

# BAOを越える

~Beyond BAO~

小松 英一郎 (テキサス大学オーステイン校)

宇宙構造形成の理論研究とその進展その2

東大本郷、2008年6月12日

# 紹介する論文

- Donghui Jeong & EK, ApJ, 651, 619 (2006)
- Donghui Jeong & EK, arXiv:0805.2632
- Masatoshi Shoji, Donghui Jeong & EK, arXiv:0805.4238
- Jeong, Sefusatti & Komatsu (準備中)

# なぜBAOか：30秒で

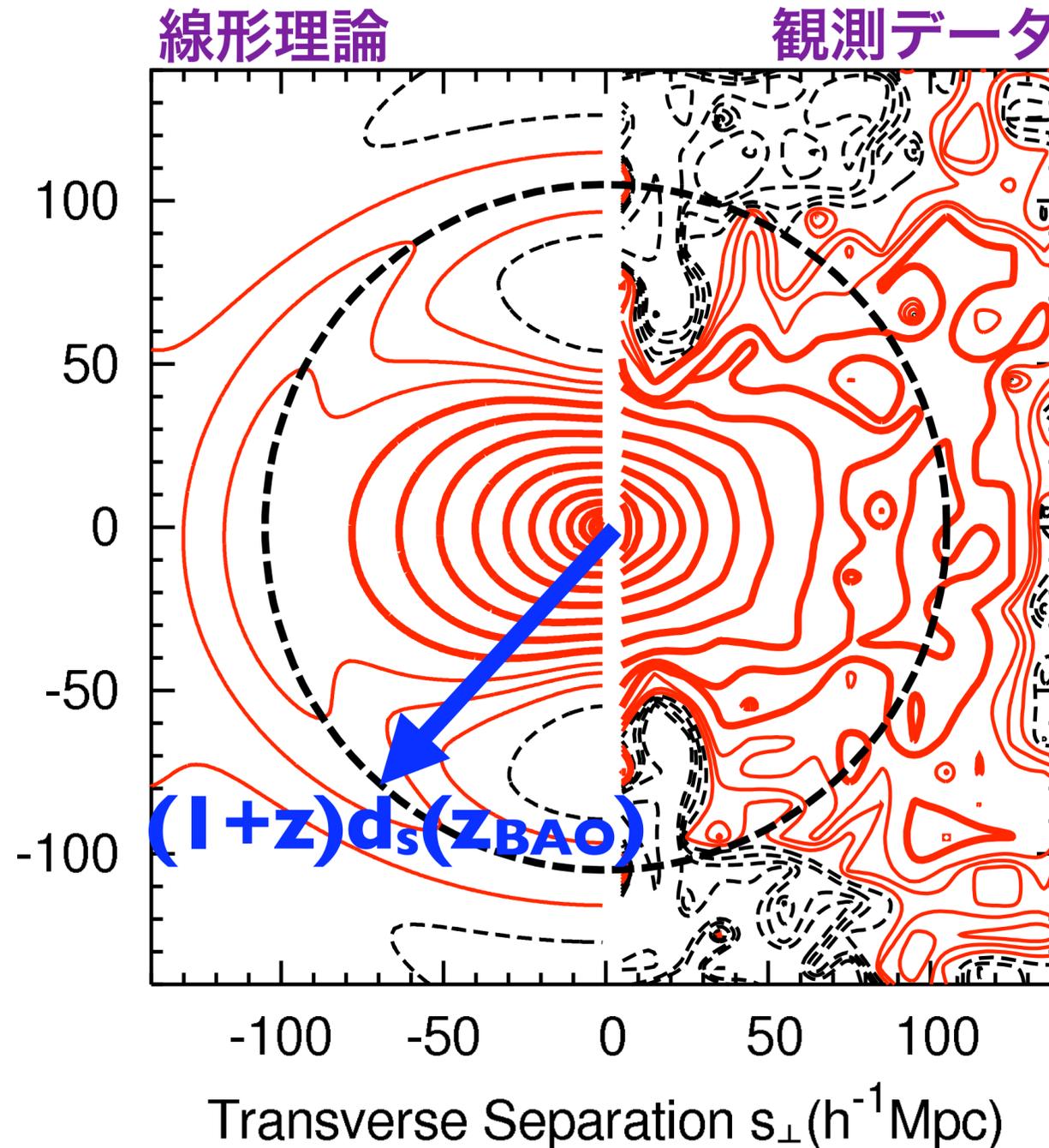
- 距離（Angular Diameter Distance,  $D_A(z)$ ）が測れる
- 宇宙の膨張率（Hubble Rate,  $H(z)$ ）が測れる
- 距離と膨張率。宇宙論をやる上で、これほど基本的な量はない。

# 天球方向は $D_A(z)$ 視線方向は $H(z)$

$$\frac{c\Delta z}{(1+z)} = d_s(z_{\text{BAO}})\mathbf{H}(\mathbf{z})$$



Line-of-Sight Separation  $s_{\parallel}$  ( $h^{-1}\text{Mpc}$ )



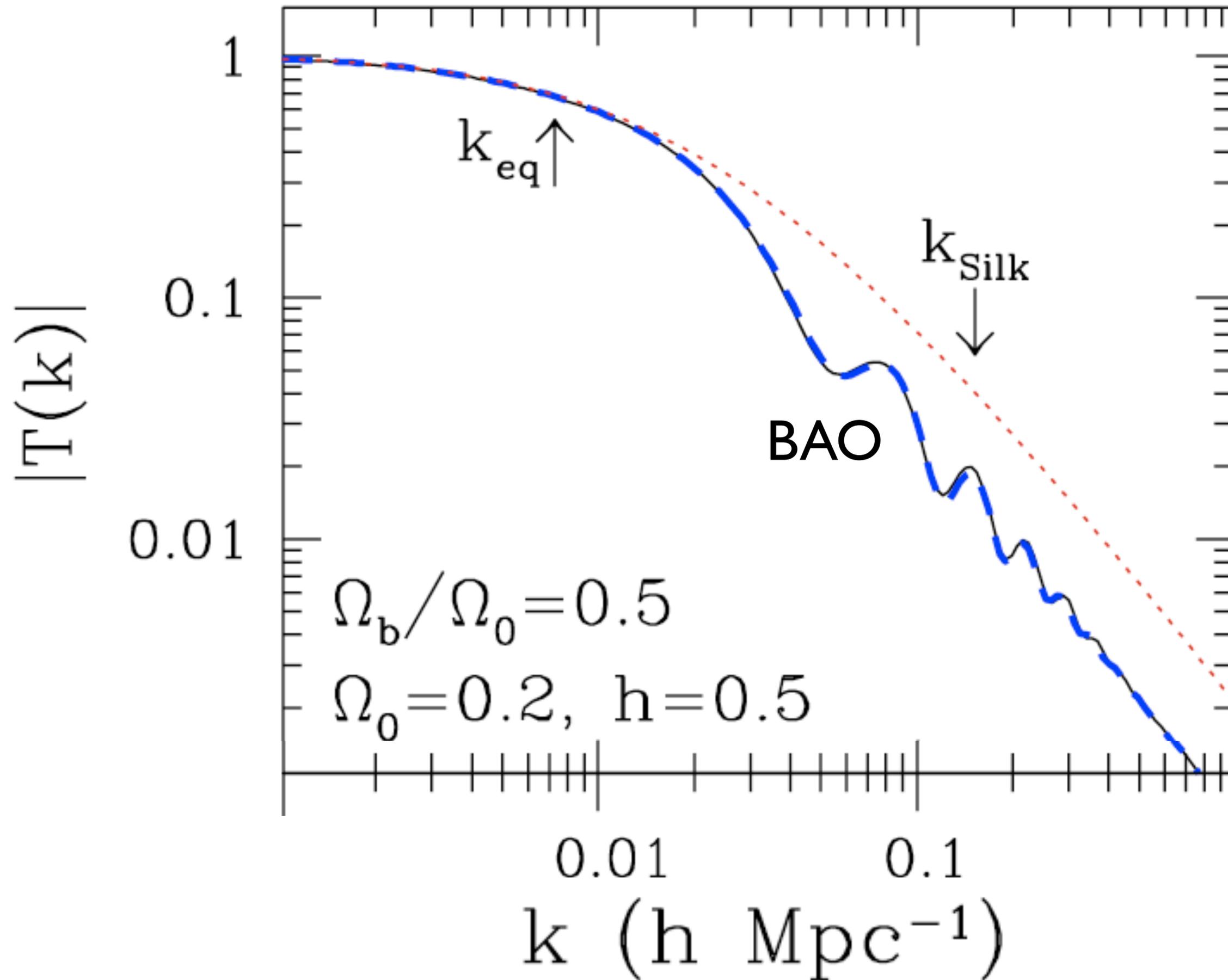
SDSS LRGサンプル  
から求めた2次元の  
2点相関関数  
(Okumura et al. 2007)

$$\theta = d_s(z_{\text{BAO}})/\mathbf{D}_A(\mathbf{z})$$



# なぜBAOを越えたいか

- BAOは、観測できる銀河パワースペクトルの、**ほんの一部**の情報しか使っていない！
- BAOは $z \sim 1020$ の音波の地平線を標準ものさし (Standard Ruler) として使っている。
- しかし、他にもStandard Rulerはある。
  - Matter-radiation Equality時のホライズンサイズ
  - Silk dampingのサイズ



# 別に新しい事は言っていない

- $k_{eq}$ は、これまで30年に渡って大規模構造を研究してきた人たちが測定してきたもの。
- Shape Parameterと呼ばれてきた。記号は $\Gamma$ 。
- $\Gamma$ は $k_{eq}/h$ に比例する。
  - Silk dampingの効果は、比例係数に含まれる。
  - BAOよりも遥かに測りやすい！

# WMAPとStandard Ruler

- **WMAP 5-year dataのみ**で、BAOのスケール  $d_s(z_{\text{BAO}})$ , Equalityのスケール  $k_{\text{eq}}$ , Silk dampingのスケール  $k_{\text{silk}}$ は良く決まる。  $w \neq -1, \Omega_k \neq 0$ としても、

1.3% ●  $d_s(z_{\text{BAO}}) = 153.4^{+1.9}_{-2.0} \text{ Mpc} \quad (z_{\text{BAO}} = 1019.8 \pm 1.5)$

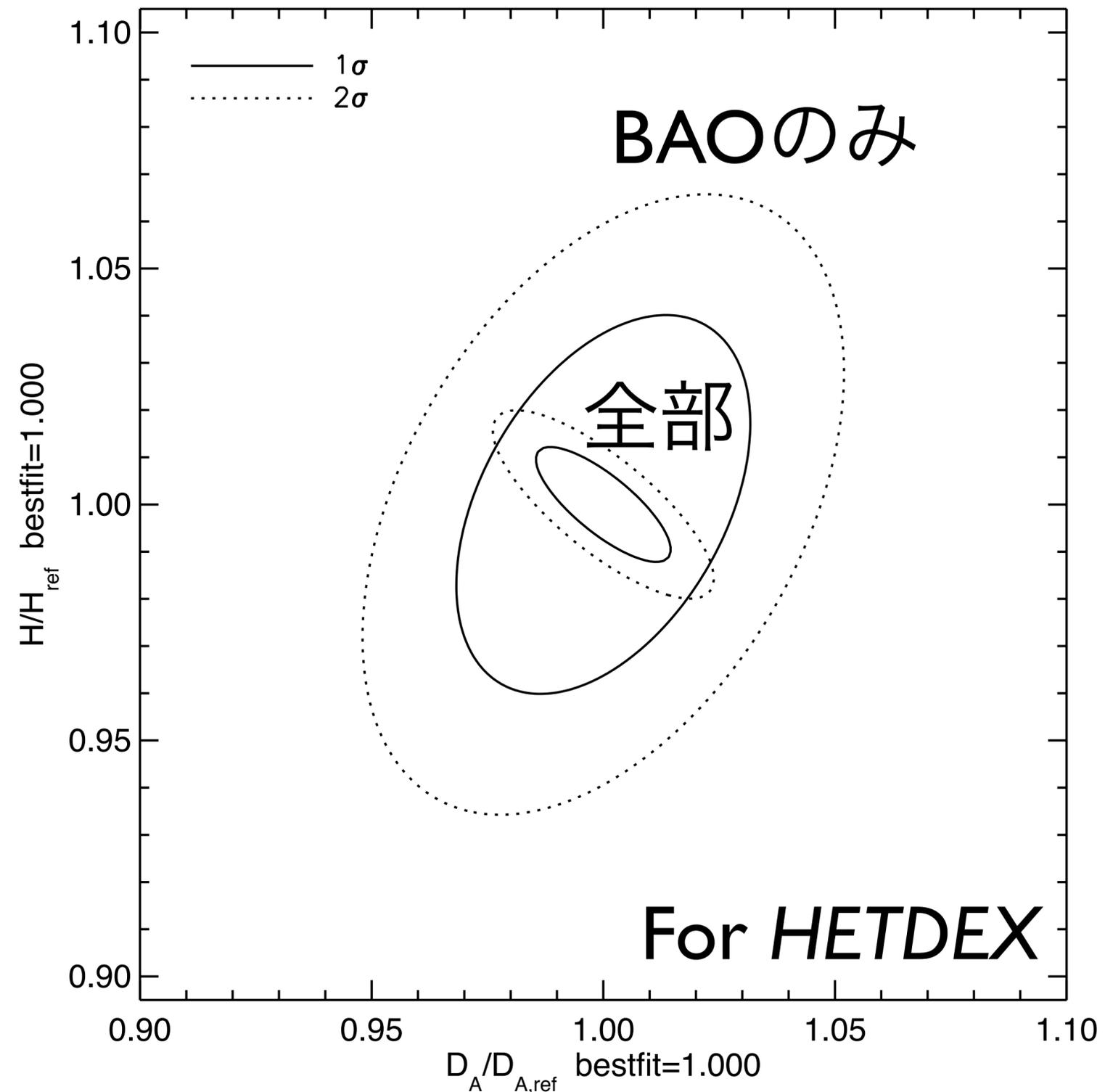
4.6% ●  $k_{\text{eq}} = (0.975^{+0.044}_{-0.045}) \times 10^{-2} \text{ Mpc}^{-1} \quad (z_{\text{eq}} = 3198^{+145}_{-146})$

2.3% ●  $k_{\text{silk}} = (8.83 \pm 0.20) \times 10^{-2} \text{ Mpc}^{-1}$

Planckの精度は、これらの10倍良い。

# BAO vs 全部：比べてみました

- BAOのみ使った場合に比べ、全部の情報を使うと、 $D_A, H$ ともに決定精度は2倍以上向上する。
- $D_A$ - $H$ の平面上では、楕円の大きさが1/4以下に。



# HETDEXのデータ解析で

- BAOのみ使うと
  - $D_A$ を2.1%,  $H$ を2.6%の精度で測定
  - 相関係数は0.43
- 全部使うと
  - $D_A$ を0.96%,  $H$ を0.80%の精度で測定
  - 相関係数は-0.79



# HETDEX ?

- [www.hetdex.org](http://www.hetdex.org)を見てください。

**Dark Energy** | **HETDEX** | Other Projects | Resources | News

## What is Dark Energy?

Dark energy is a term used to describe our lack of understanding of how the universe works on the largest scales. It may be a "repulsive" force that is causing the universe to expand faster as it ages, a discrepancy in the laws of gravity, or some other phenomenon.

[More >](#)

THEORY: Vacuum Energy, or Einstein's Blunder

THEORY: New Physics, or Particles and Fields

THEORY: Flawed Gravity, or Relaxing the Grip

### News

10 Jan 2008  
[New Instrument, Telescope Upgrades Enable Pioneering Dark Energy Experiment](#)

27 Apr 2006  
[McDonald Observatory Receives \\$5M Challenge Grant to Study Elusive Dark Energy](#)

*"Dark energy is not only terribly important for astronomy, it's the central problem for physics. It's been the bone in our throat for a long time."*

Steven Weinberg  
Nobel Laureate  
University of Texas at Austin

### Video

Gary Hill, HETDEX Project Scientist, explains how astronomers will look for dark energy when they're not sure what it looks like. [Play video](#)

### Glossary

**Vacuum energy**  
A possible explanation for dark energy. First proposed by Albert Einstein to bring his equations into balance with the then-observed universe, it proposes that space itself produces a form of energy, known as the cosmological constant, that causes the universe to accelerate faster as it ages. Current models show that the observed dark energy is far too weak to be accounted for by theories of the cosmological constant.

