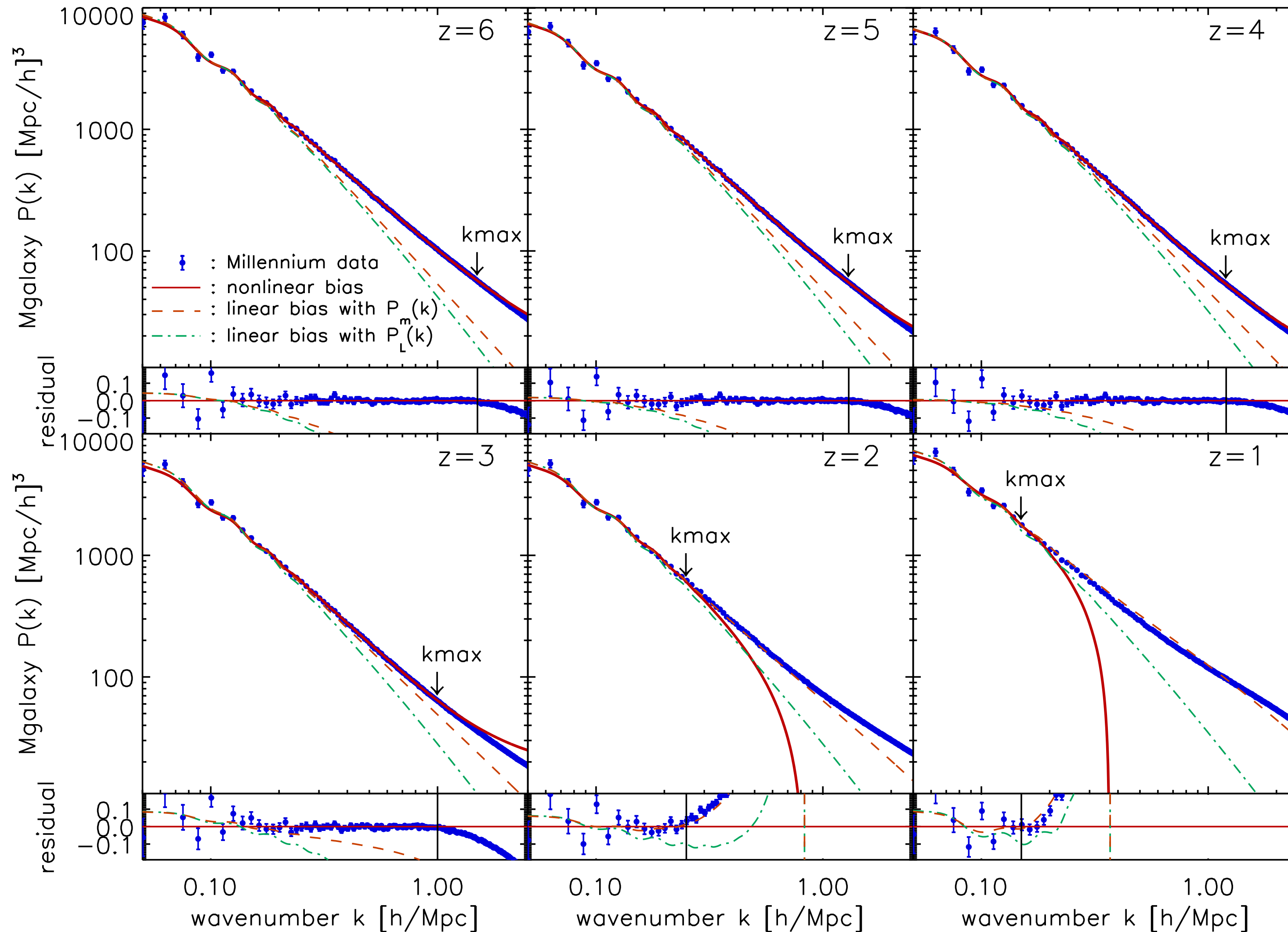
$$P_g(k) = N + b_1^2 \left[P(k) + \frac{b_2^2}{2} \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} P(q) \left[P(|k - q|) - P(q) \right] \right. \\ \left. + 2b_2 \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} P(q) P(|k - q|) F_2^{(s)}(q, k - q) \right]$$

- 3つのバイアスパラメータ b_1, b_2, N は、テイラー展開の係数 $c_1, c_2, c_3, \varepsilon$ と関係している。
- これらは銀河形成の情報を持っているが、我々の興味ではないため、 b_1, b_2, N は完全にフリー。