### Media Gallery

**VIRUS**  
Find more images, video, podcasts in the [gallery](#).

# 全部使えば予算の有効活用

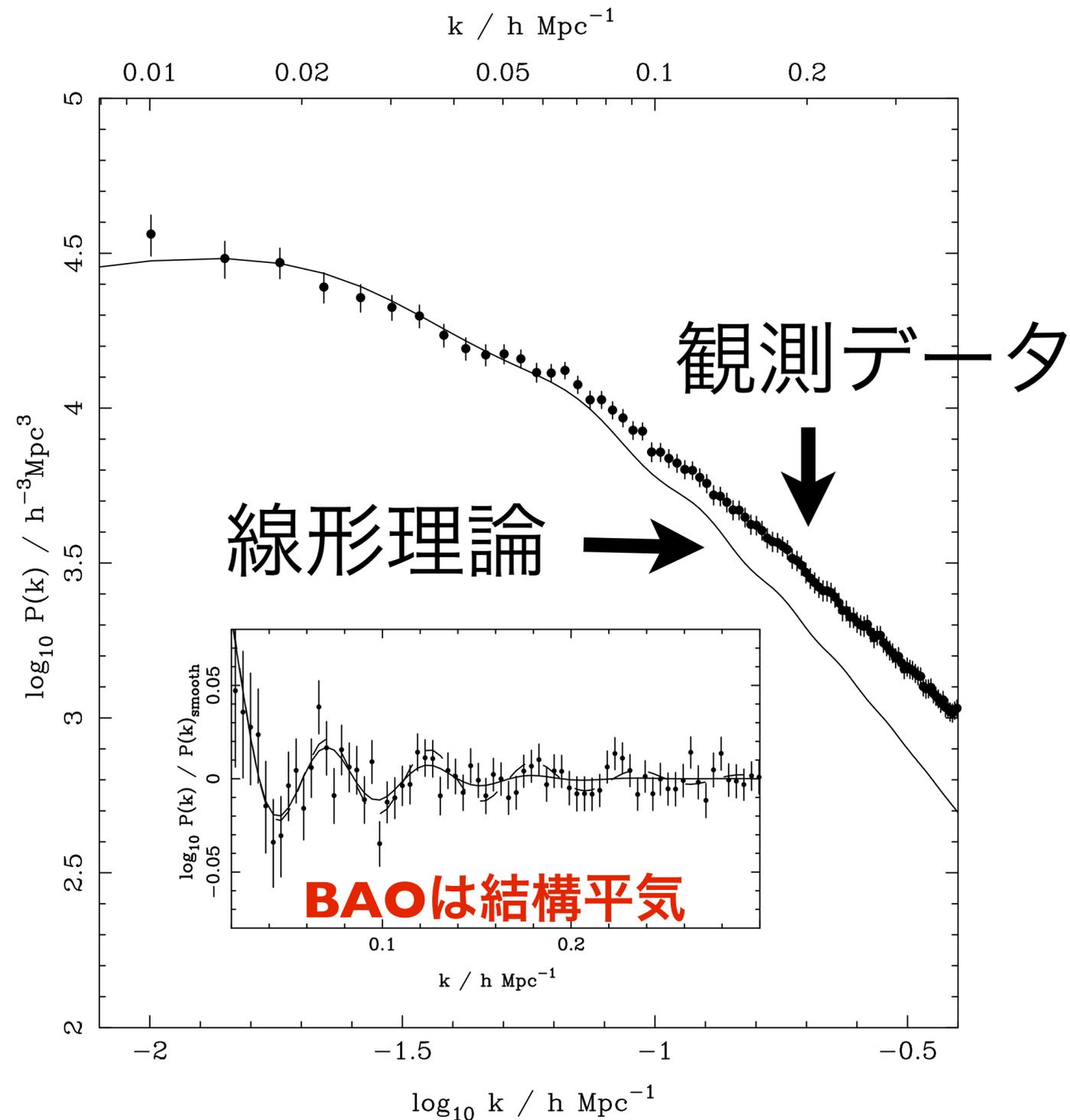
- 全部の情報を使えば、BAOのみのサーベイで4倍大きいサーベイ体積を稼いだ事と等しい。
- 積分時間で4倍のセービング！

# されどBAO

- では、なぜ今、世界中で、猫も杓子もBAO, BAOと  
言うのか？

## ● 非線形効果

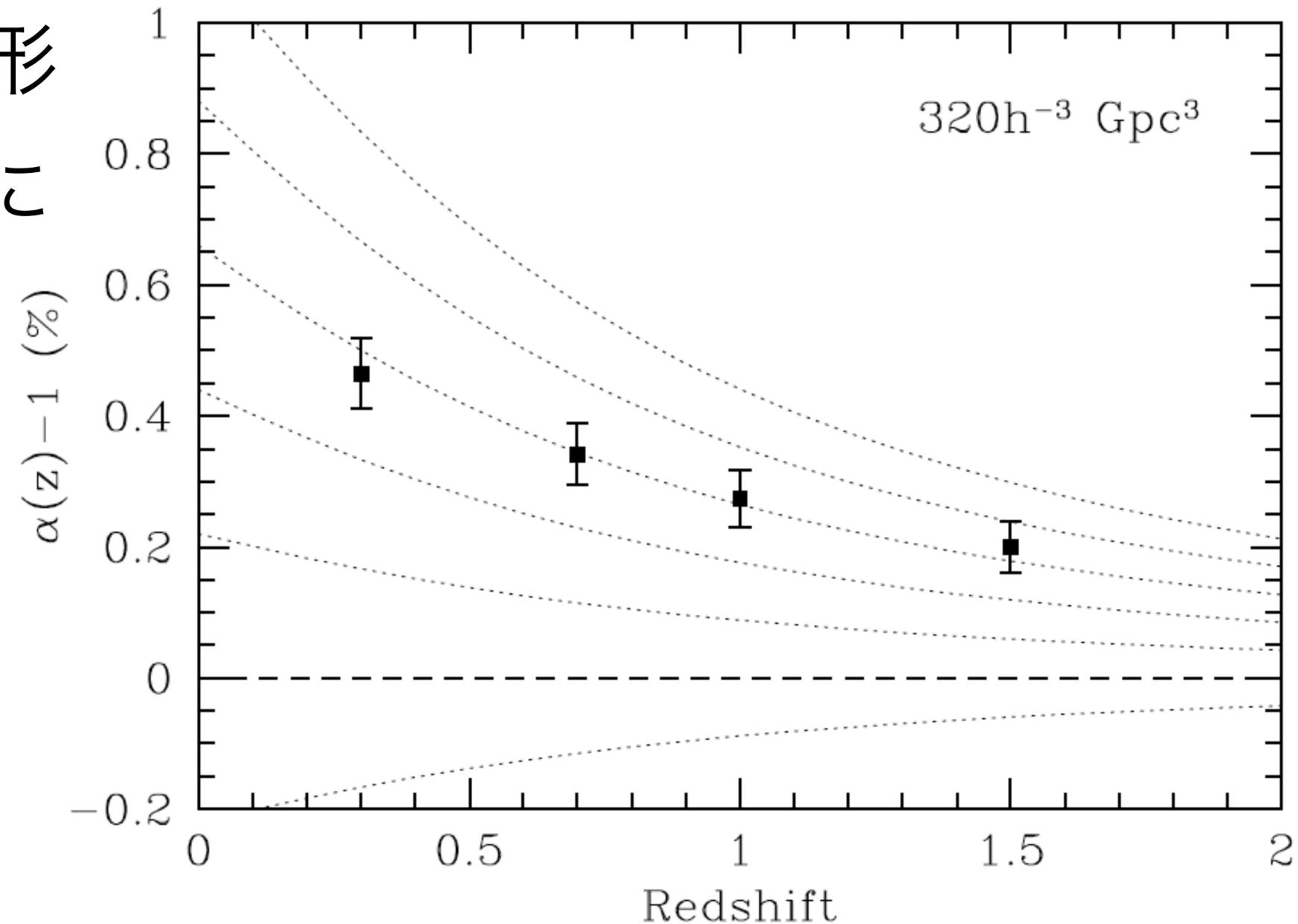
# 非線形効果



- 非線形, 非線形, 非線形！
  1. 非線形密度揺らぎ
  2. 非線形銀河バイアス
  3. 非線形固有速度
- $k_{eq}$  や  $k_{silk}$  の効果は、非線形効果に影響され易い

# Dan Eisenstein 田く

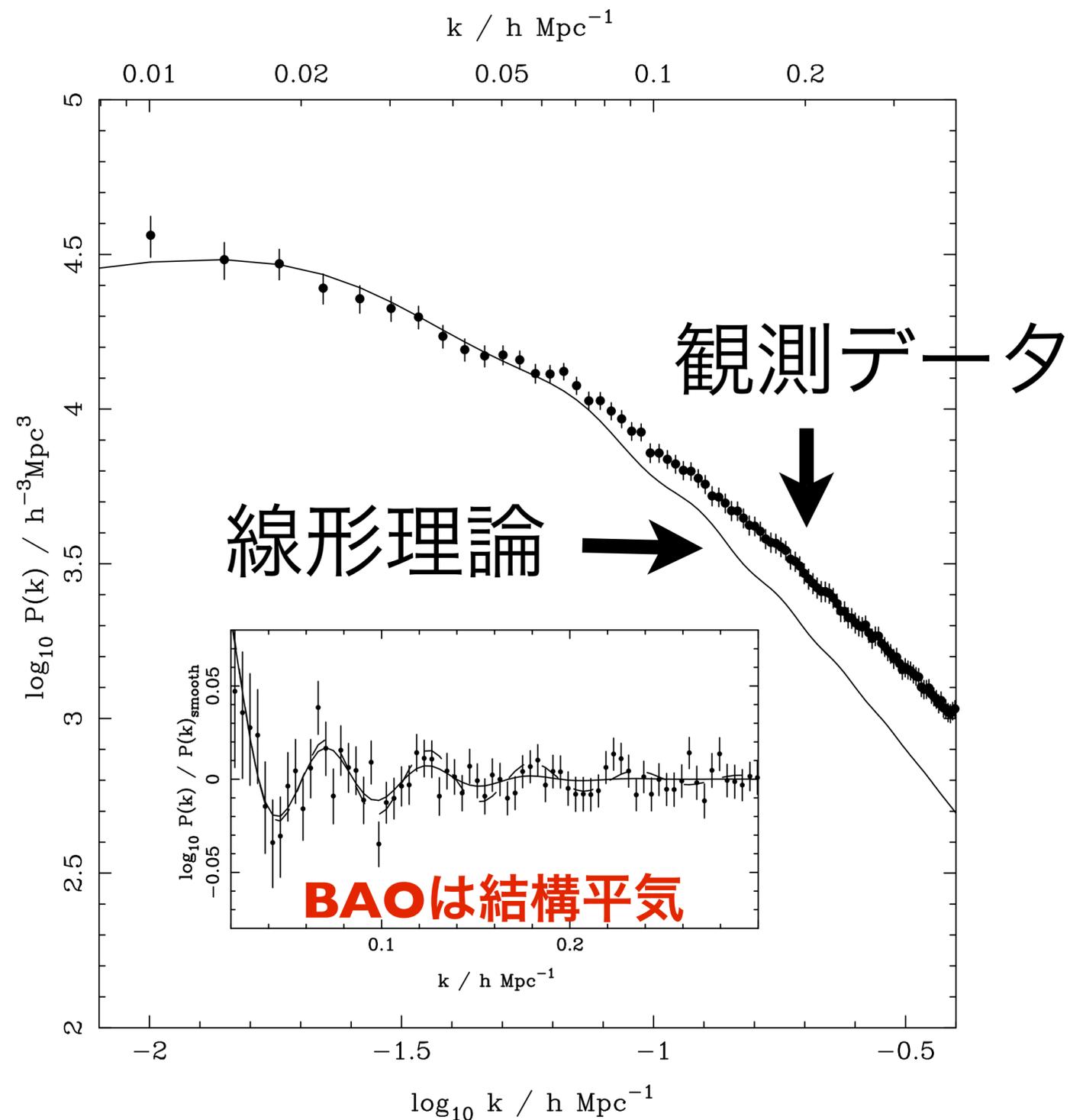
- BAOのフェイズは、非線形成長があっても、そんなにズレない
- ズれても補正可能
  - $z=0.3$ で0.54%のズレ
  - $z=1.5$ で0.25%のズレ



# 全部使いたい理由：その2

- パワースペクトルの形を全部使えば、 $D_A$ と $H$ のエラーを減らせるだけでなく、
  - インフレーション理論を制限できて、
  - ニュートリノの質量や世代数が測れる
- だから、BAOだけ使うのはもったいない

# 非線形効果をどう理解する？



- 非線形, 非線形, 非線形！
  1. 非線形密度揺らぎ
  2. 非線形銀河バイアス
  3. 非線形固有速度
- ✧ 恣意的要素のない、数学モデルが欲しい！

# 非線形効果を理解する

- ソリッドな数学モデル：**宇宙論的摂動論**
  - 線形摂動理論 (揺らぎの1次) の正しさは、観測的に立証済み。(WMAPを見よ!)
  - 同じ方程式系をより高次まで展開。
  - **3次の摂動理論**

# 3 次の摂動論は新しい？

- 新しくない。そこそこ歴史のある分野 (25年以上)
- 1990年代に勢力的に研究が進んだ。
  - 日本のお家芸でもあった。須藤さん、松原さん、樽家さん、富田さん、瀬戸さん、立川くん、、、
- ところが、これまで観測データに適用されず、最近まで完全に忘れられていた。なぜだろうか？

# 3 次の摂動論は新しい？

- 現在データのある $z \sim 0$ の宇宙では、非線形が強すぎて摂動論が完全に破綻する。摂動論は理論的なオモチャと見なされ、あまり役に立たなかった・・・
- **佐々木節さん (Suto & Sasaki 1991を回想して)**  
「あんなものが役に立つの？」

# なぜ今、摂動論なのか？

- 時代は変わった。
- 技術の進歩により、銀河のサーベイ観測が**高赤方偏移 ( $z > 1$ )**まで可能となった。
- そして今、そのようなサーベイ観測が強く求められている。
- **$z > 1$ では非線形性は弱く、摂動論が使えるはず！**

# 解くべきは3つの方程式

- バリオンの圧力が無視できるような大きなスケールのみ考える。
- 粒子のシェルクロッシングは無視する。すなわち、粒子の速度場は回転を持たない:  $\text{rot}V=0$ .

- 解くべき方程式は、
$$\dot{\delta} + \nabla \cdot [(1 + \delta)\mathbf{v}] = 0$$
$$\dot{\mathbf{v}} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = -\frac{\dot{a}}{a} \mathbf{v} - \nabla \phi$$
$$\nabla^2 \phi = 4\pi G a^2 \bar{\rho} \delta$$

# フーリエ変換すると、

$$\begin{aligned} & \dot{\delta}(\mathbf{k}, \tau) + \theta(\mathbf{k}, \tau) \\ = & - \int \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3} \int d^3 k_2 \delta_D(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}) \frac{\mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_1}{k_1^2} \delta(\mathbf{k}_2, \tau) \theta(\mathbf{k}_1, \tau), \\ & \dot{\theta}(\mathbf{k}, \tau) + \frac{\dot{a}}{a} \theta(\mathbf{k}, \tau) + \frac{3\dot{a}^2}{2a^2} \Omega_m(\tau) \delta(\mathbf{k}, \tau) \\ = & - \int \frac{d^3 k_1}{(2\pi)^3} \int d^3 k_2 \delta_D(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}) \frac{k^2 (\mathbf{k}_1 \cdot \mathbf{k}_2)}{2k_1^2 k_2^2} \theta(\mathbf{k}_1, \tau) \theta(\mathbf{k}_2, \tau) \end{aligned}$$

- ここで、 $\theta = \nabla \cdot \mathbf{v}$  は速度場の発散。

# $\delta_1$ に関してテイラー展開

- $\delta_1$  は 1 次の摂動 (線形摂動)

$$\delta(\mathbf{k}, \tau) = \sum_{n=1}^{\infty} a^n(\tau) \int \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^3} \cdots \frac{d^3 q_{n-1}}{(2\pi)^3} \int d^3 q_n \delta_D\left(\sum_{i=1}^n \mathbf{q}_i - \mathbf{k}\right) F_n(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \cdots, \mathbf{q}_n) \delta_1(\mathbf{q}_1) \cdots \delta_1(\mathbf{q}_n),$$

$$\theta(\mathbf{k}, \tau) = - \sum_{n=1}^{\infty} \dot{a}(\tau) a^{n-1}(\tau) \int \frac{d^3 q_1}{(2\pi)^3} \cdots \frac{d^3 q_{n-1}}{(2\pi)^3} \int d^3 q_n \delta_D\left(\sum_{i=1}^n \mathbf{q}_i - \mathbf{k}\right) G_n(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \cdots, \mathbf{q}_n) \delta_1(\mathbf{q}_1) \cdots \delta_1(\mathbf{q}_n)$$

# 3 次の項( $\delta_1^3$ )までキープ

- $\delta = \delta_1 + \delta_2 + \delta_3$  と書く。ここで  $\delta_2 = O(\delta_1^2)$ ,  $\delta_3 = O(\delta_1^3)$ .
- パワースペクトル,  $P(\mathbf{k}) = \mathbf{P}_L(\mathbf{k}) + \mathbf{P}_{22}(\mathbf{k}) + 2\mathbf{P}_{13}(\mathbf{k})$ , は以下のようにオーダー毎に分割して書く。

$$\begin{aligned} & (2\pi)^3 P(\mathbf{k}) \delta_D(\mathbf{k} + \mathbf{k}') \\ & \equiv \langle \delta(\mathbf{k}, \tau) \delta(\mathbf{k}', \tau) \rangle \\ & = \underbrace{\langle \delta_1(\mathbf{k}, \tau) \delta_1(\mathbf{k}', \tau) \rangle}_{\mathbf{P}_L} + \underbrace{\langle \delta_2(\mathbf{k}, \tau) \delta_1(\mathbf{k}', \tau) + \delta_1(\mathbf{k}, \tau) \delta_2(\mathbf{k}', \tau) \rangle}_{\text{Odd powers in } \delta_1 \text{ vanish (Gaussianity)}} \\ & \quad + \underbrace{\langle \delta_1(\mathbf{k}, \tau) \delta_3(\mathbf{k}', \tau) + \delta_2(\mathbf{k}, \tau) \delta_2(\mathbf{k}', \tau) + \delta_3(\mathbf{k}, \tau) \delta_1(\mathbf{k}', \tau) \rangle}_{\mathbf{P}_{13} \quad \mathbf{P}_{22} \quad \mathbf{P}_{13}} \\ & \quad + O(\delta_1^6) \end{aligned}$$

Vishniac (1983); Fry (1984); Goroff et al. (1986); Suto&Sasaki (1991);  
Makino et al. (1992); Jain&Bertschinger (1994); Scoccimarro&Frieman (1996)

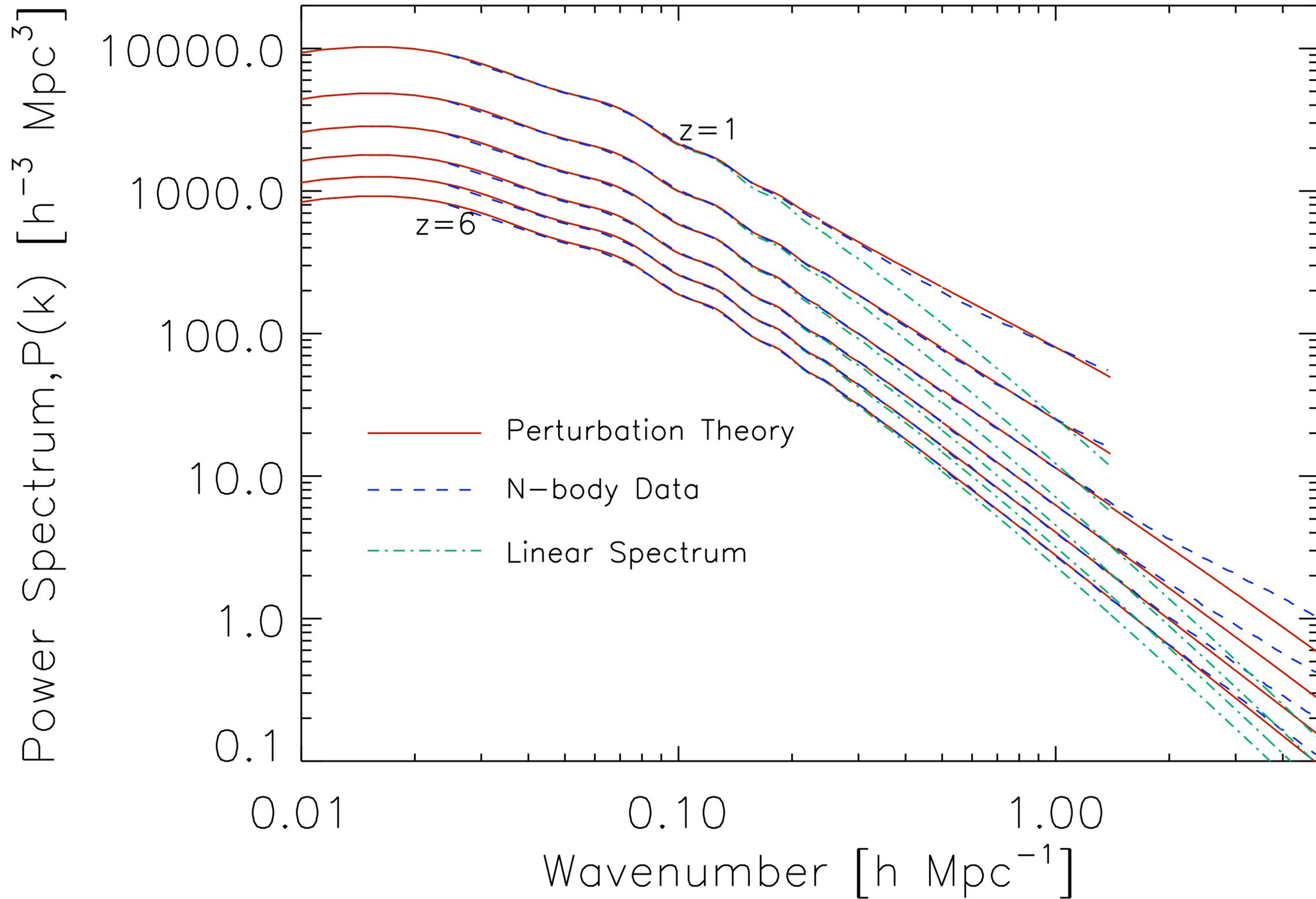
# $P(k)$ : 3 次の摂動論の解

$$P_{22}(k) = 2 \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} P_L(q) P_L(|\mathbf{k} - \mathbf{q}|) \left[ F_2^{(s)}(\mathbf{q}, \mathbf{k} - \mathbf{q}) \right]^2$$

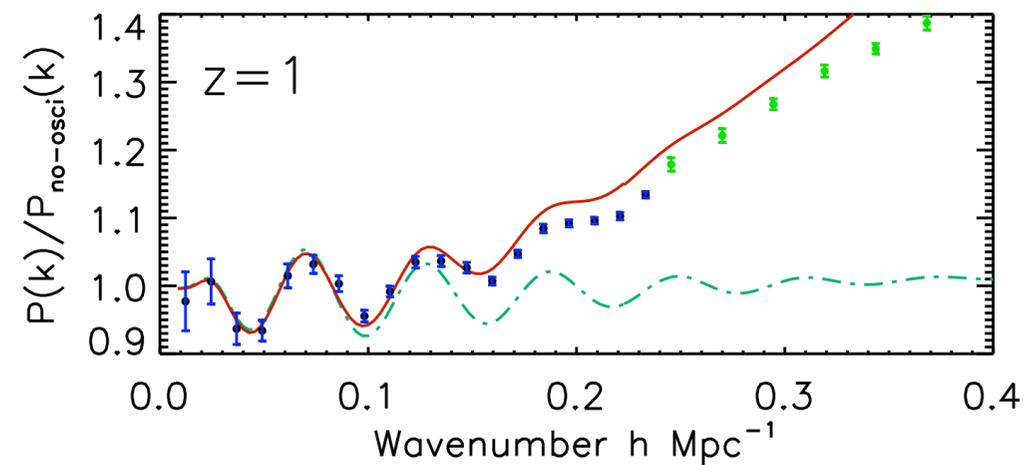
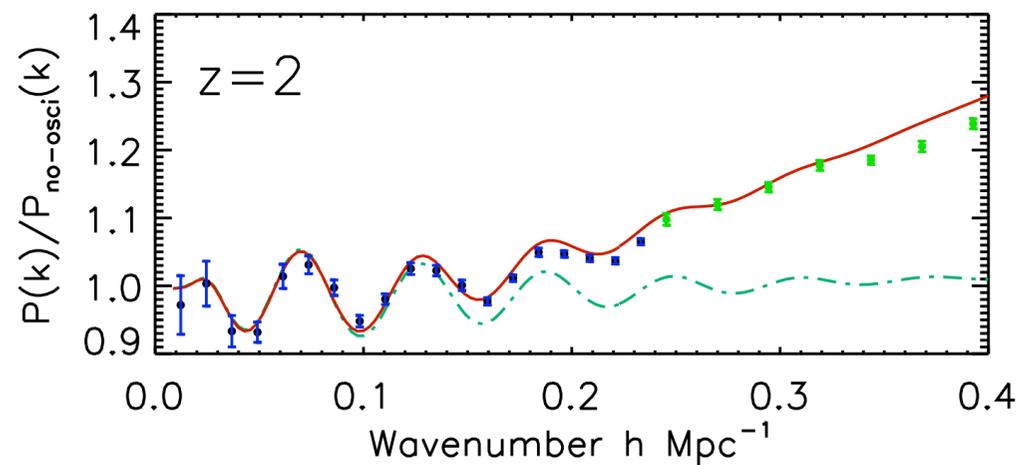
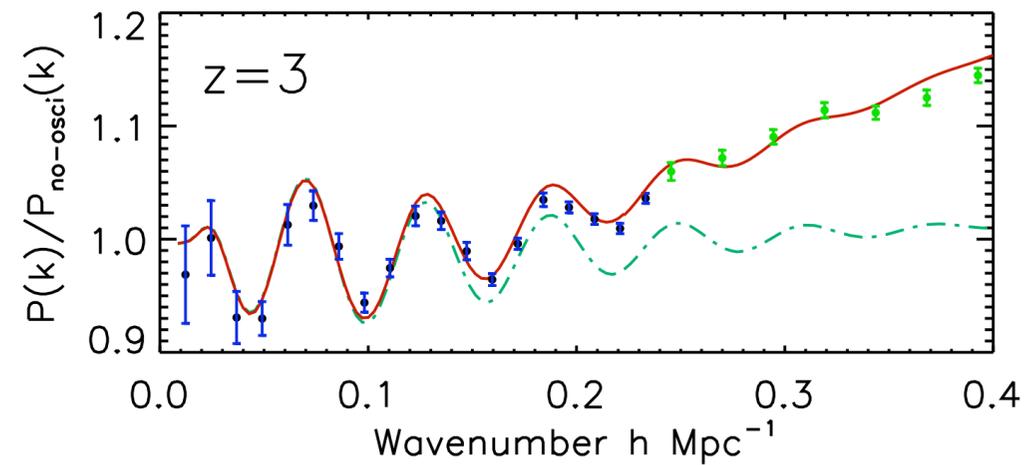
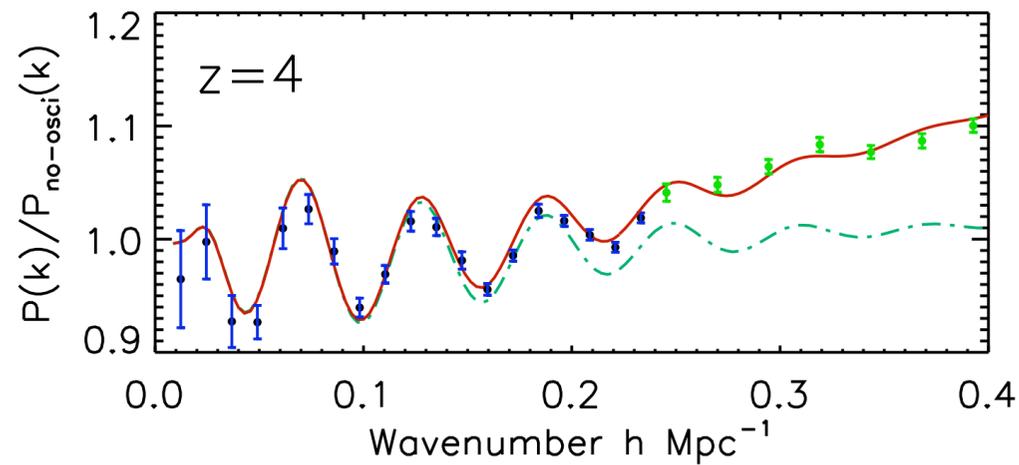
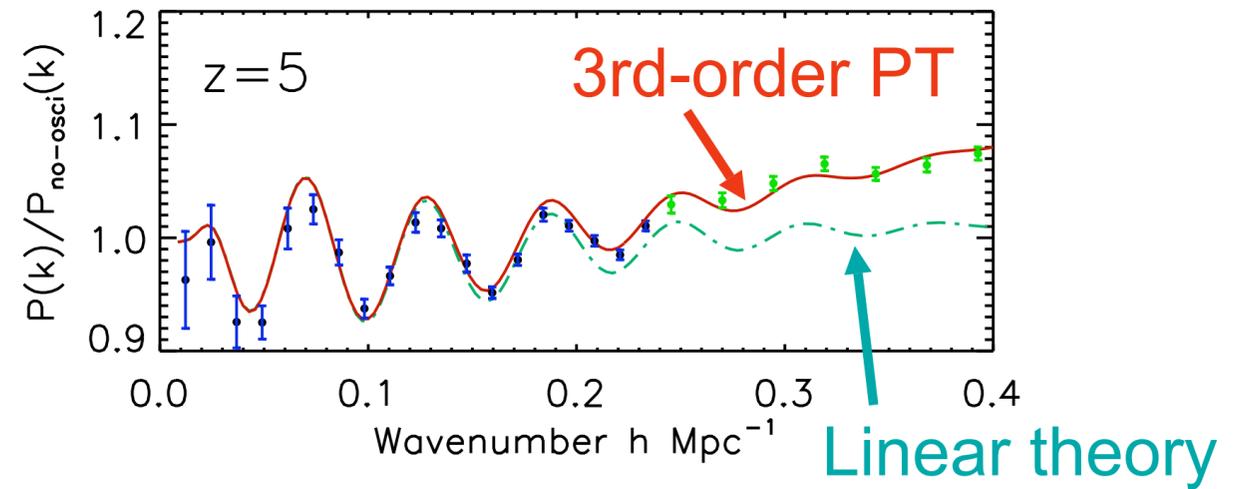
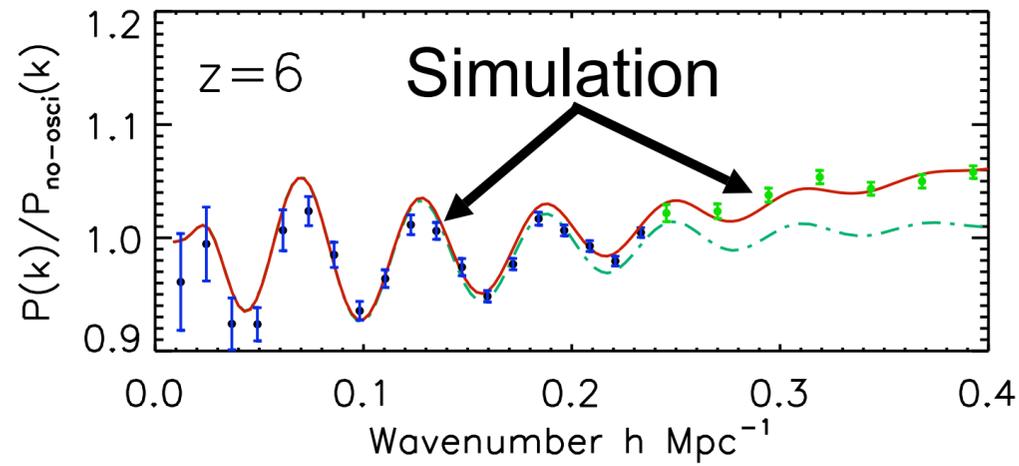
$$2P_{13}(k) = \frac{2\pi k^2}{252} P_L(k) \int_0^\infty \frac{dq}{(2\pi)^3} P_L(q) \\ \times \left[ 100 \frac{q^2}{k^2} - 158 + 12 \frac{k^2}{q^2} - 42 \frac{q^4}{k^4} \right. \\ \left. + \frac{3}{k^5 q^3} (q^2 - k^2)^3 (2k^2 + 7q^2) \ln \left( \frac{k+q}{|k-q|} \right) \right]$$

- $F_2^{(s)}$  は既知の関数 (Goroff et al. 1986)

# 3 次の摂動論 vs N体計算



# BAO: 非線形効果



# でも、銀河は？

- 我々が測定するのは「銀河」のパワースペクトル
  - 「物質」のパワースペクトルが何の役に立つと  
言うのか？
- どうやって摂動論を銀河のパワースペクトルに拡張すれば良いのだろうか？

# 局在銀河形成仮定

- 銀河の分布は物質の分布と完全には一致せず、あるバイアスのかかった分布を持つ。
- 大抵これは「線形バイアス」として  $P_g(k)=b_1^2 P(k)$  のようにモデル化される。 $b_1$ は定数。
- どうやってこれを非線形な形に拡張するか？
- 仮定: **銀河形成は局在した物理過程**。少なくとも、我々が興味あるスケールでは成立するとみなす。

# $\delta_g$ を $\delta$ でテイラー展開する

$$\delta_g(\mathbf{x}) = c_1\delta(\mathbf{x}) + c_2\delta^2(\mathbf{x}) + c_3\delta^3(\mathbf{x}) + O(\delta^4) + \varepsilon(\mathbf{x})$$

ここで  $\delta$  は非線形な物質揺らぎ、 $\varepsilon$ は物質揺らぎとは相関を持たない「ノイズ」： $\langle\delta(\mathbf{x})\varepsilon(\mathbf{x})\rangle=0$ .