ミレニアム “銀河” シミュレーション

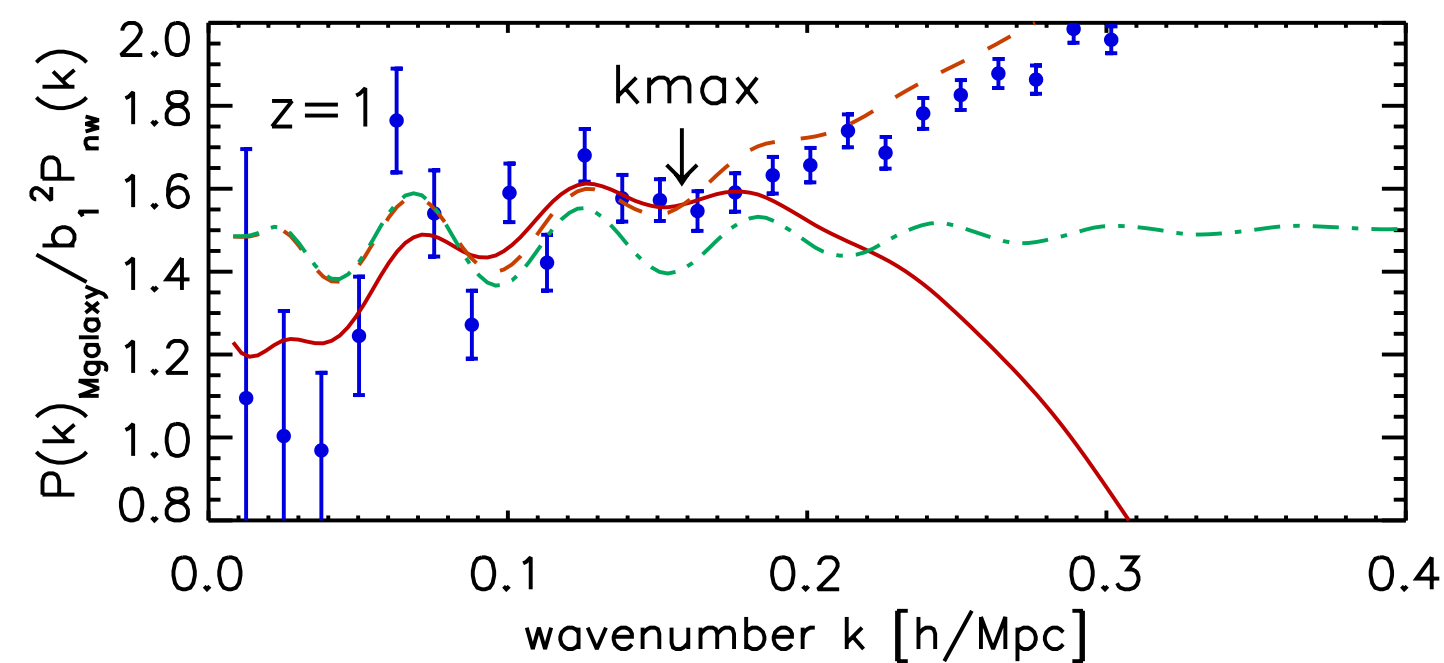
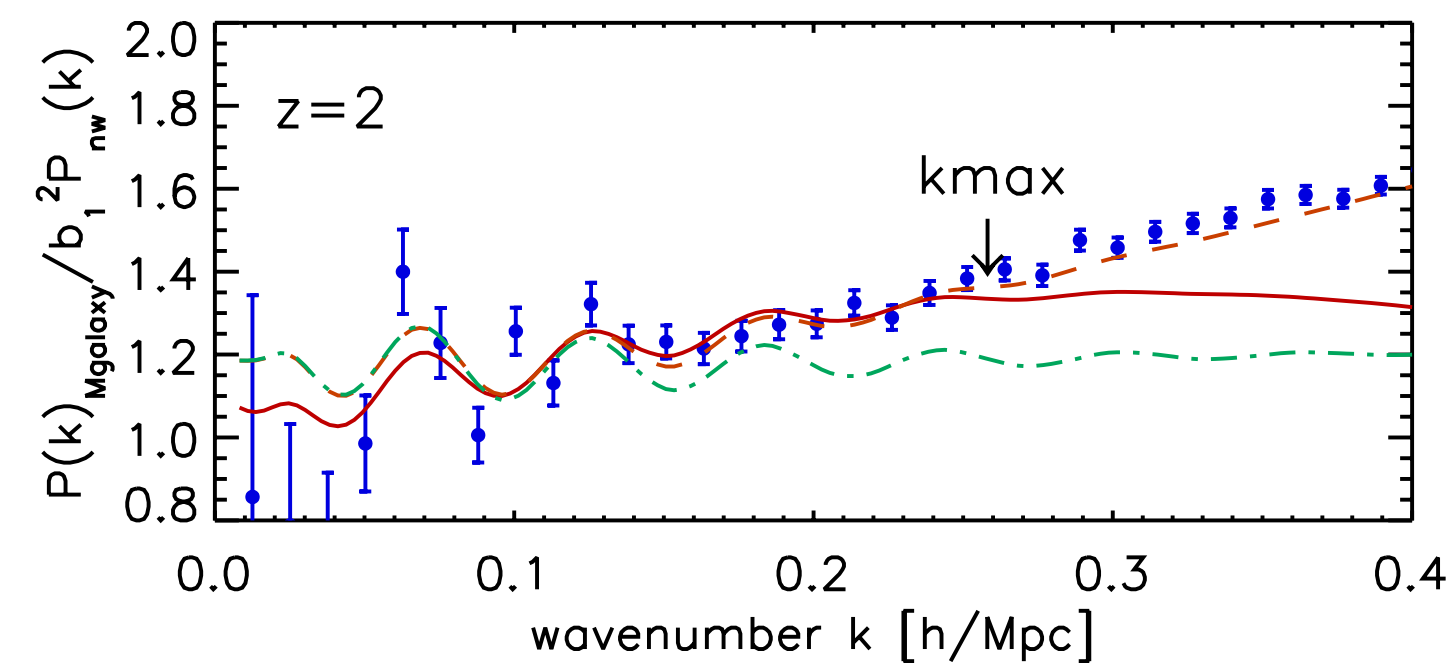
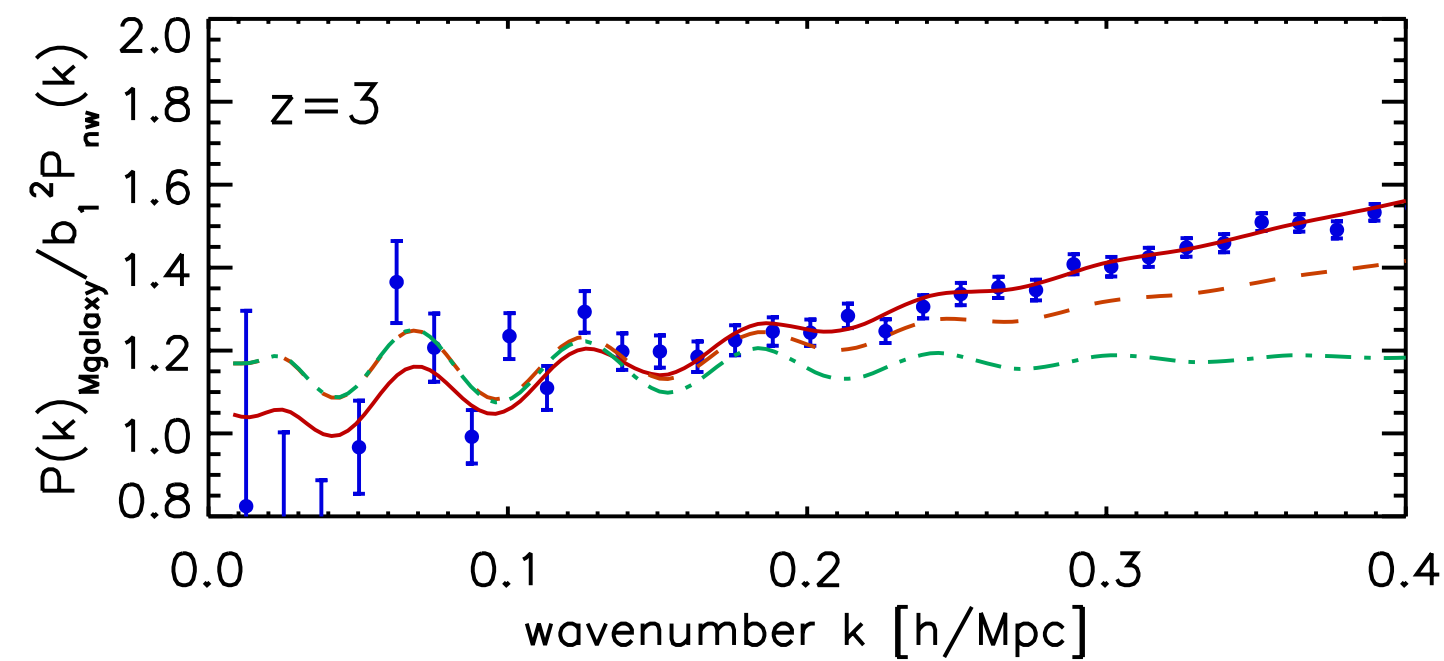
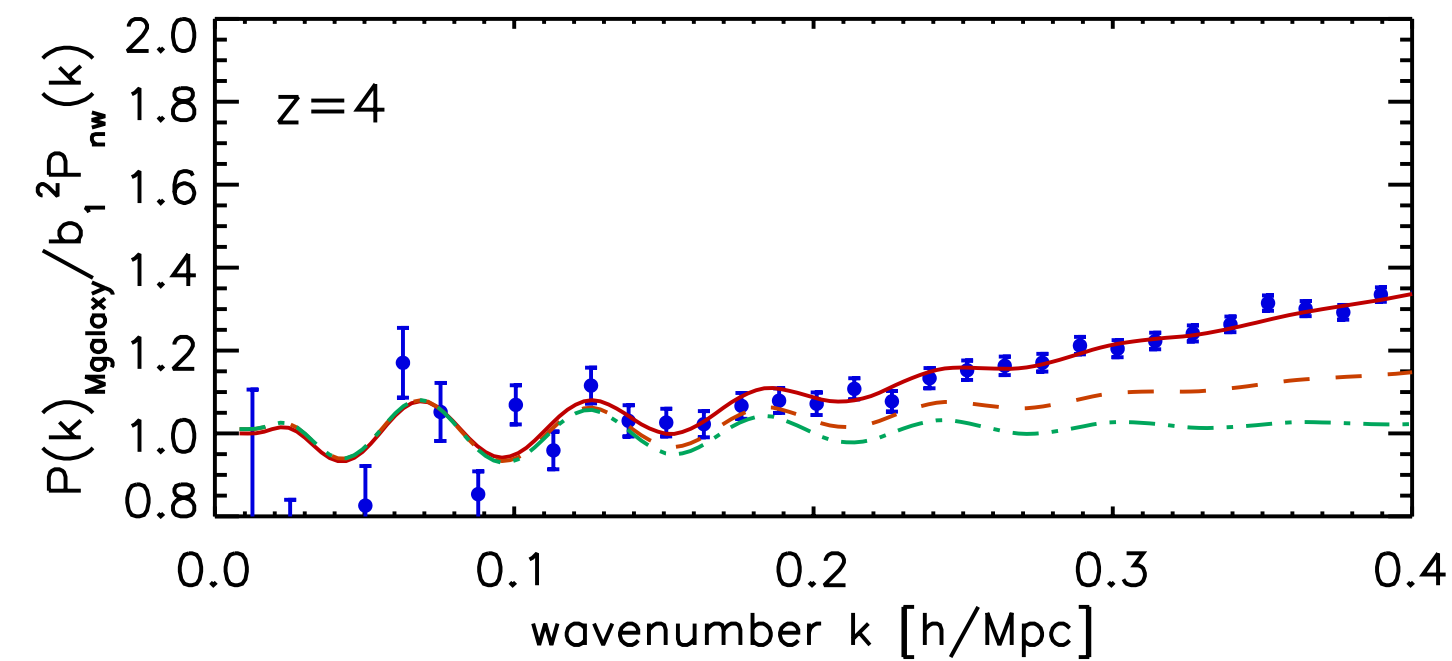
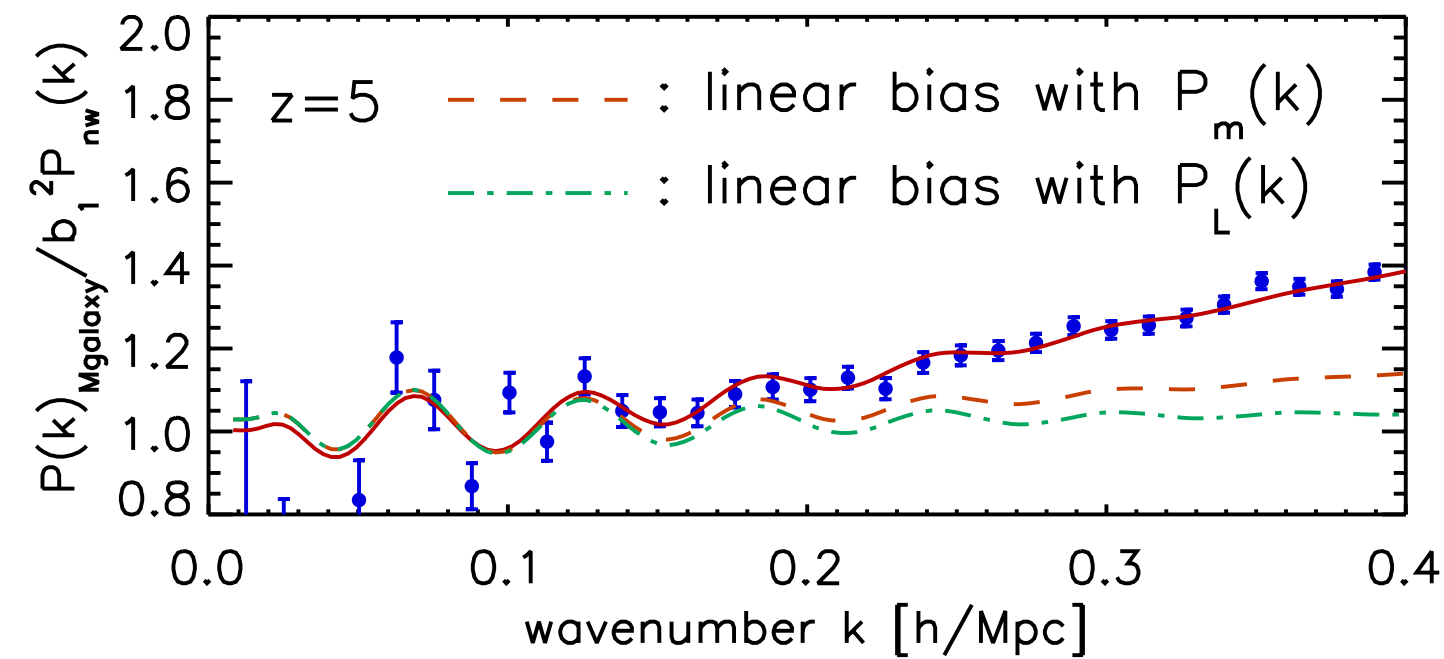
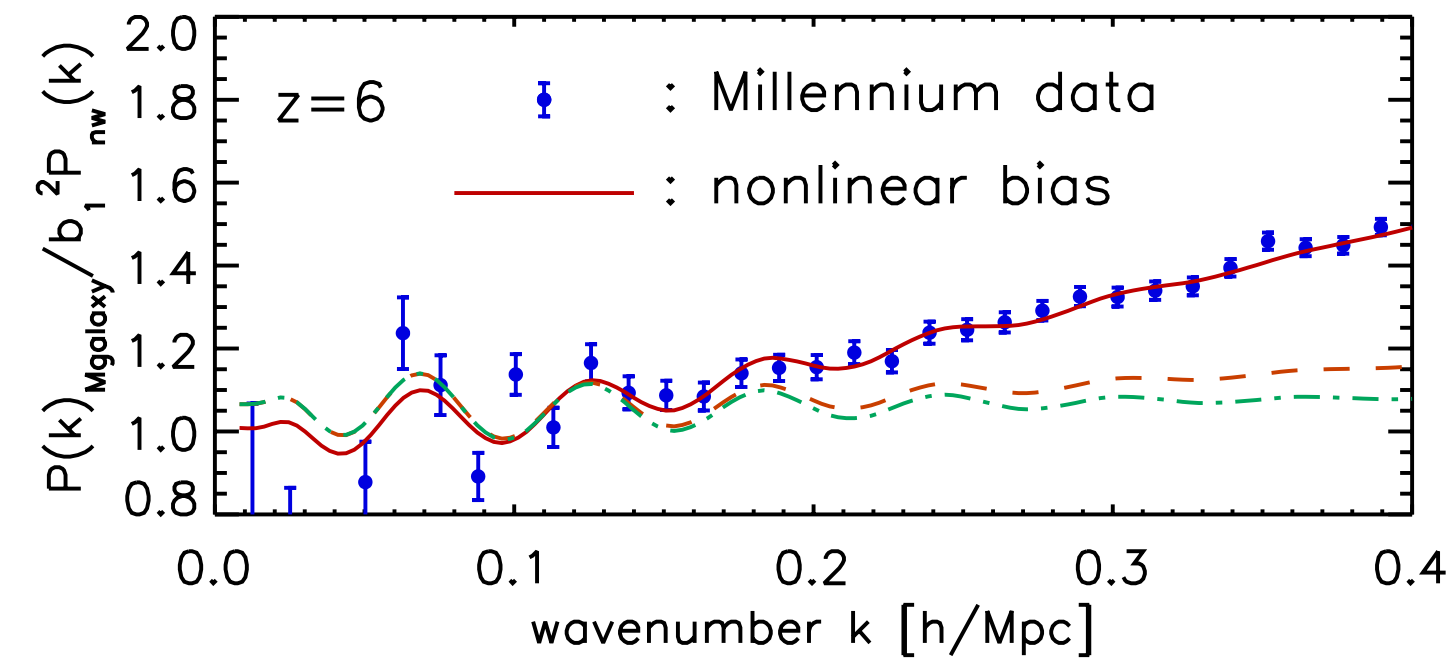
- 銀河の宇宙論的シミュレーションと比較してみる。
- 現状でベストなミレニアムシミュレーション (Springel et al. 2005) を使う。銀河は準解析的銀河形成コードにより作られたカタログを使う。
 - MPAコード: De Lucia & Blaizot (2007)
 - Durhamコード: Croton et al. (2006)