- 両辺とも同じ空間地点 $\mathbf{x}$ で定義される事から、局在した銀河形成を仮定しているのがわかる。
- 局在仮定は必ずどこかで破れるが、破れないスケールのみ扱う、というスタンス。

# 銀河のパワースペクトル

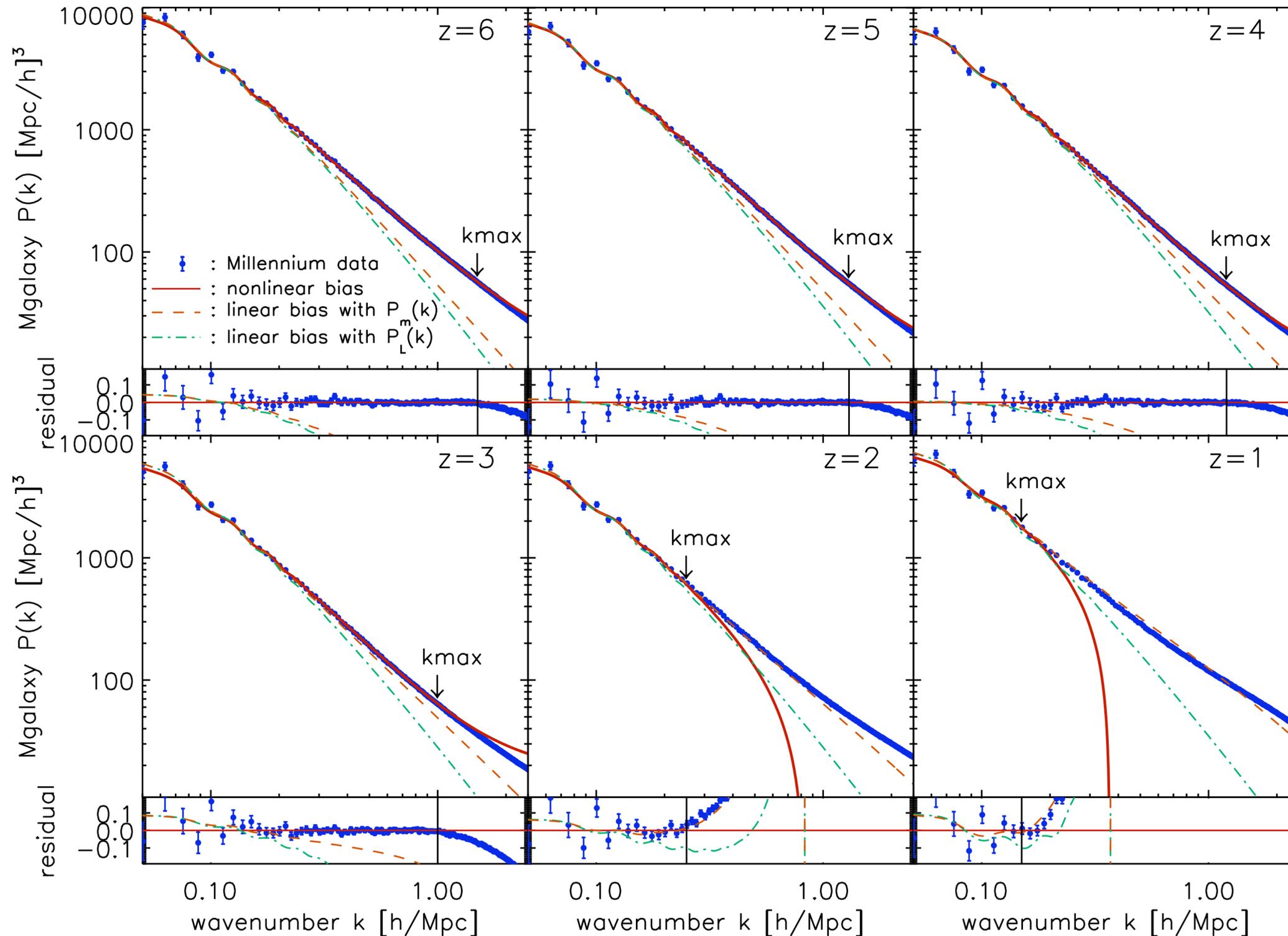
$$P_g(k) = N + b_1^2 \left[ P(k) + \frac{b_2^2}{2} \int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} P(q) \left[ P(|\mathbf{k} - \mathbf{q}|) - P(q) \right] \right. \\ \left. + 2b_2 \int \frac{d^3 \mathbf{q}}{(2\pi)^3} P(q) P(|\mathbf{k} - \mathbf{q}|) F_2^{(s)}(\mathbf{q}, \mathbf{k} - \mathbf{q}) \right]$$

- 3つのバイアスパラメータ  $b_1, b_2, N$  は、テイラー展開の係数  $c_1, c_2, c_3, \varepsilon$  と関係している。
- これらは銀河形成の情報を持っているが、我々の興味ではないため、 $b_1, b_2, N$  は完全にフリー。

# ミレニアム “銀河” シミュレーション

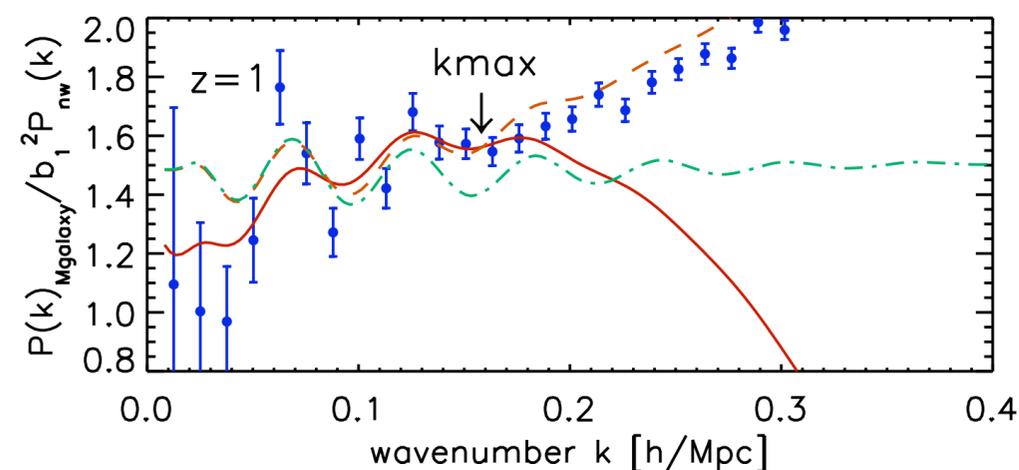
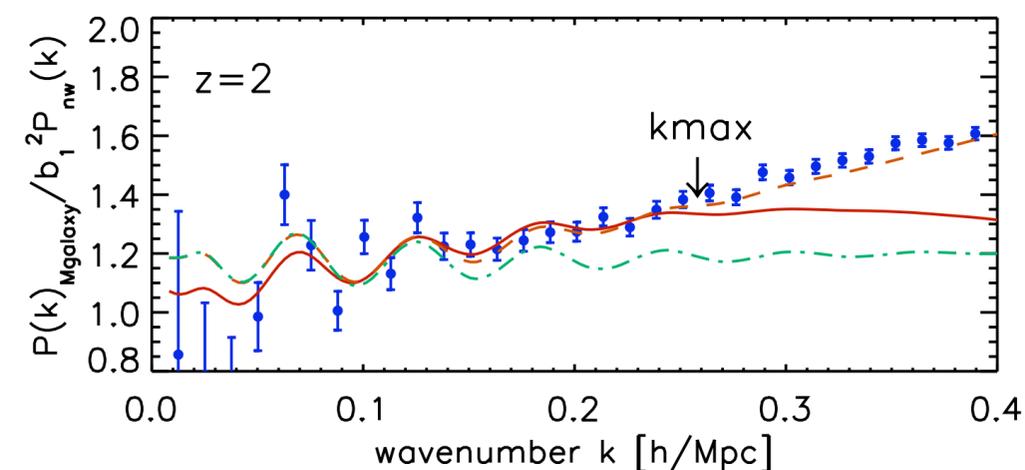
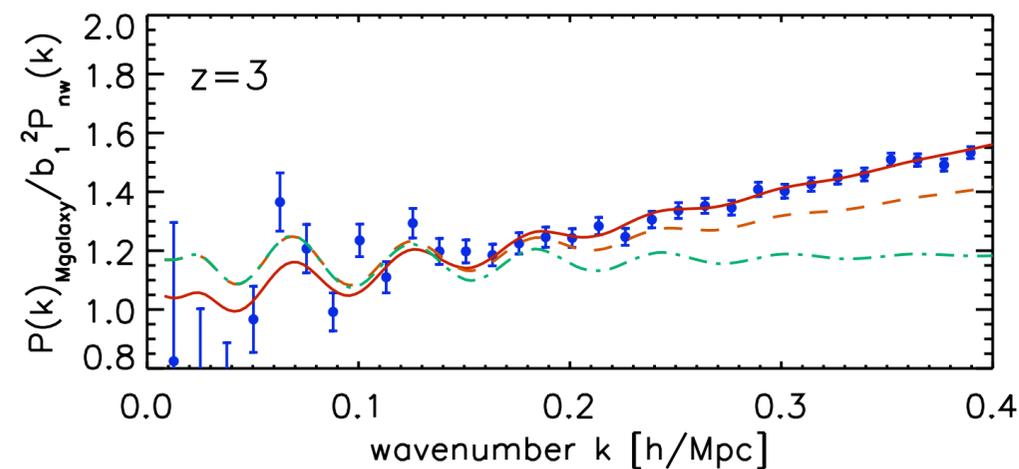
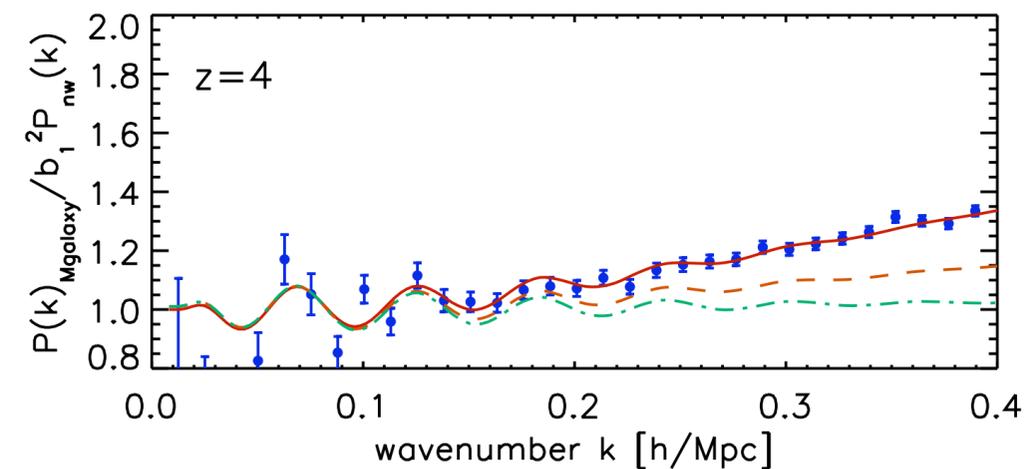
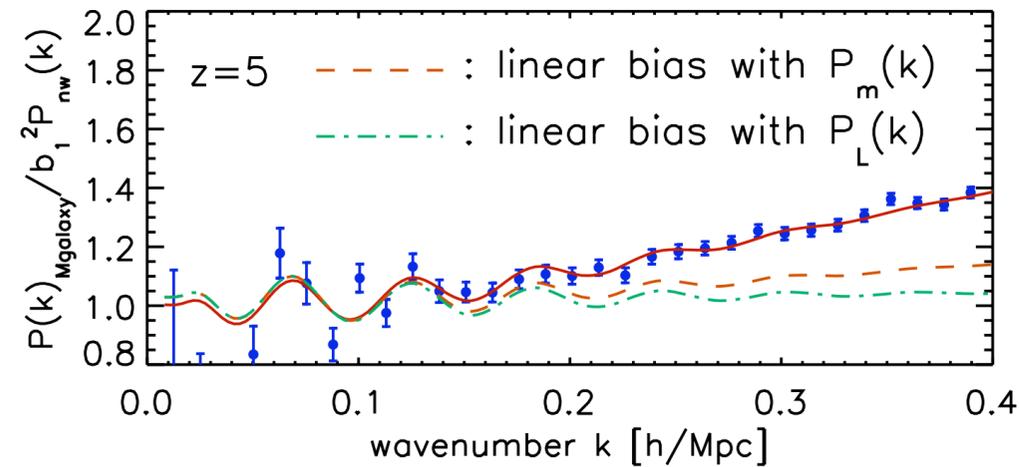
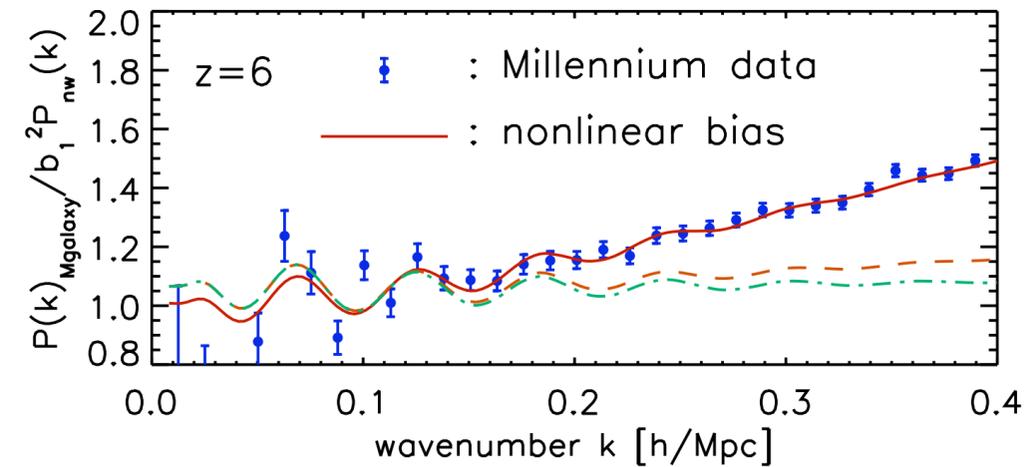
- 銀河の宇宙論的シミュレーションと比較してみる。
- 現状でベストなミレニアムシミュレーション (Springel et al. 2005) を使う。銀河は準解析的銀河形成コードにより作られたカタログを使う。
  - MPAコード: De Lucia & Blaizot (2007)
  - Durhamコード: Croton et al. (2006)