摂動論 vs MPA 銀河



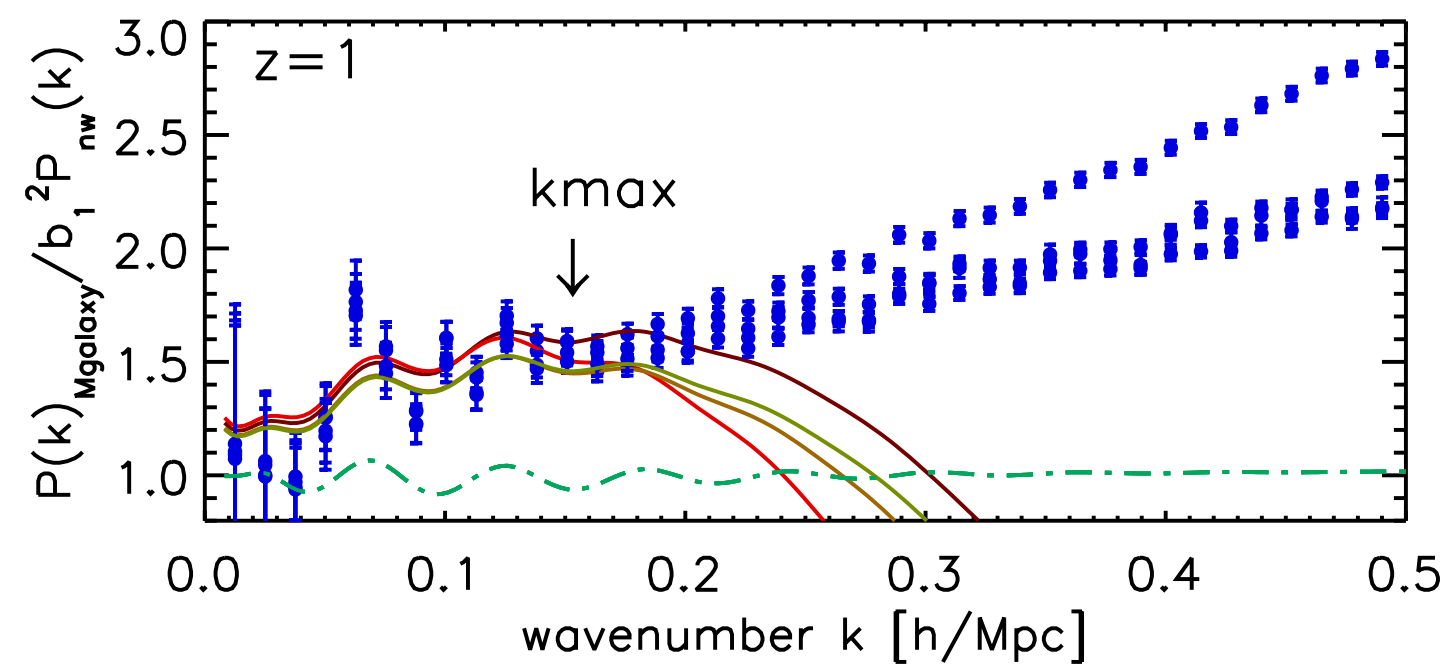
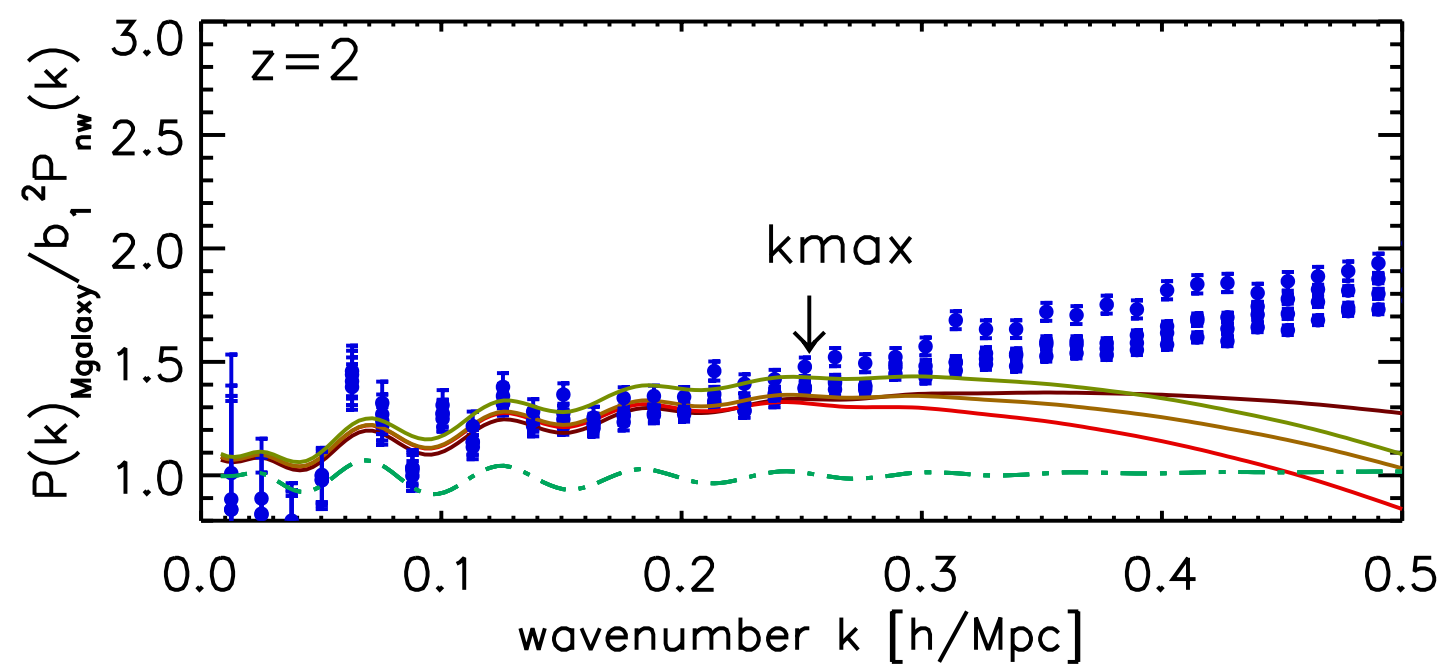
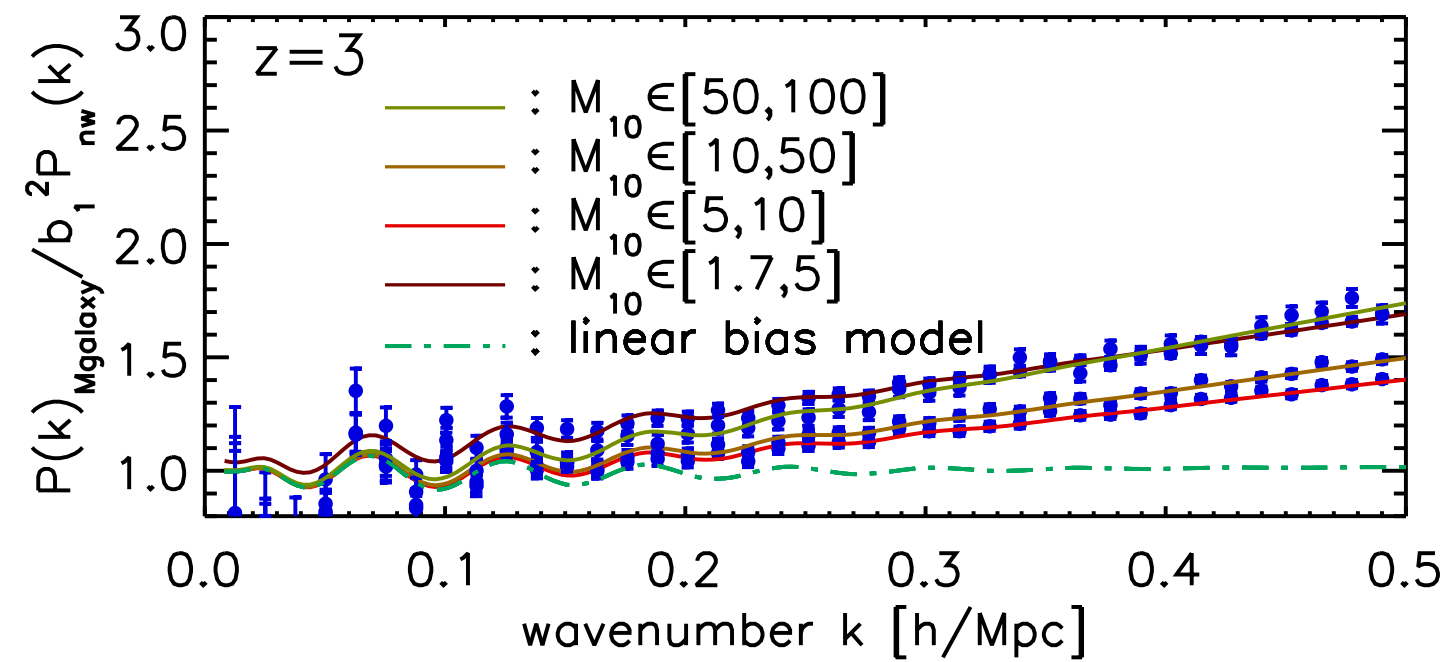
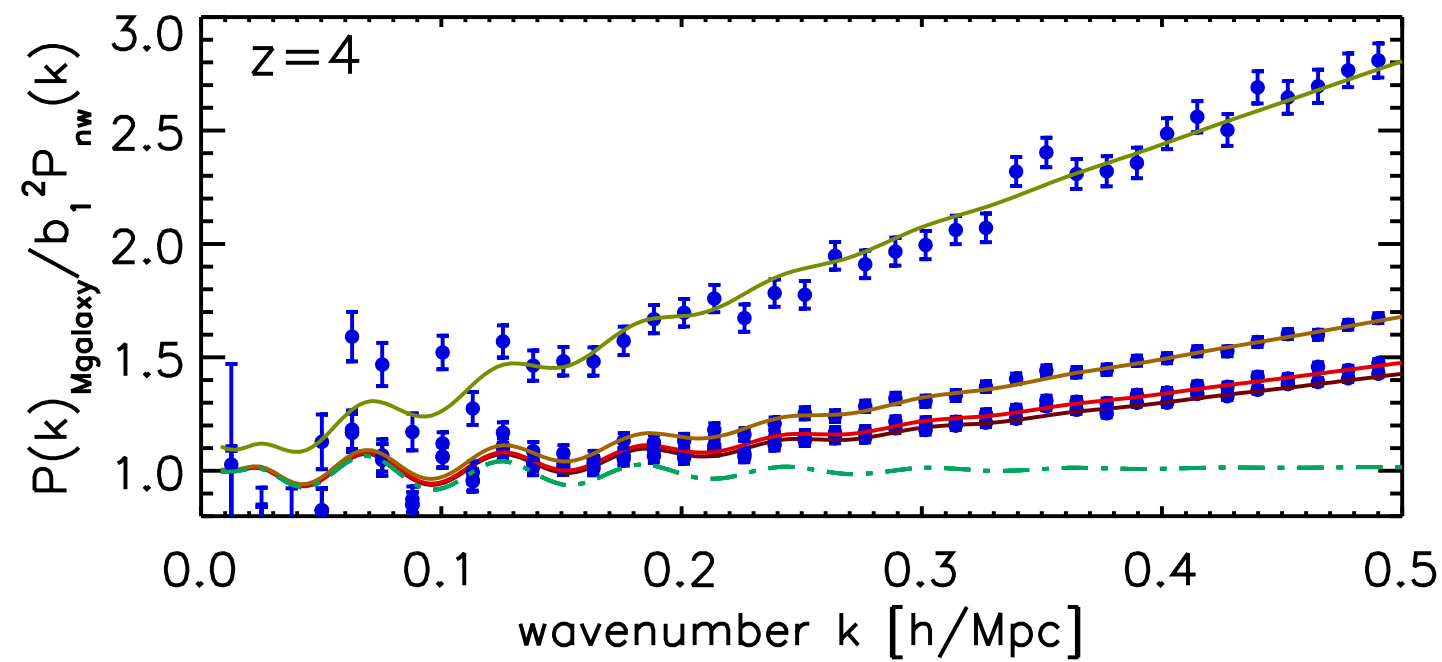
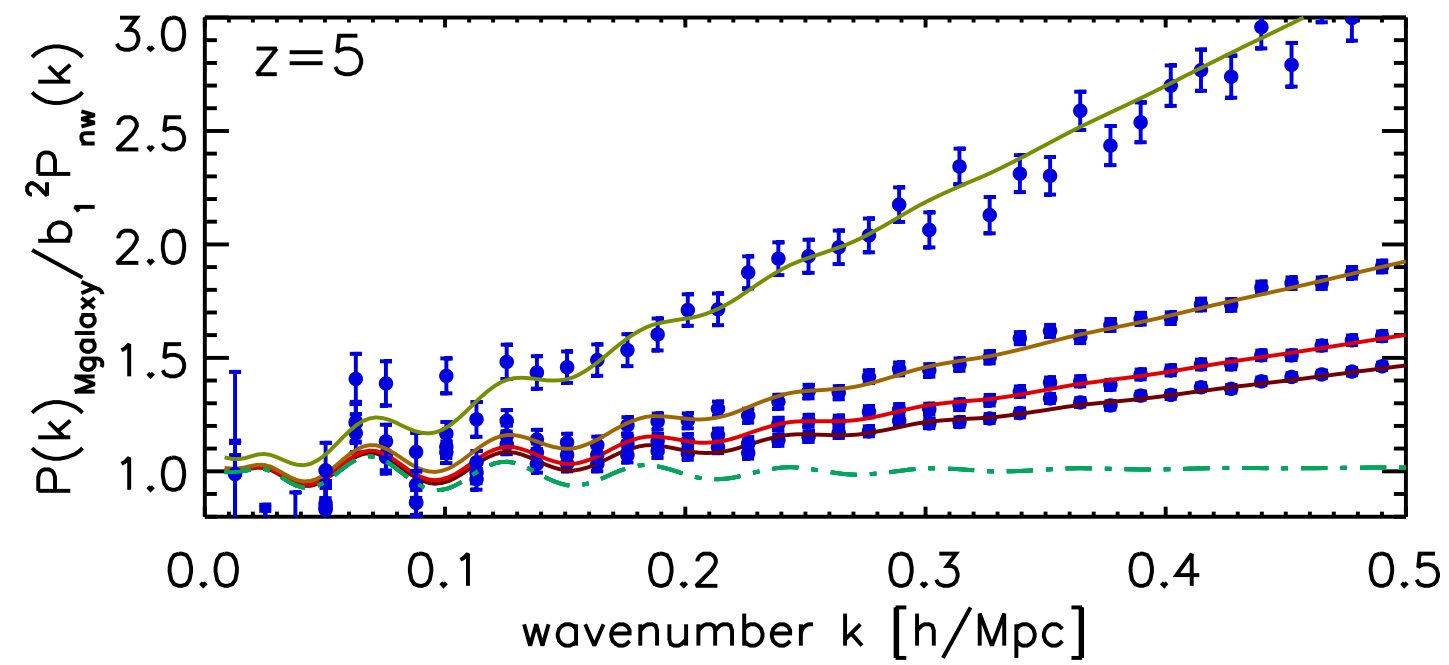
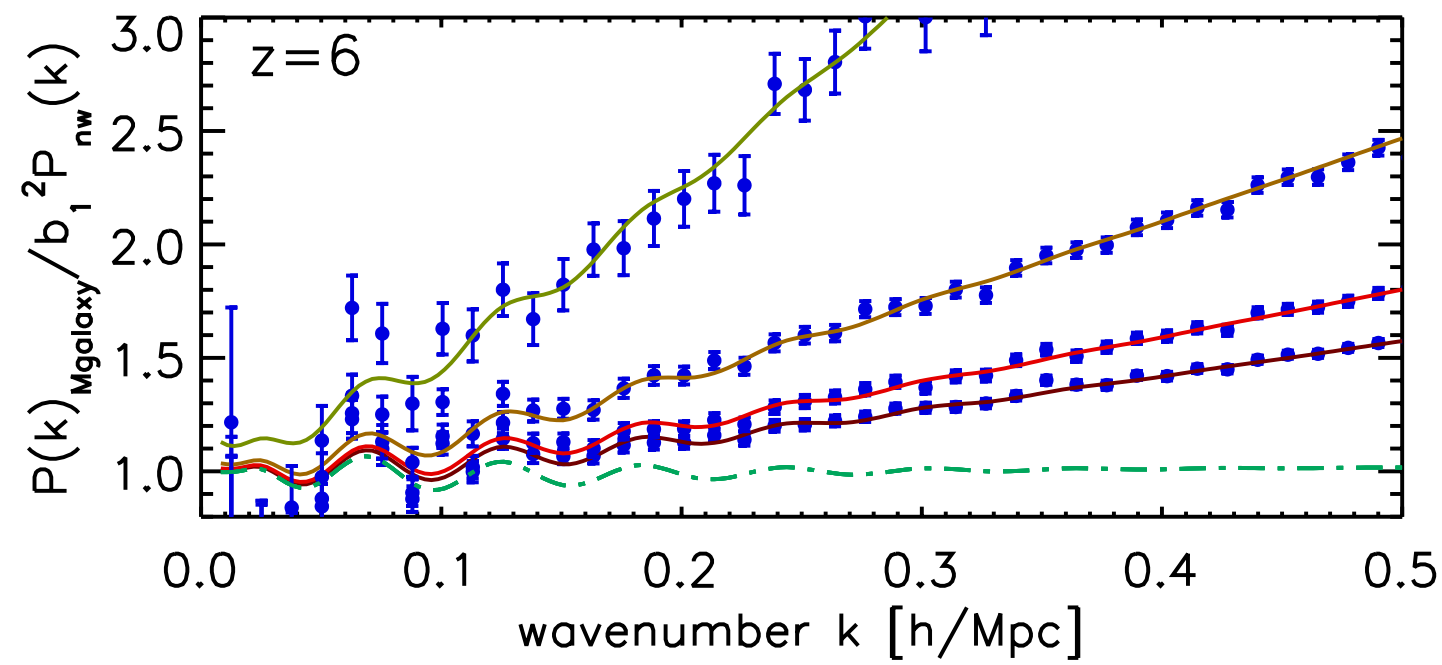
- k_{max} は摂動論で物質の $P(k)$ が記述できなくなる場所。
- バイアスのフィットも k_{max} で止める。
- 摂動論的非線形バイアスモデルは、良く合う！

BAO: 非線形バイアス



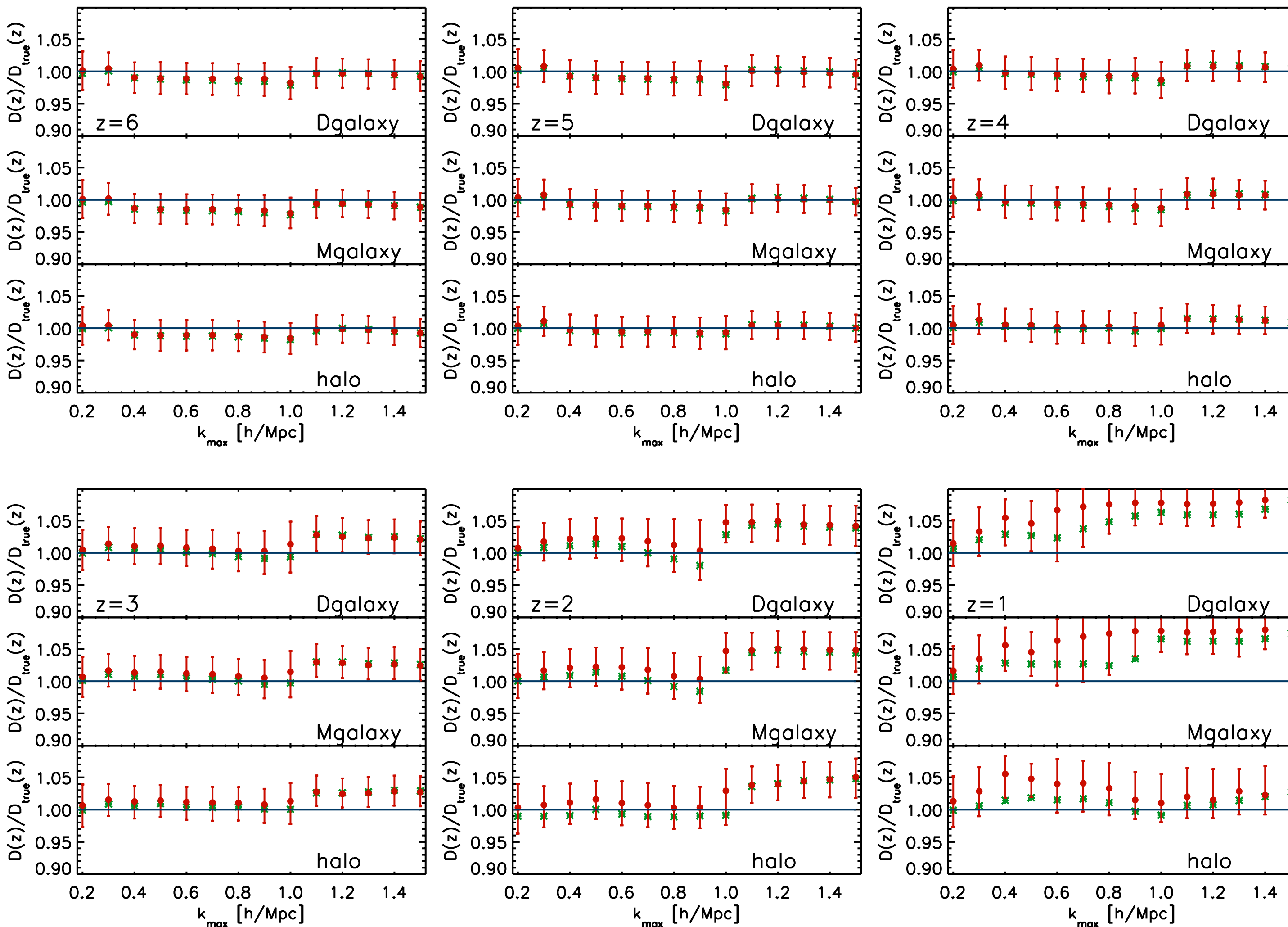
- BAOに非線形バイアスが重要なのは明白。
- でも、補正可能！
- ミレニアムの箱 $(500 \text{ Mpc})^3$ はあまり大きくないため、大スケールの $P_g(k)$ はノイズが大きい。