# 摂動論 vs MPA 銀河



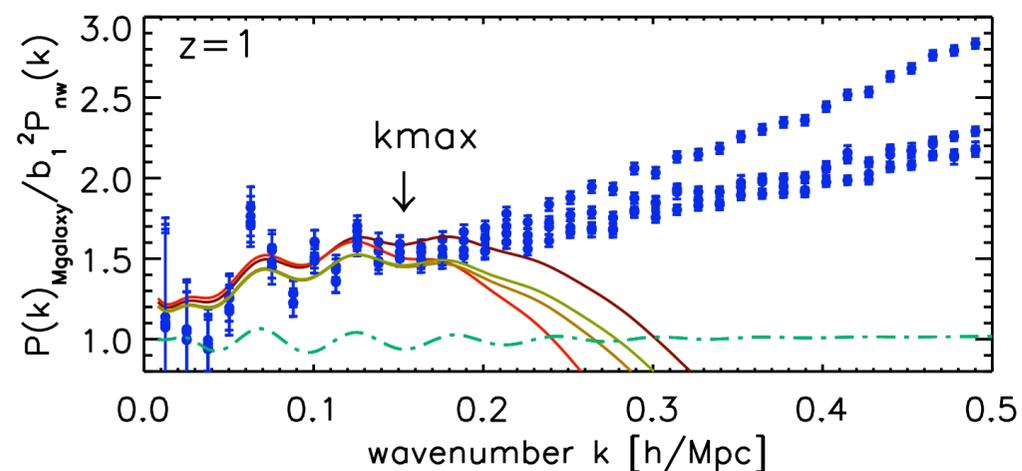
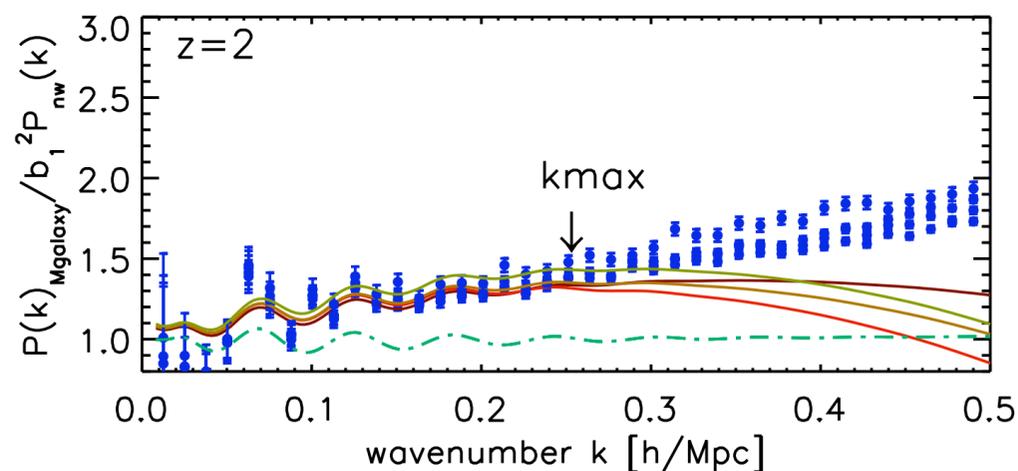
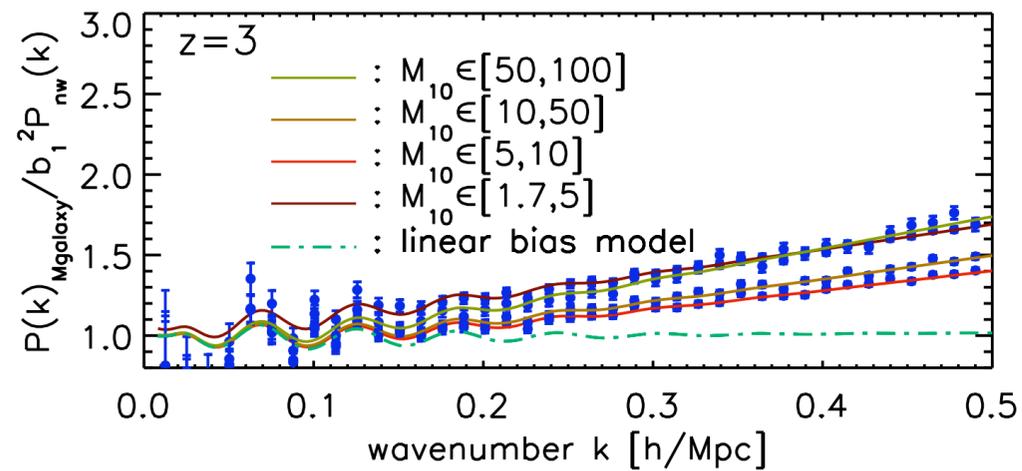
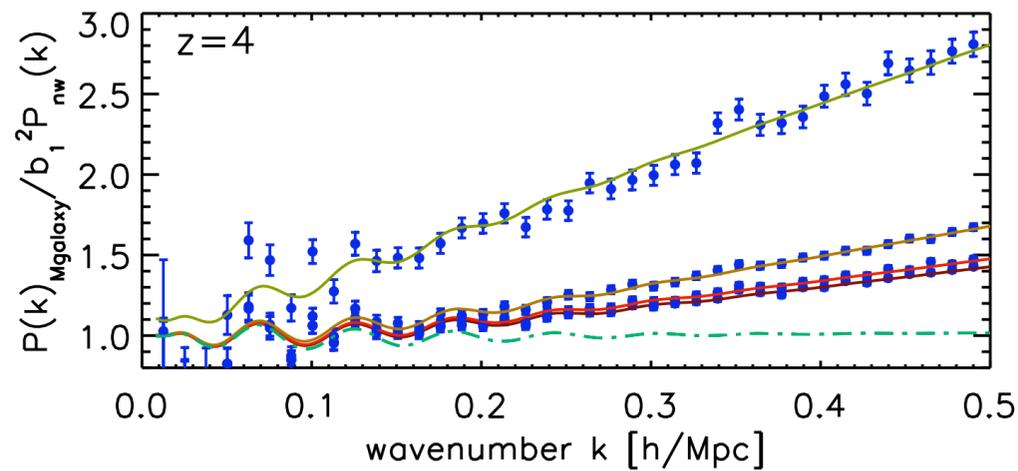
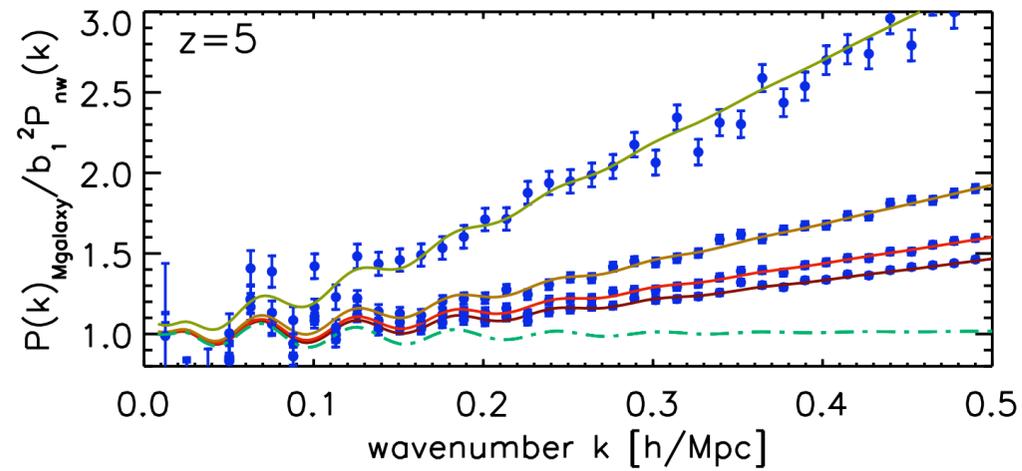
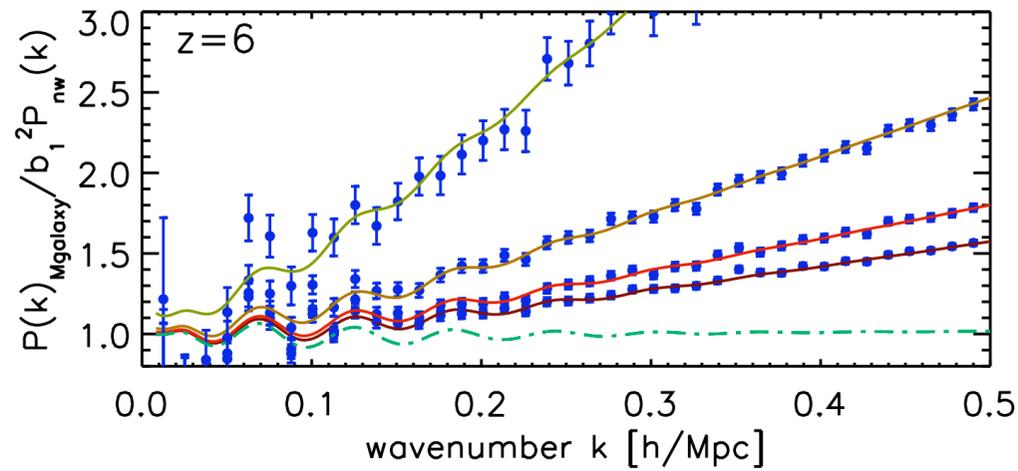
- $k_{\max}$ は摂動論で物質の $P(k)$ が記述できなくなる場所。
- バイアスのフィットも $k_{\max}$ で止める。
- 摂動論的非線形バイアスモデルは、良く合う！

# BAO: 非線形バイアス



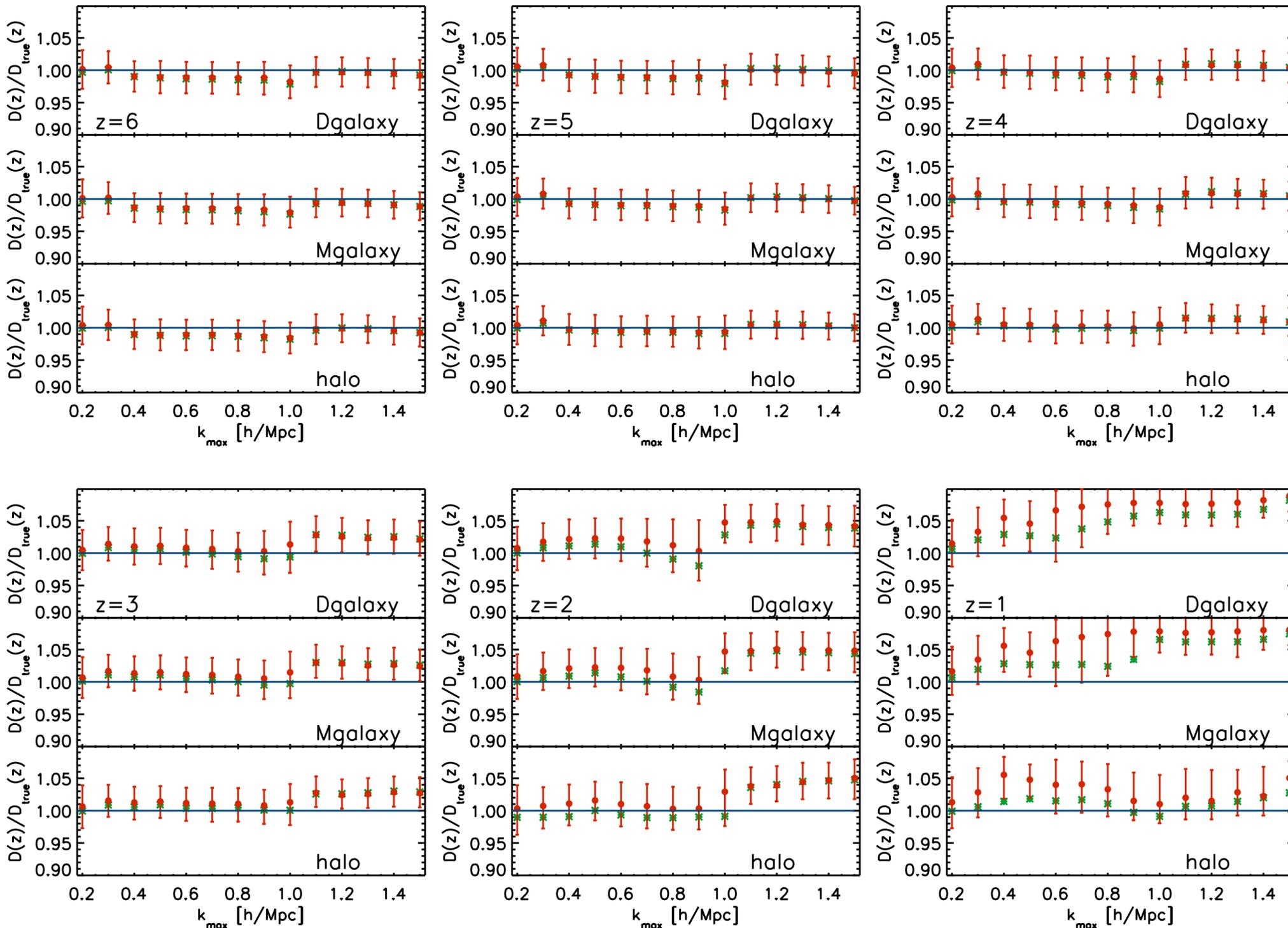
- BAOに非線形バイアスが重要なのは明白。
- でも、補正可能！
- ミレニアムの箱  $(500 \text{ Mpc})^3$  はあまり大きくないため、大スケールの  $P_g(k)$  はノイズが大きい。

# 銀河の質量依存性



- 重い銀河ほど非線形バイアスが大きい。
- 摂動論はどの質量でも良く合っている。
- バイアスが大きくても摂動論は使える！

# $D_A(z)$ を $P_g(k)$ から求める



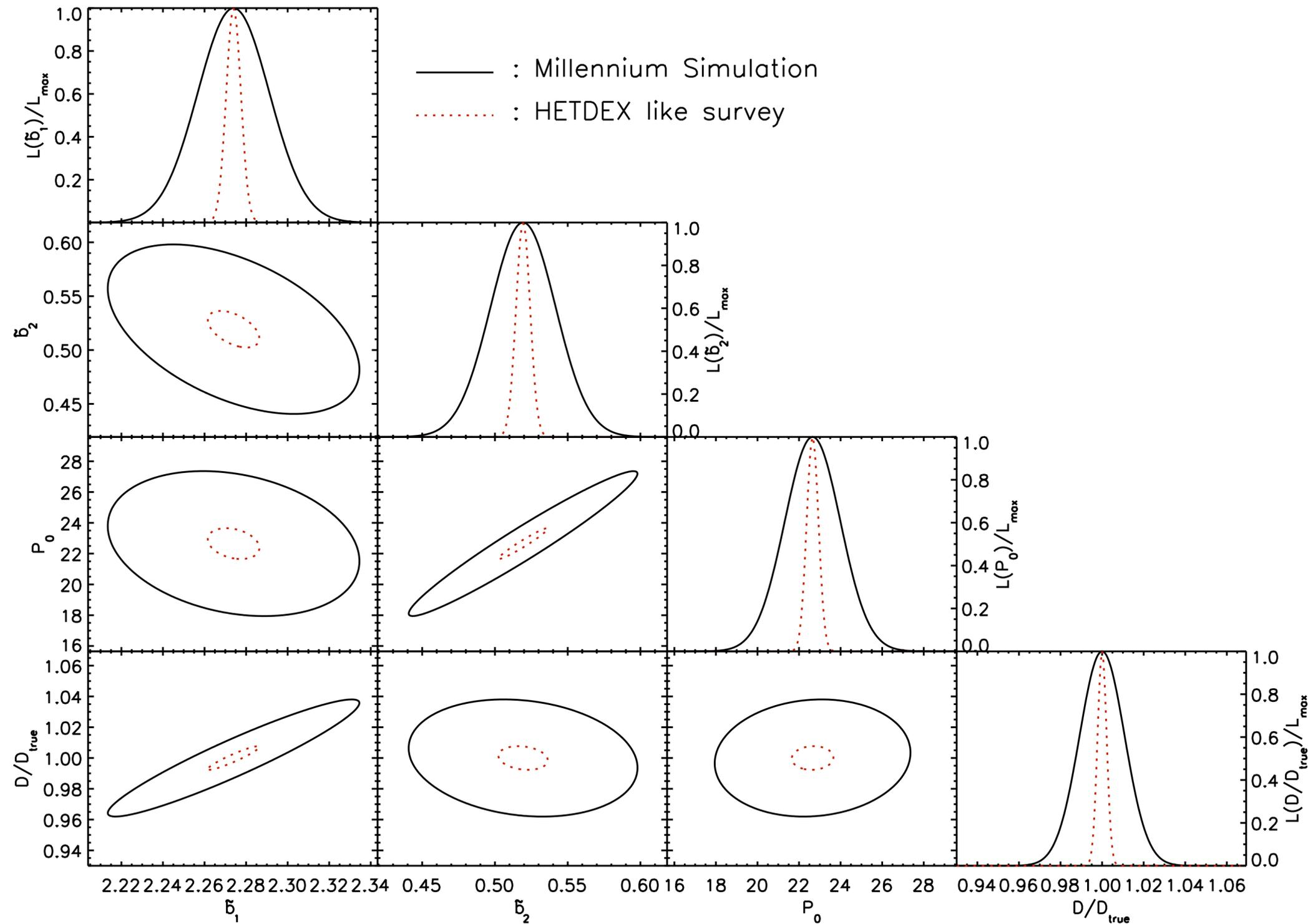
- **結果**

3次の摂動論を用いて、正しい $D_A(z)$ をミレニウム“銀河”シミュレーションから求める事に成功！

- ただし $z=1$ は難しい

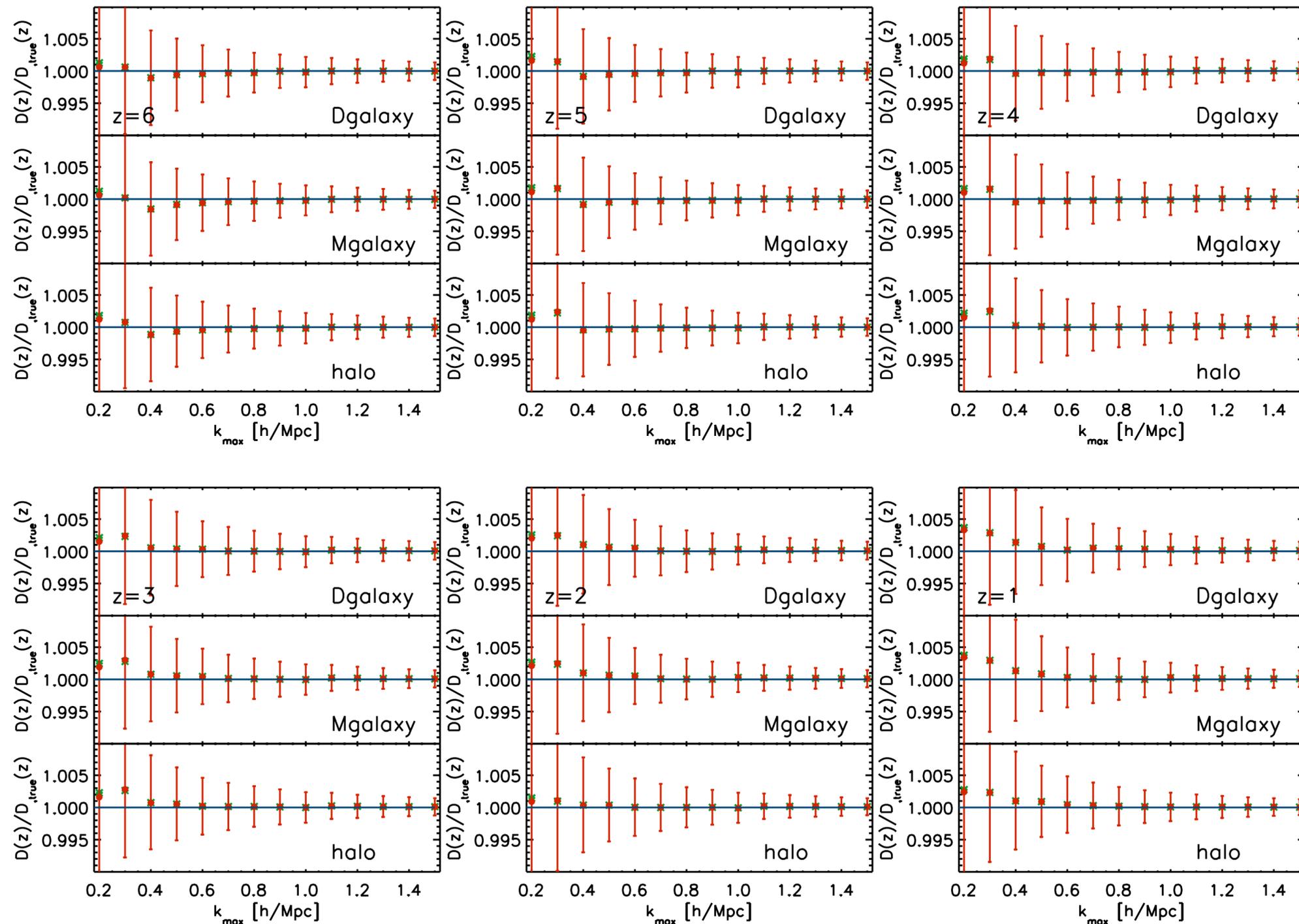
# 縮退しまくり (笑)

- バイアスと距離は、パワースペクトルのみからでは、精度良く求まらない。



# $b_1$ と $b_2$ はバイスペクトルから

求めると仮定してみよう



● **結果**

距離の誤差が大幅  
に改善

**バイスペクトルは、  
絶対に使え！**

# バイスペクトル

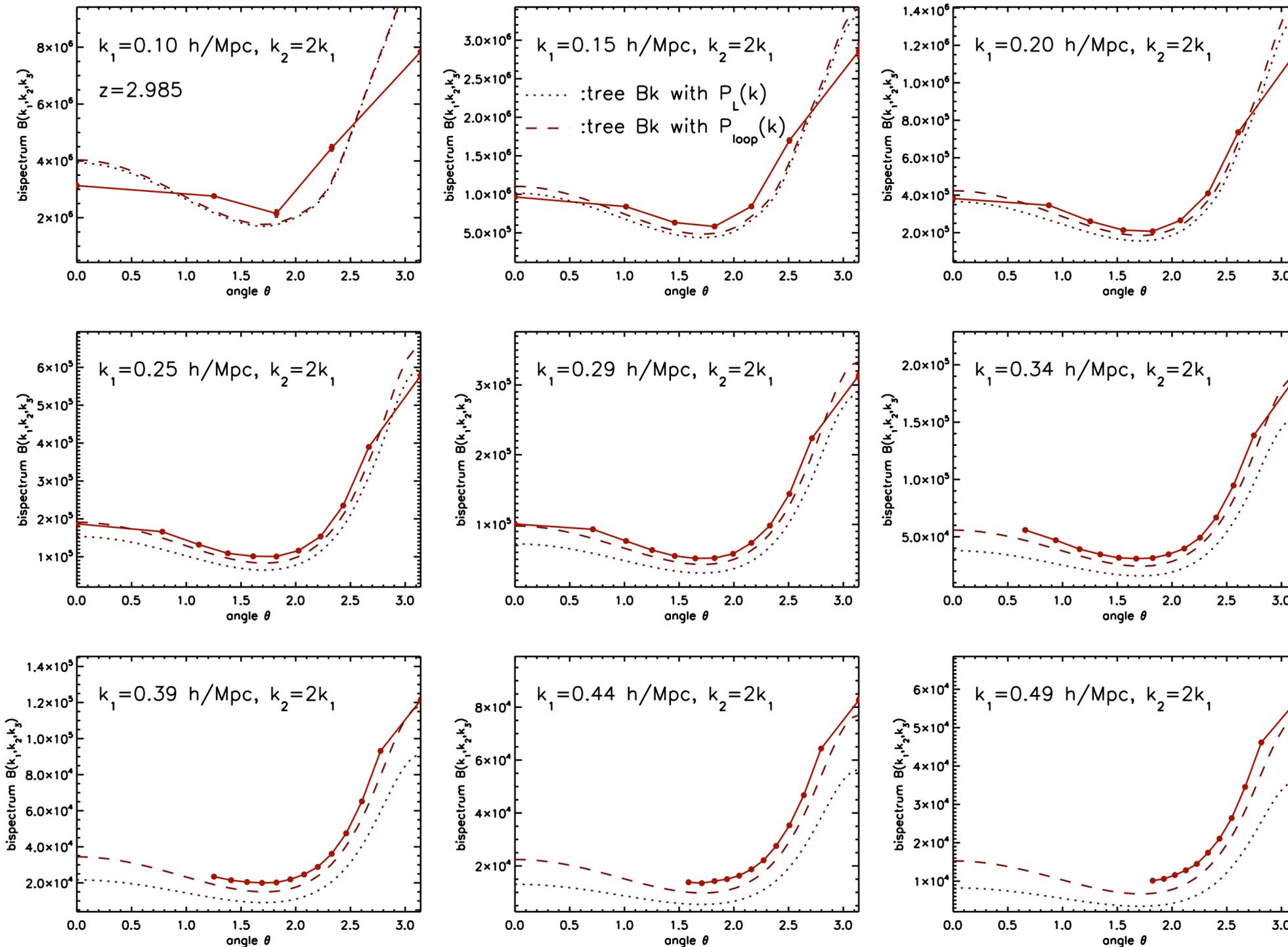
- 3点相関関数（バイスペクトル）を用いれば、 $b_1$ と $b_2$ を直接測定できる！

$$Q_g(k_1, k_2, k_3) = (1/b_1)[Q_m(k_1, k_2, k_3) + b_2]$$

$Q_m$ は物質のバイスペクトル。摂動論で計算する。

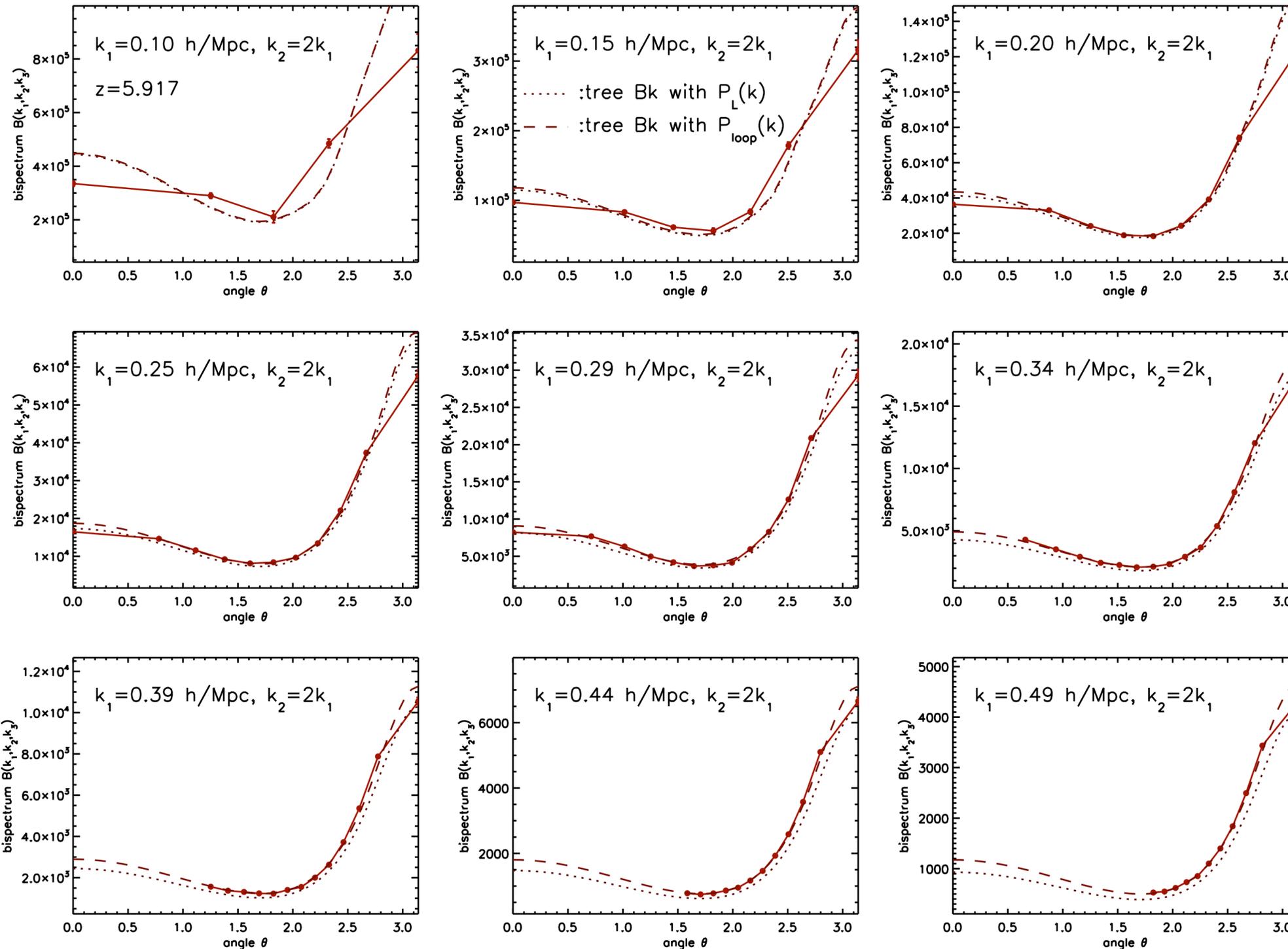
- この手法は2dFGRSの観測データに適用され、効果は実証済 (Verde et al. 2002):  $z=0.17$  で  $b_1=1.04\pm 0.11$ ;  $b_2=-0.054\pm 0.08$
- 高赤方偏移のサーベイなら、10倍以上の精度の向上が期待できる。(Sefusatti & Komatsu 2007)
- 従って、バイスペクトルは非線形バイアスの補正に必要不可欠な道具と言える。

# 摂動論とバイスペクトル



- 2次の摂動論
- $z=3$ でも、イマイチ合わない
- 4次が必要？
- Preliminary!

# 摂動論とバイスペクトル

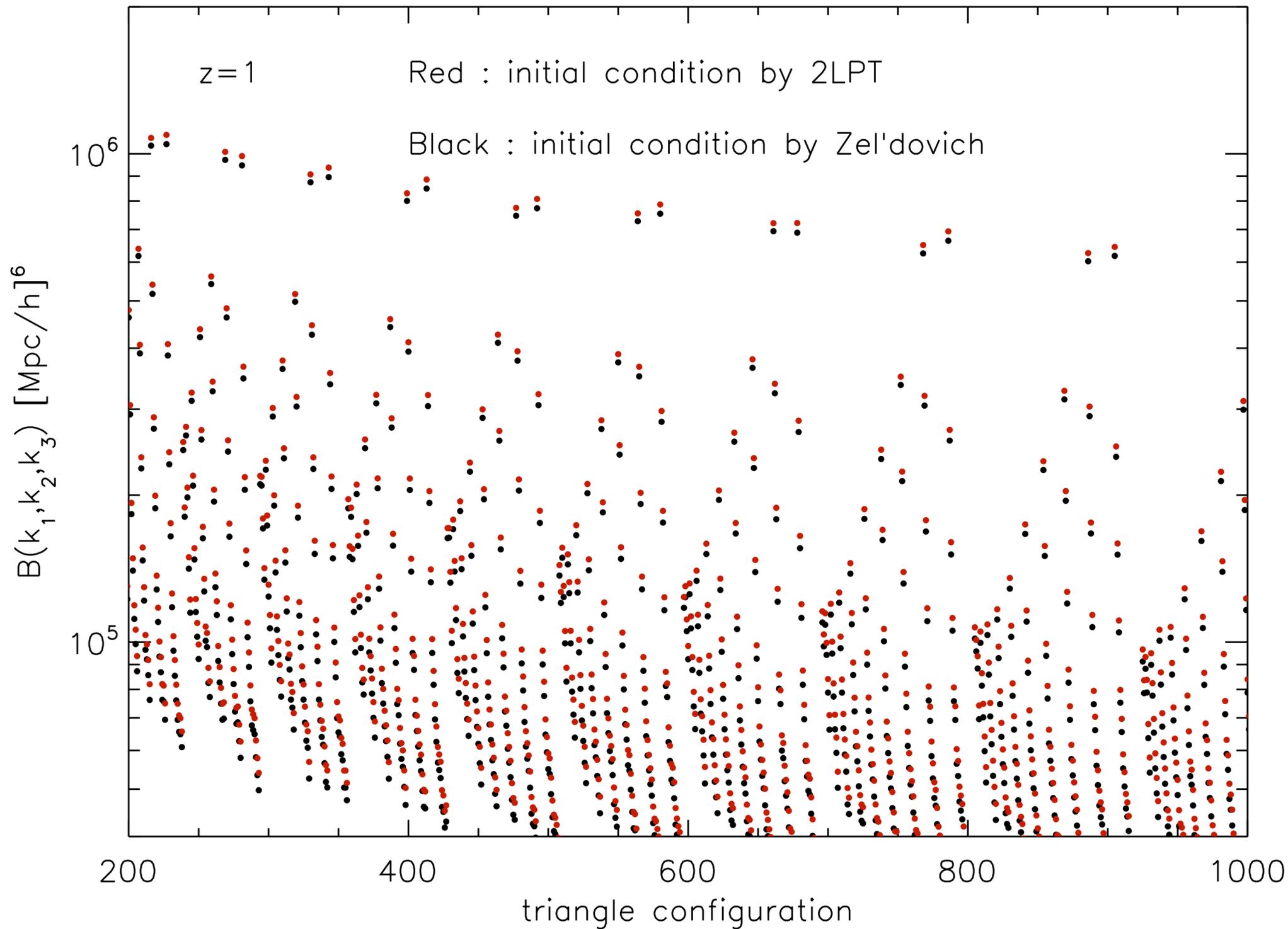


- 2次の摂動論

- $z=6$ なら、結構良い

- Preliminary!