銀河の質量依存性



- 重い銀河ほど非線形バイアスが大きい。
- 摂動論はどの質量でも良く合っている。
- バイアスが大きくても摂動論は使える！

$D_A(z)$ を $P_g(k)$ から求める



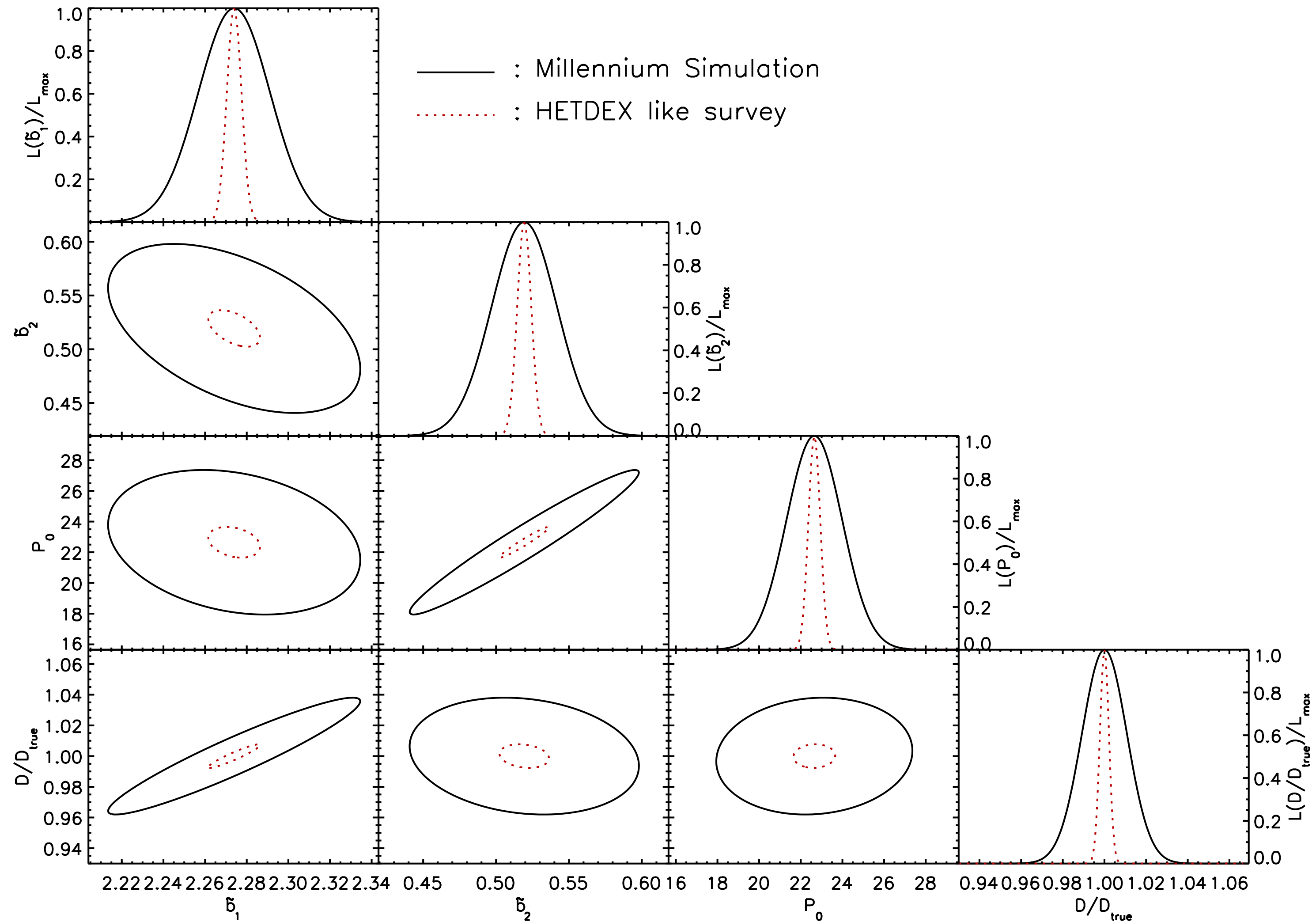
- **結果**

3次の摂動論を用いて、正しい $D_A(z)$ をミシアンム“銀河”シミュレーションから求める事に成功！

- ただし $z=1$ は難しい

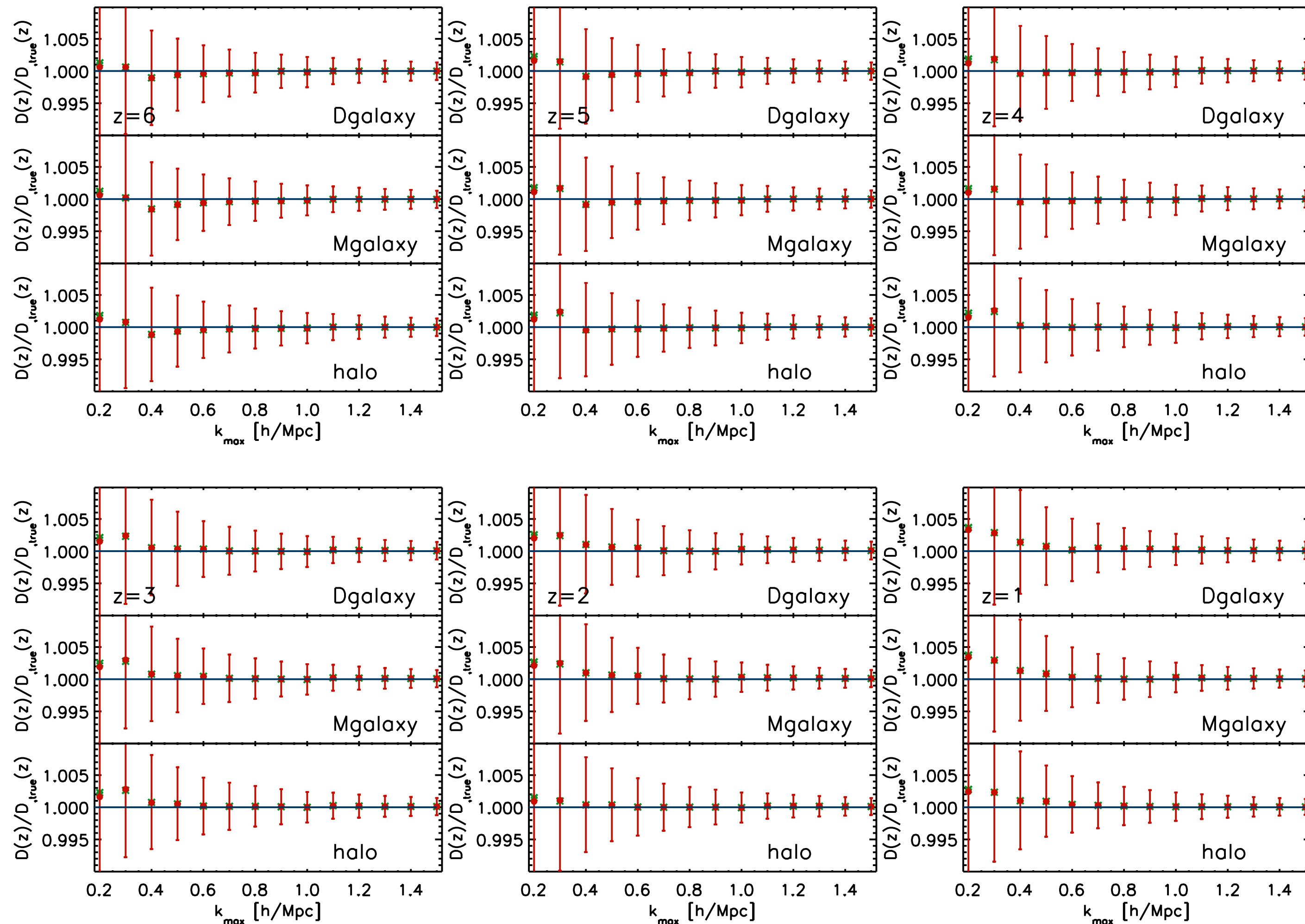
縮退

- バイアスと距離は、パワースペクトルのみからでは、精度良く求まらない。



b_1 と b_2 はバイスペクトルから

求めると仮定してみよう



● **結果**

距離の誤差が大幅
に改善

**バイスペクトルは、
絶対に使え！**

バイスペクトル

- 3点相関関数（バイスペクトル）を用いれば、 b_1 と b_2 を直接測定できる！

$$Q_g(k_1, k_2, k_3) = (1/b_1)[Q_m(k_1, k_2, k_3) + b_2]$$

Q_m は物質のバイスペクトル。摂動論で計算する。

- この手法は2dFGRSの観測データに適用され、効果は実証済 (Verde et al. 2002): $z=0.17$ で $b_1=1.04\pm 0.11$; $b_2=-0.054\pm 0.08$
- 高赤方偏移のサーベイなら、10倍以上の精度の向上が期待できる。(Sefusatti & Komatsu 2007)
- 従って、バイスペクトルは非線形バイアスの補正に必要不可欠な道具と言える。

現在の到達点

- $z > 2$ のBAOに対する非線形密度揺らぎの効果は、摂動論を用いて理解できた。
- 同じく、非線形バイアスの効果も摂動論を用いてそれなりに理解できた。
- バイスpekトルとパワースpekトルの同時解析アルゴリズムを構築中。