# 初期条件の作り方に依る？



- バイスpekトル = 0 の初期条件からシミュレーションを走らせると、まずい？
- Preliminary!

# 現在の到達点

- $z > 2$ のBAOに対する非線形密度揺らぎの効果は、摂動論を用いて理解できた。
- 同じく、非線形バイアスの効果も摂動論を用いて理解できた。
- バイスpekトルとパワースpekトルの同時解析アルゴリズムを構築開始。

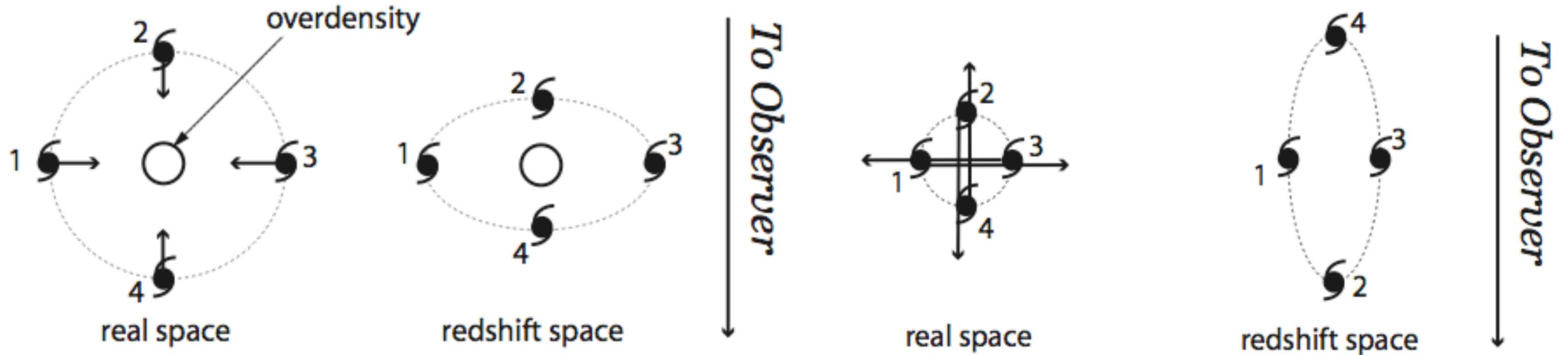
**でも、これらは全部、Real Space。**

**Redshift Spaceではない！**

# 最も難しい問題

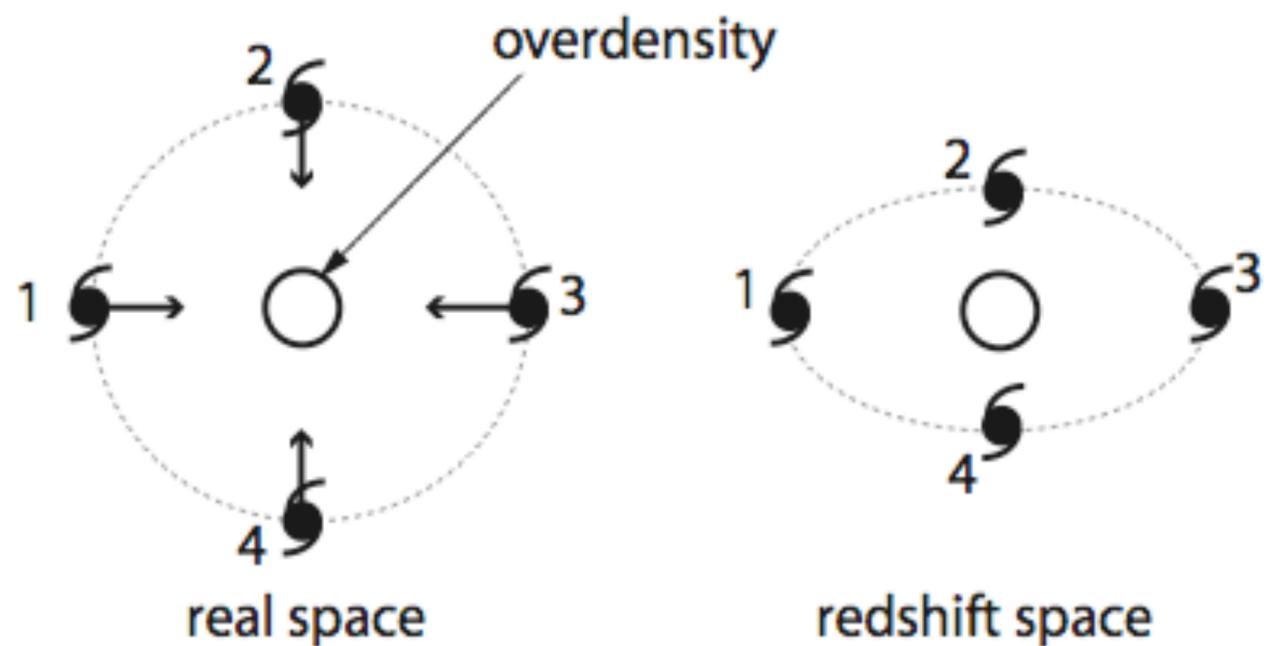
- $P_g(k)$ の理解で最も難しい問題は、銀河の固有速度に起因する「赤方偏移空間の歪み。」
- この効果の理解は $H(z)$ の測定にとって大変重要。
- なぜ難しいか？
  - 3次の摂動論計算が、 $z \sim 3$ でも破綻してしまう。

# 赤方偏移空間の歪み

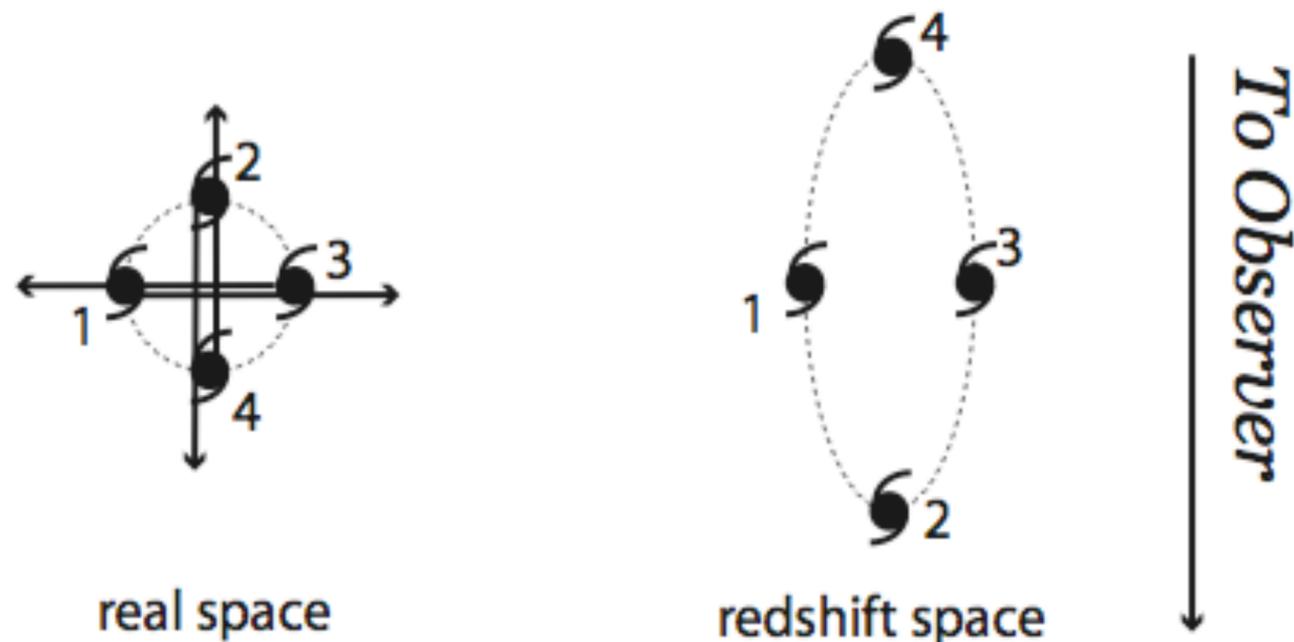


- (左) コヒーレントな速度場 => 視線方向の相関の上昇
  - “Kaiser”効果
- (右) ビリアル的ランダム運動 => 視線方向の相関の減少
  - “Finger-of-God”効果

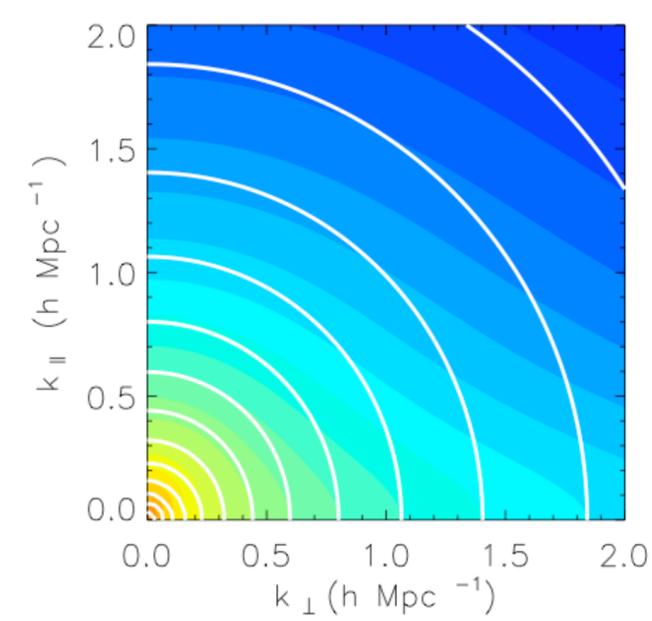
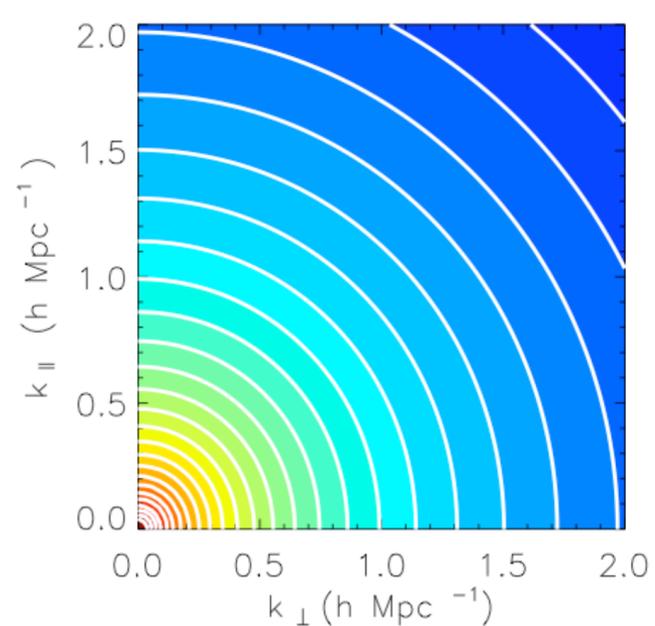
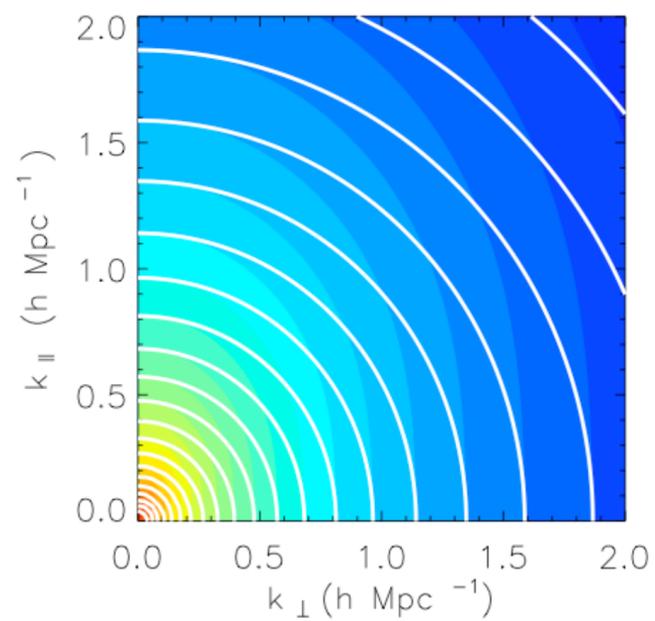
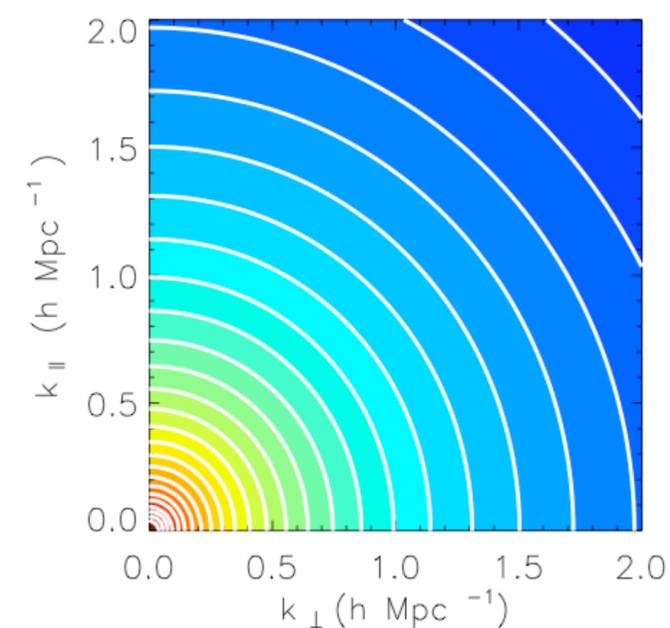
# 赤方偏移空間の歪み