でも、これらは全部、Real Space。

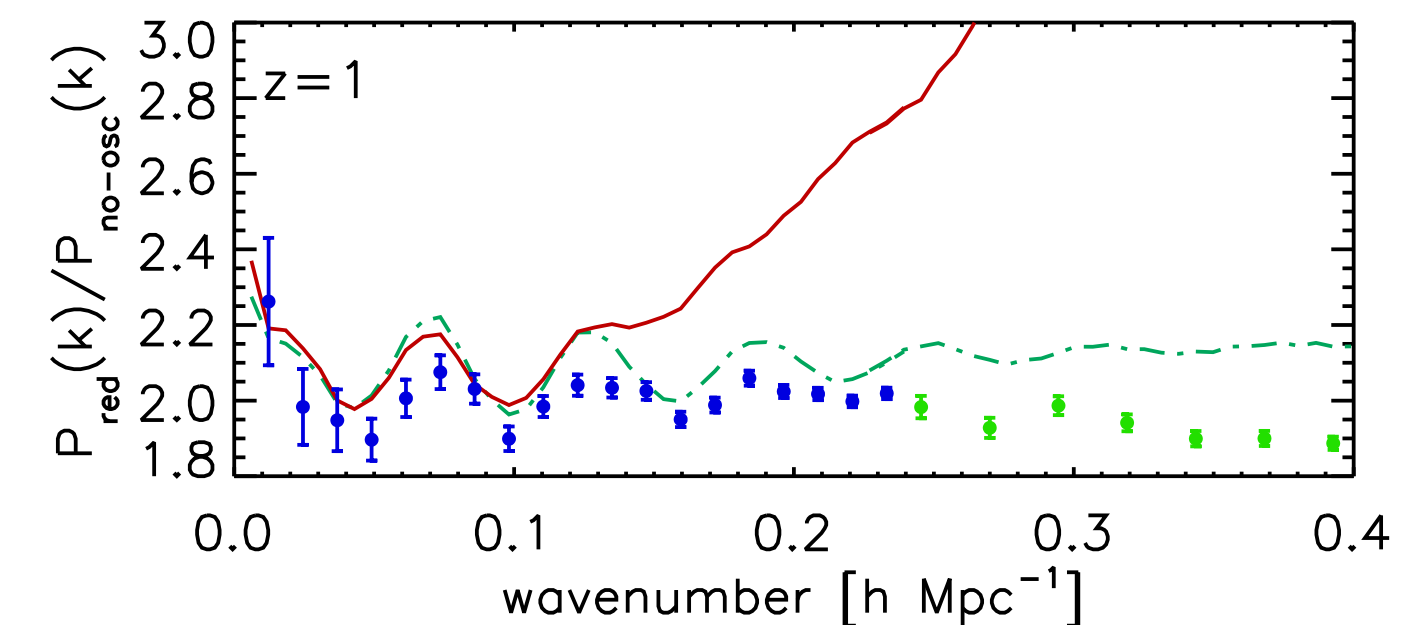
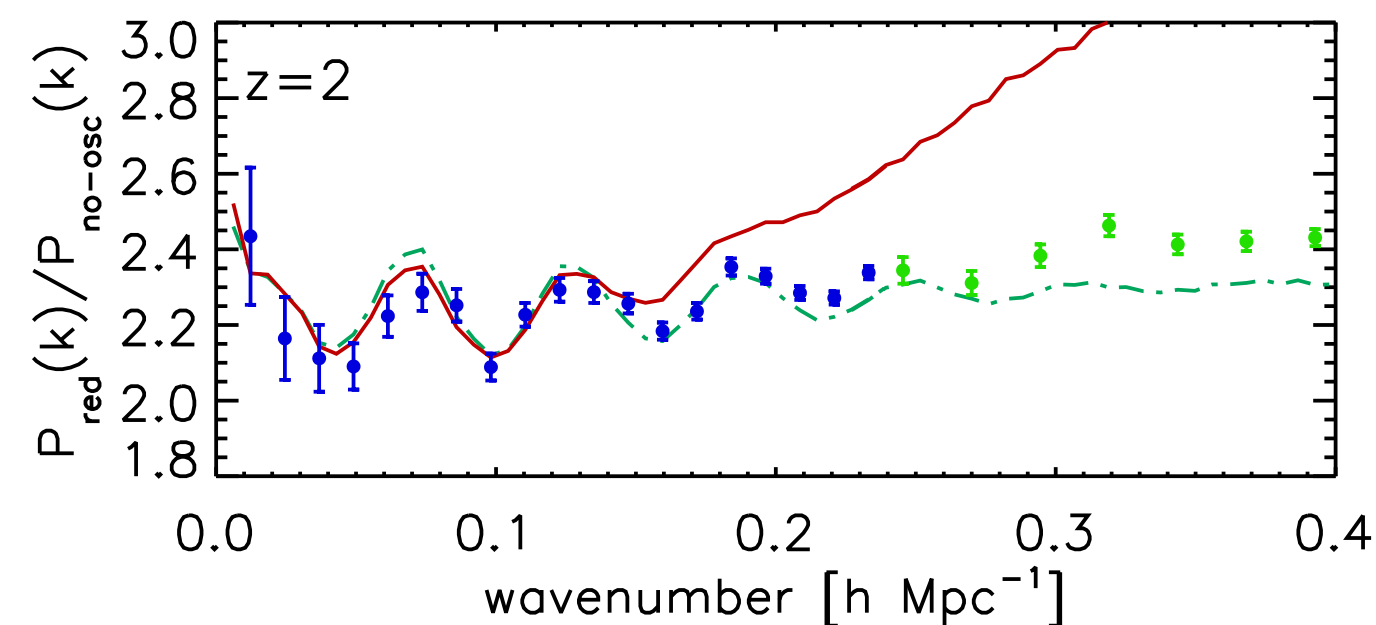
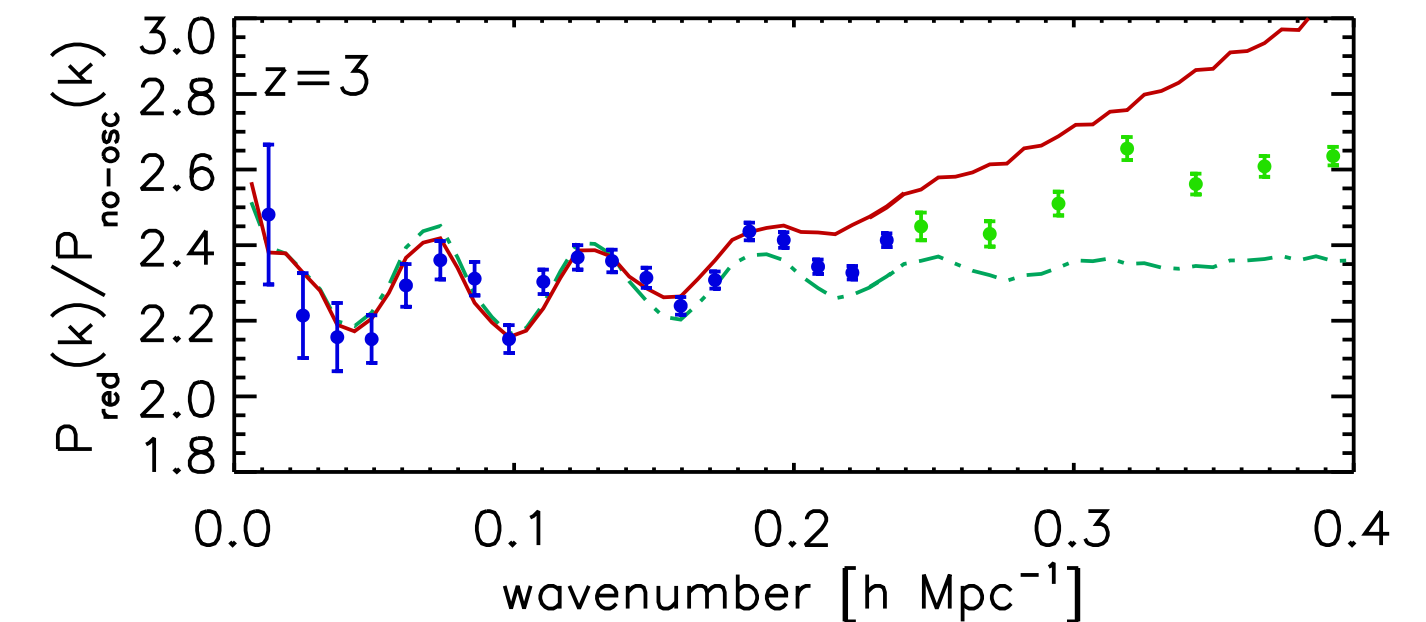
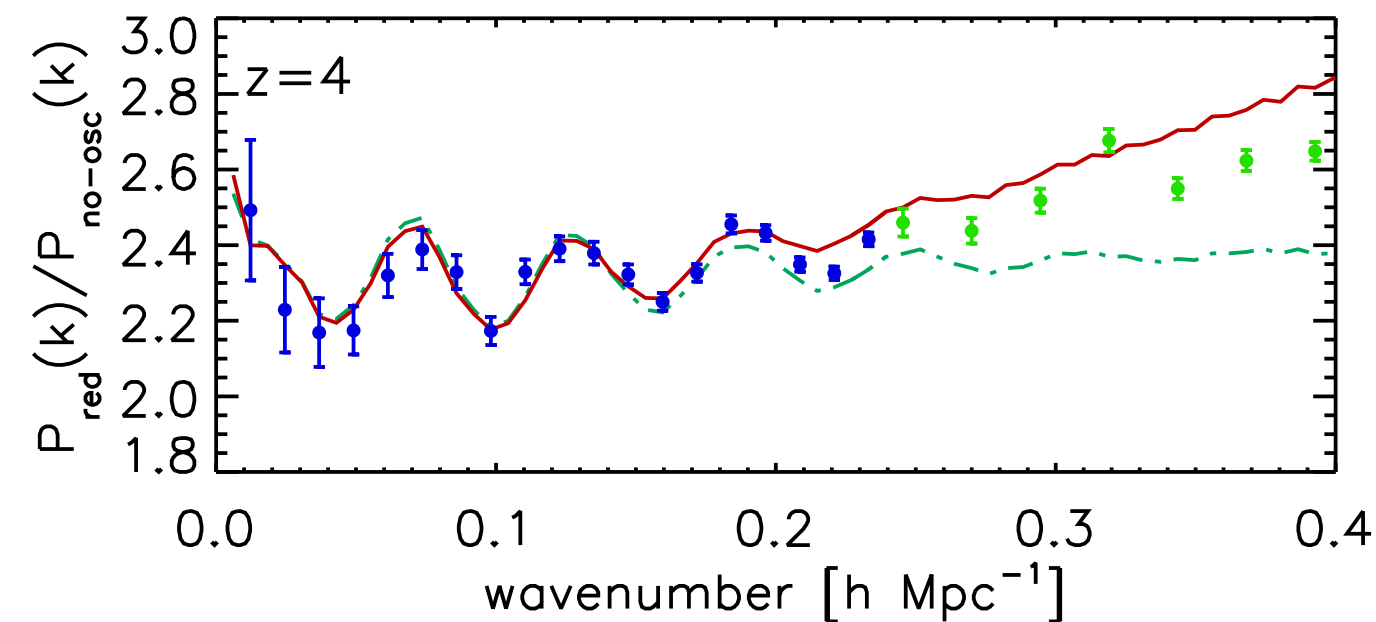
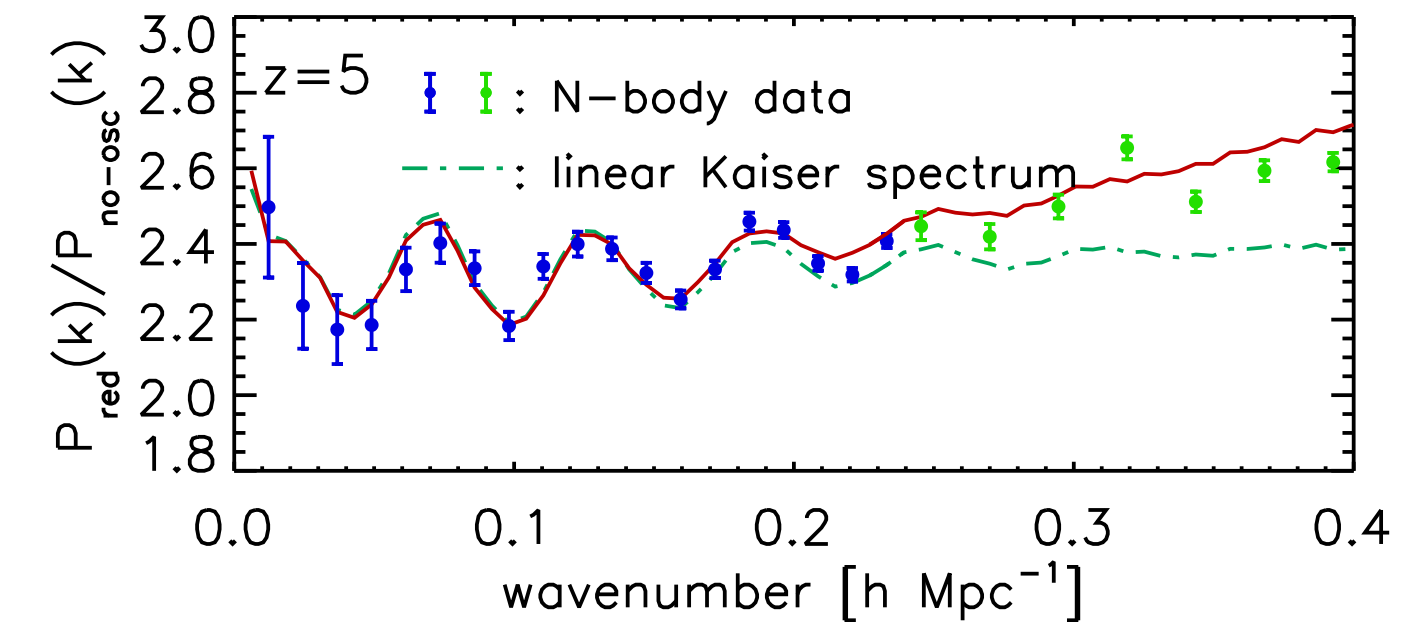
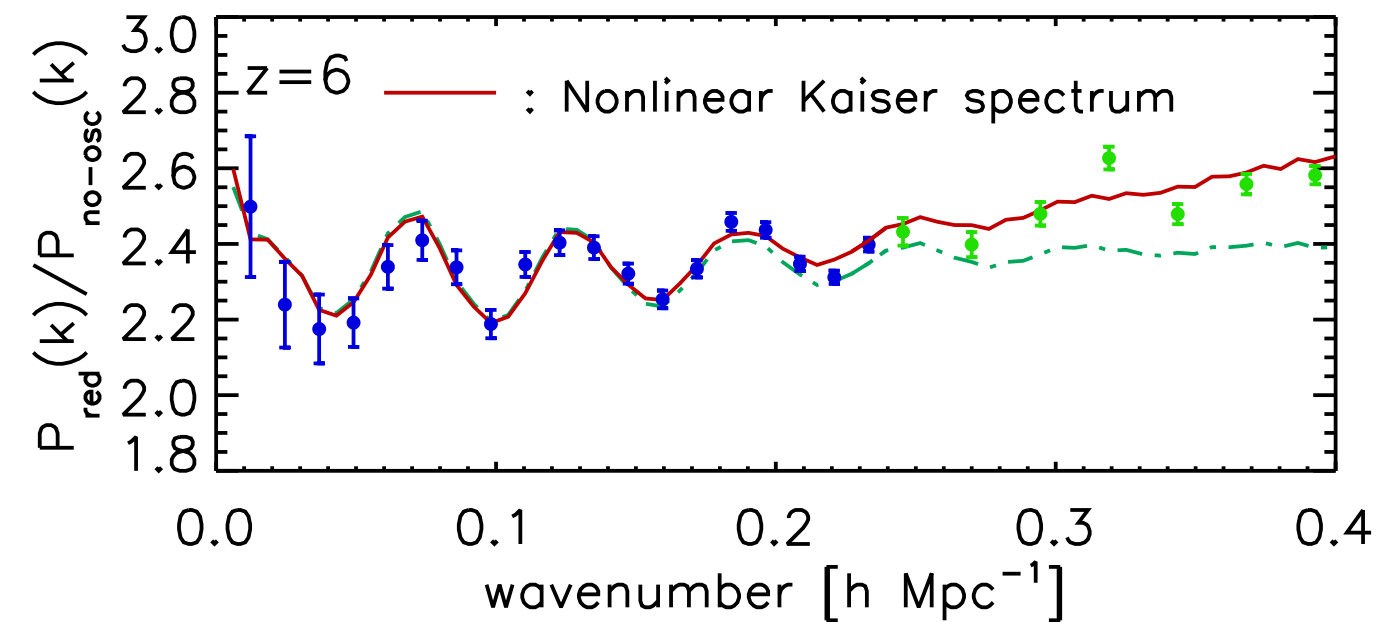
Redshift Spaceではない！

最も難しい問題

- $P_g(k)$ の理解で最も難しい問題は、銀河の固有速度に起因する「赤方偏移空間の歪み。」
- この効果の理解は $H(z)$ の測定にとって大変重要。
- なぜ難しいか？
 - 3次の摂動論計算が、 $z \sim 3$ でも破綻してしまう。

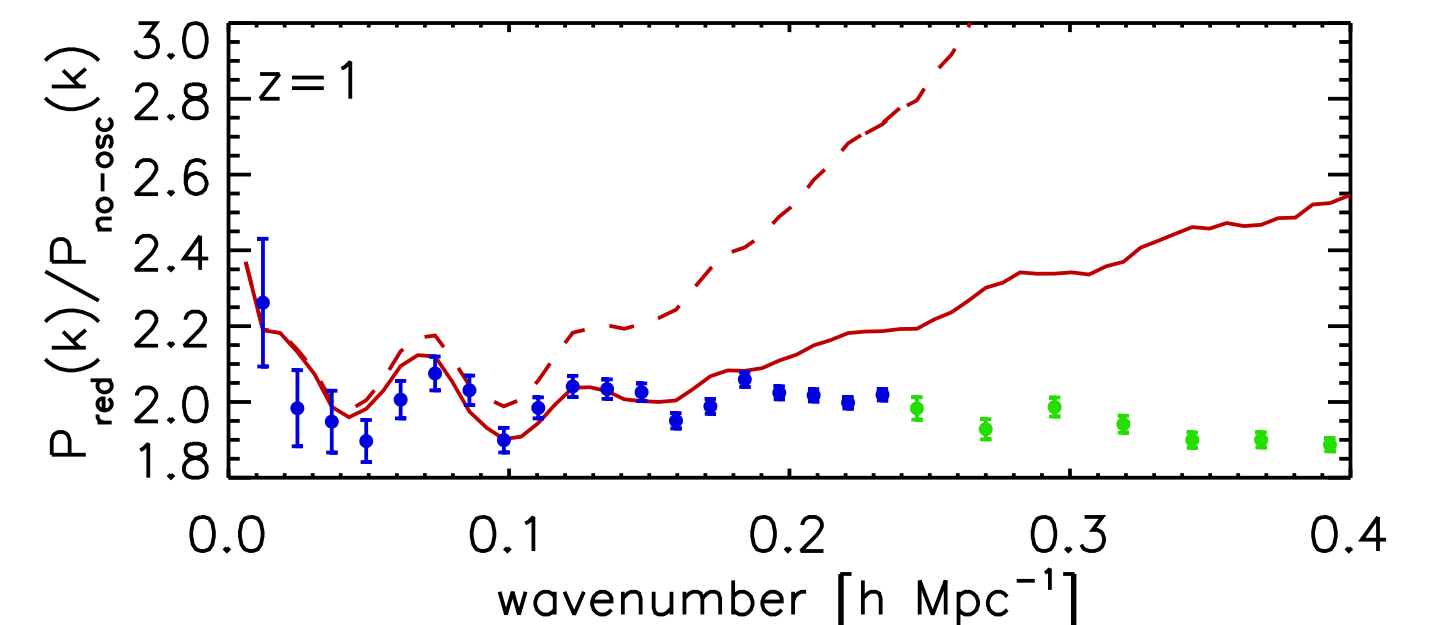
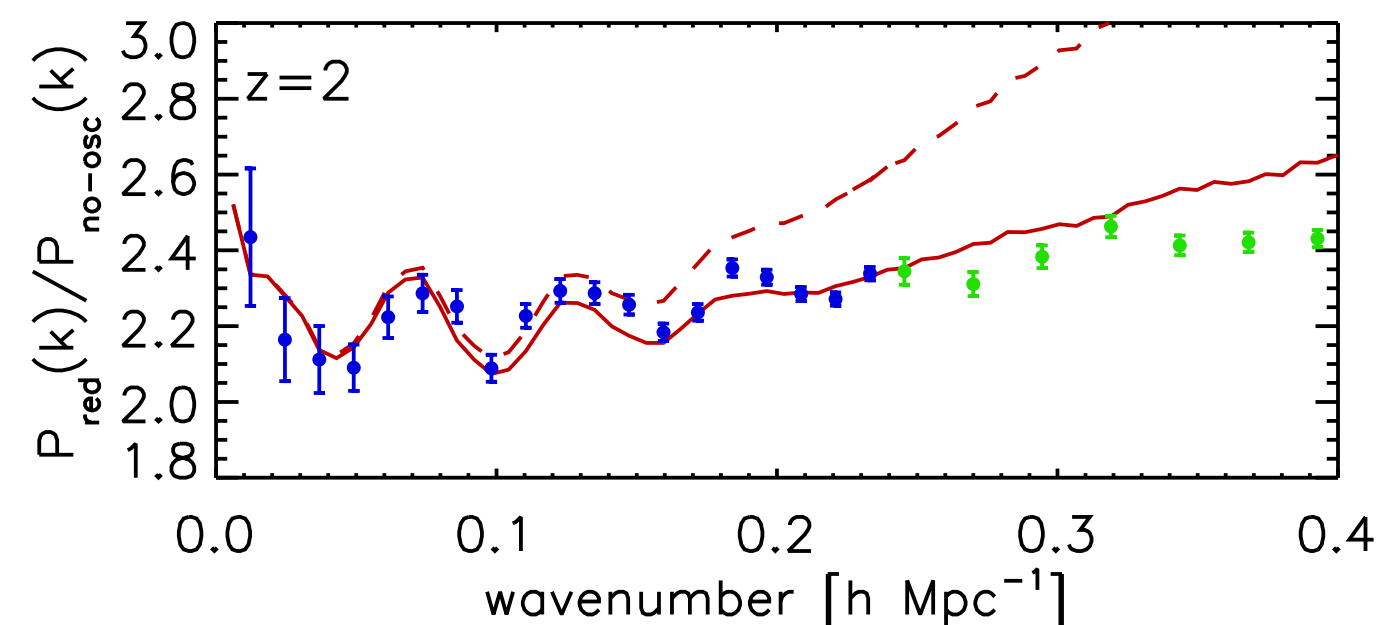
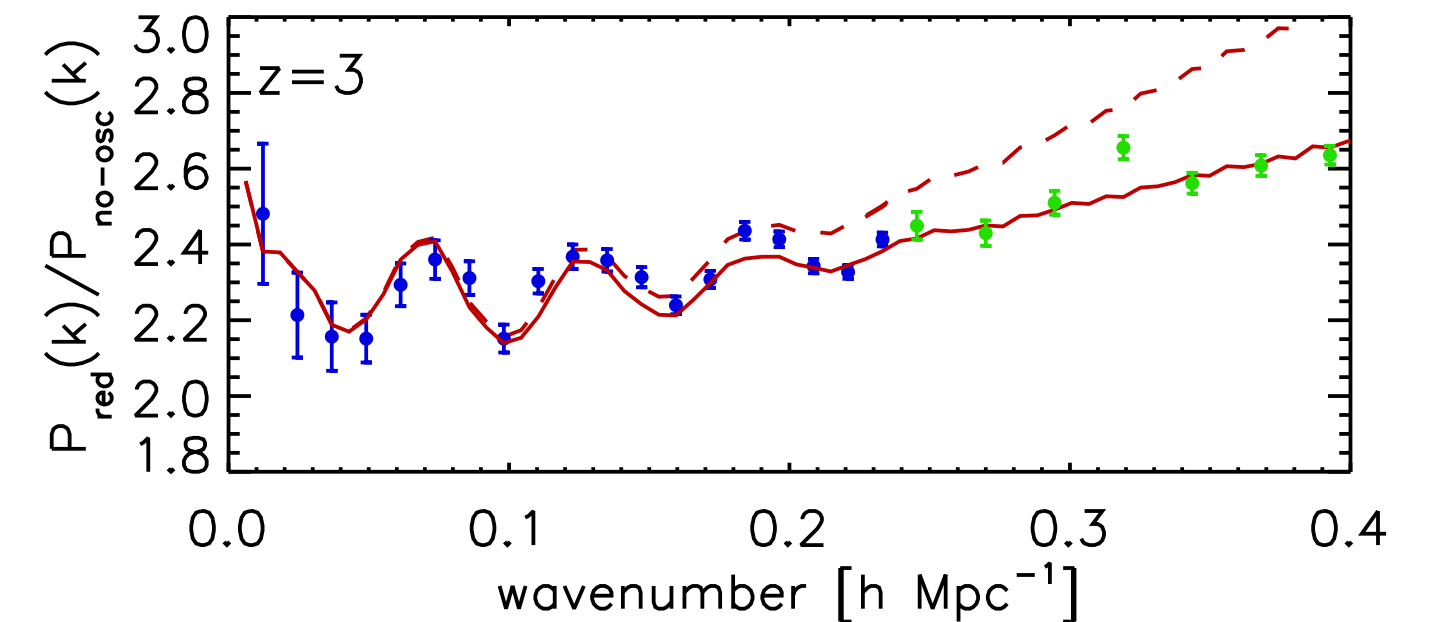
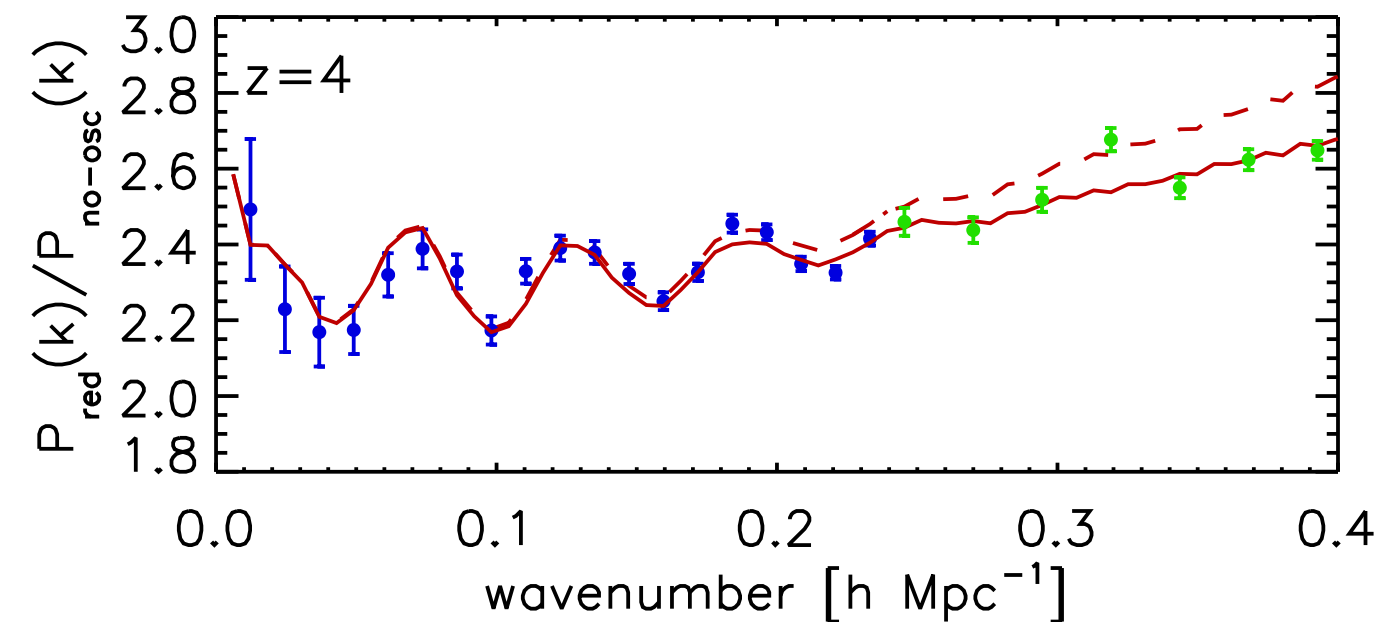
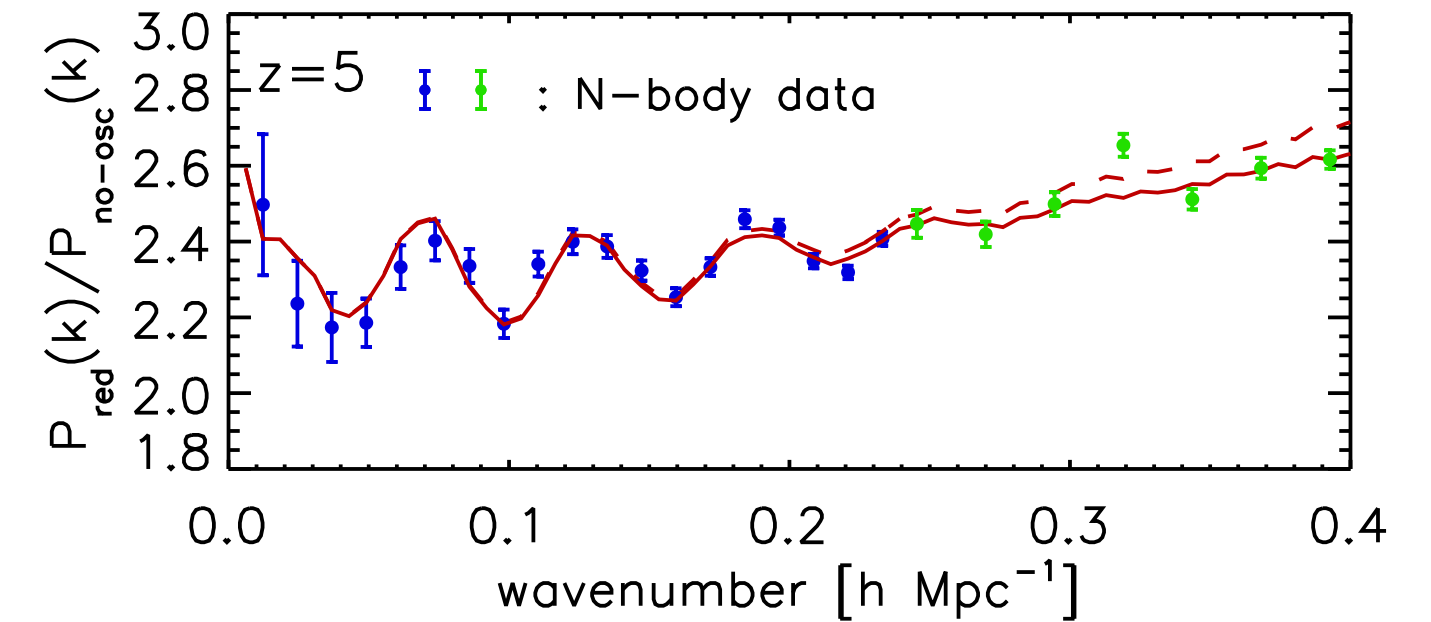
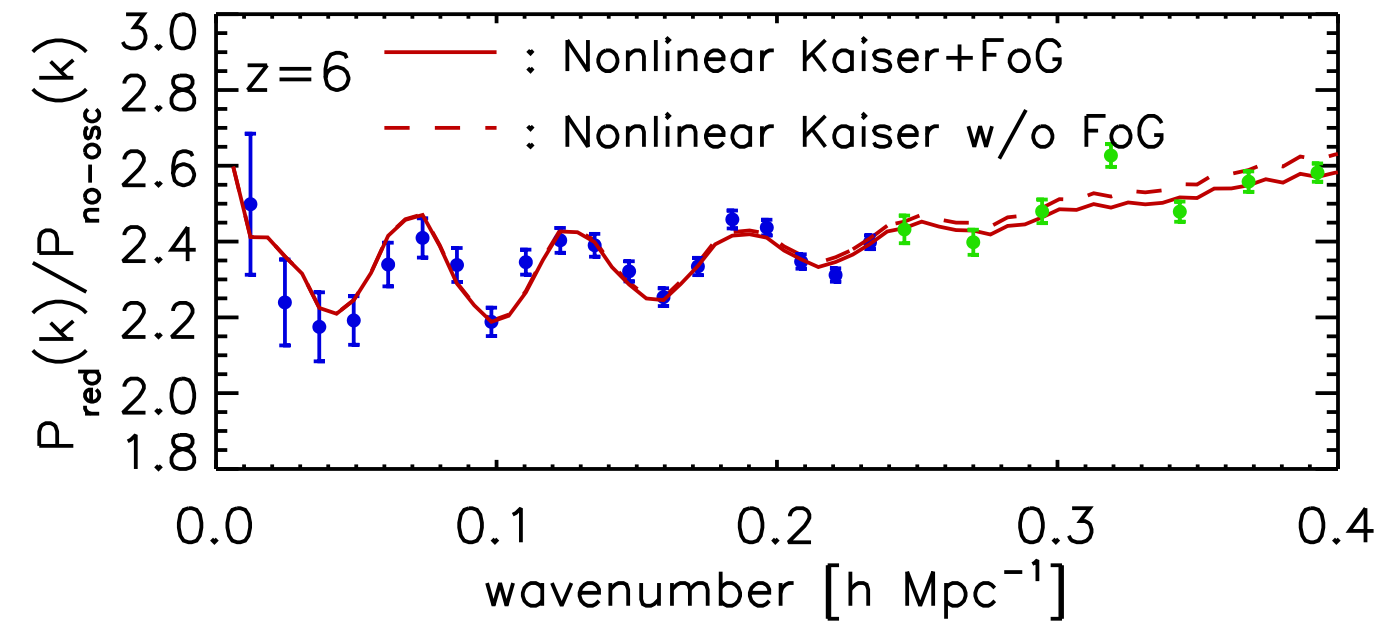
赤方偏移空間の摂動論 Jeong (D論)

- 非線形なKaiser効果は摂動論で計算可能
- しかし、 $z=3$ で既にN体計算と合わない
- シミュレーションから得られる相関は、小さく抑えられている。=> Finger-of-God効果



赤方偏移空間の摂動論 Jeong (D論)

- ここで、Finger-of-God効果を、フリーパラメータを導入する事で説明を試みる
 - $P_g(k)/(1+k_{\text{para}}^2\sigma^2)$
- そこそこ合っているが、できればパラメータは導入したくない。



理論的チャレンジ

- 摂動論で、
 - 重力の非線形成長
 - 非線形バイアス
- は、何とかかなりそう。
- 赤方偏移空間の歪みは、パワースペクトルとバイスペクトルとともに、まだまだ発展途上中

まとめ

- 大規模構造の観測により、インフレーション、暗黒エネルギー、暗黒物質、ニュートリノ質量の理解が進む事が期待される
- 理論的チャレンジは、非線形性の物理！
- 特に、redshift space distortion
- HETDEX, SUMIRE... データはどんどん出る
- 理論部でも、やってみませんか？