To Observer

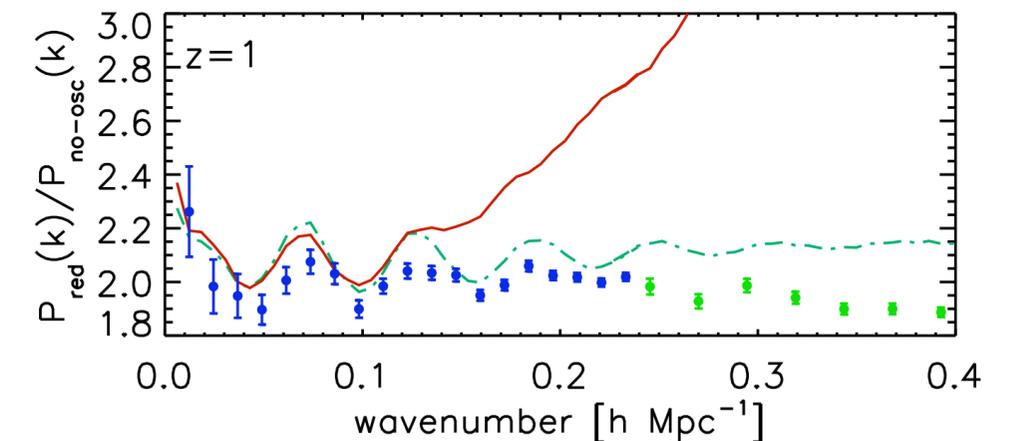
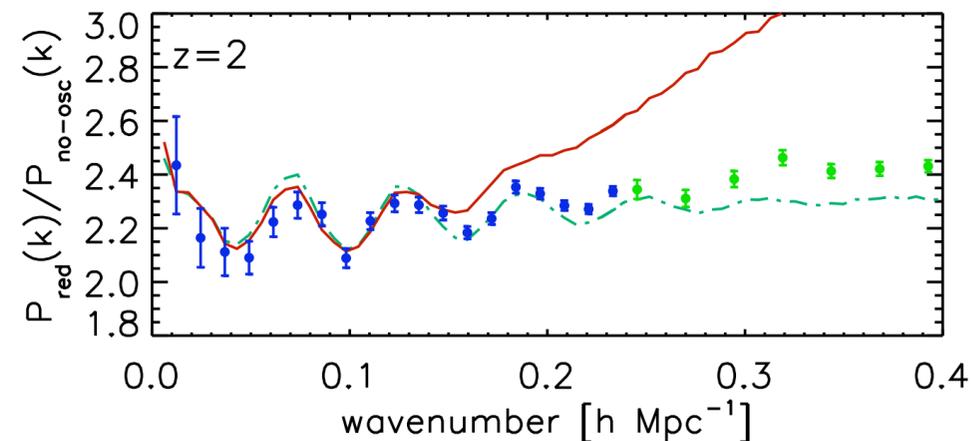
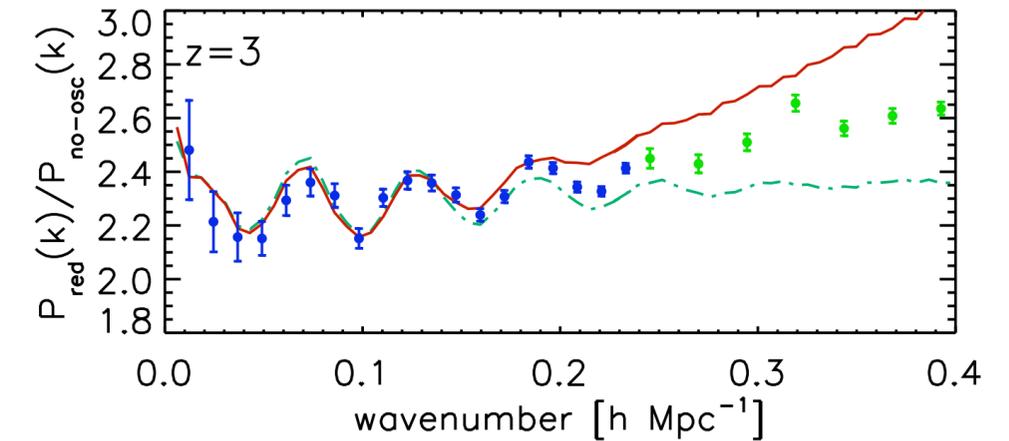
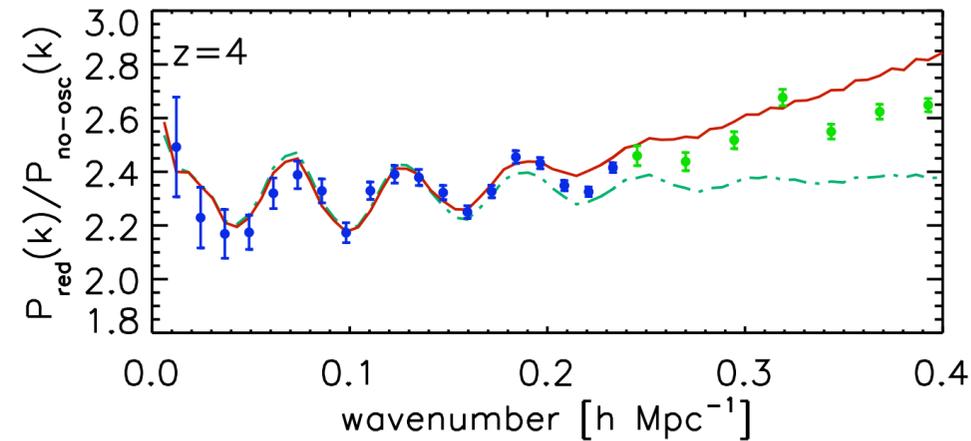
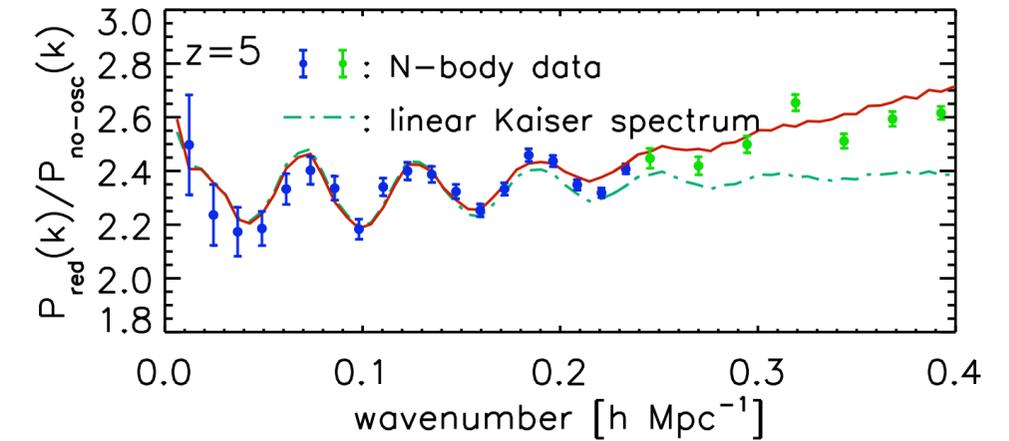
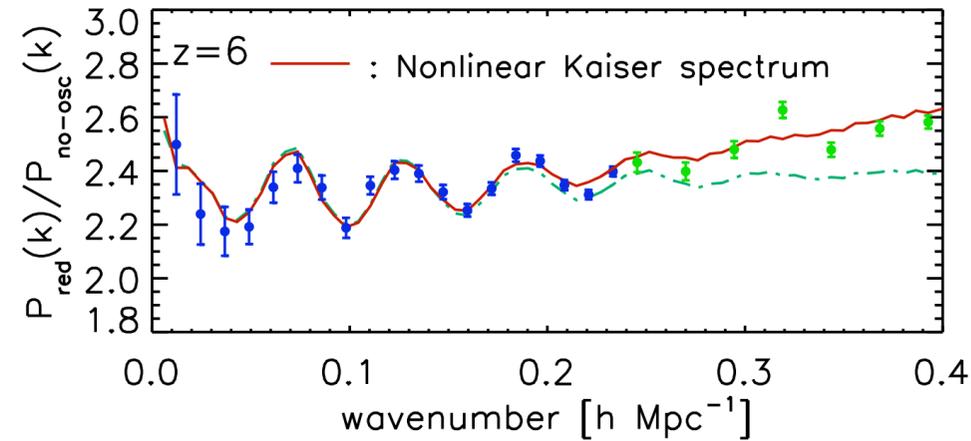


To Observer



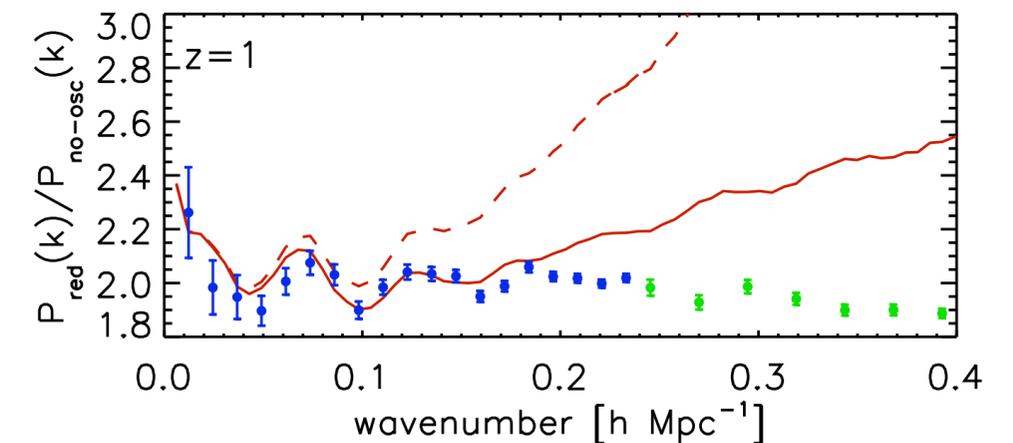
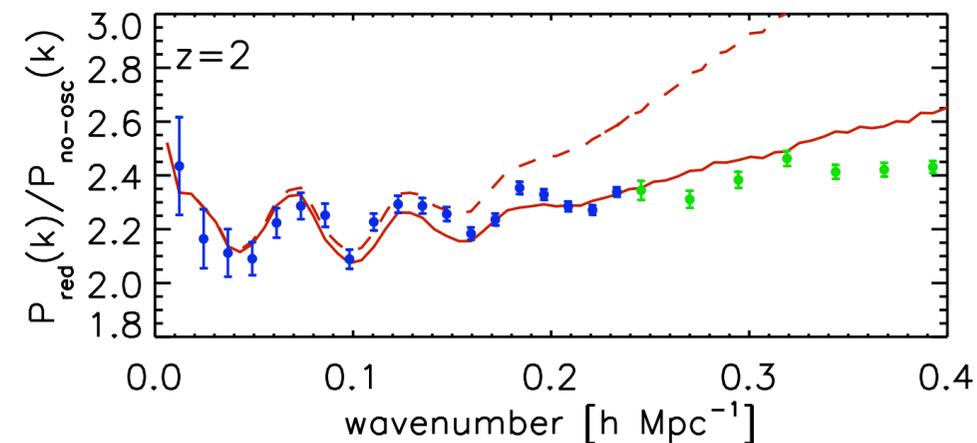
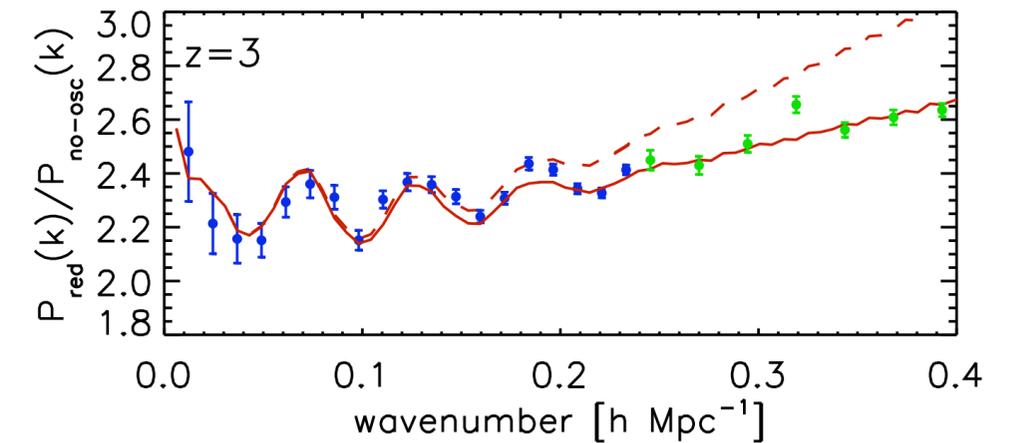
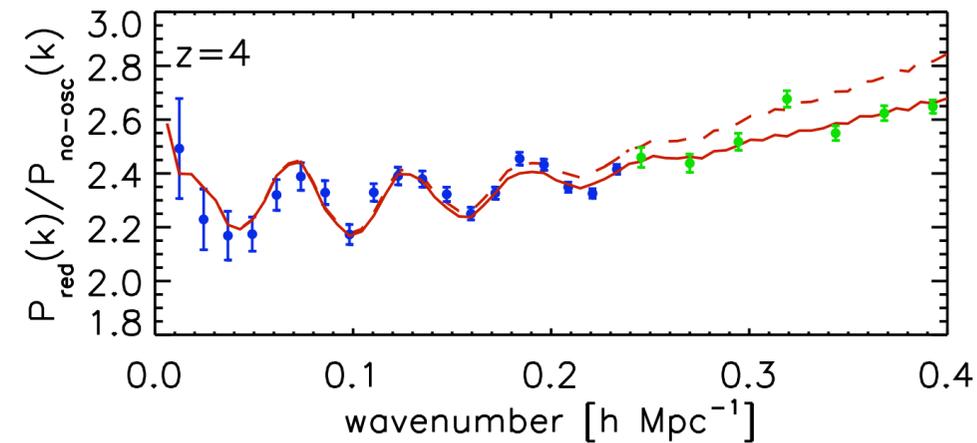
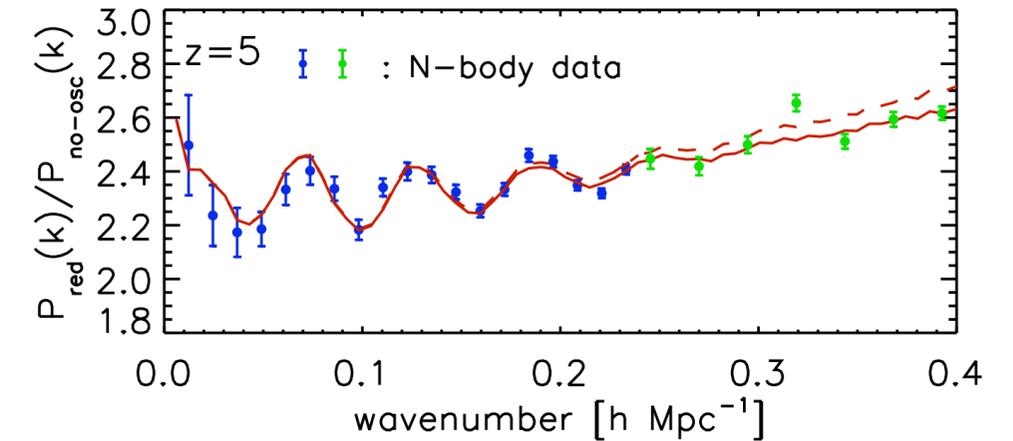
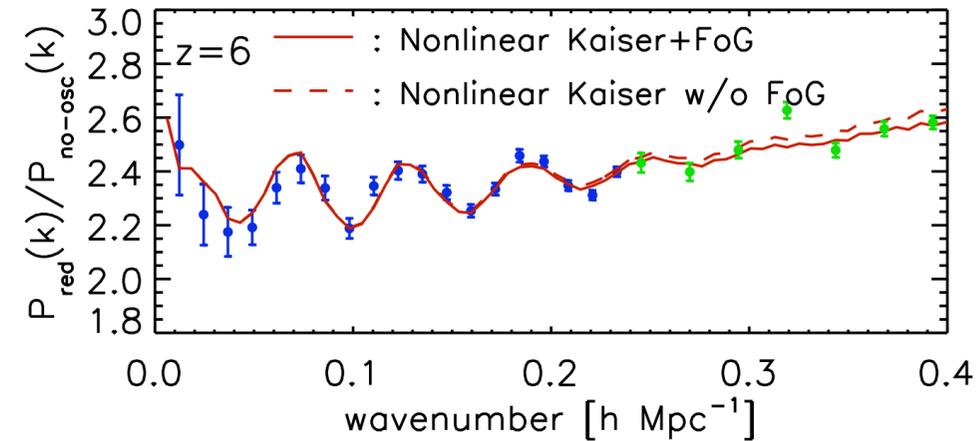
# 赤方偏移空間の摂動論

- 非線形なKaiser効果は摂動論で計算可能
- しかし、 $z=3$ で既にN体計算と合わない
- シミュレーションから得られる相関は、小さく抑えられている。=> Finger-of-God効果



# 赤方偏移空間の摂動論

- ここで、Finger-of-God効果を、フリーパラメータを導入する事で説明を試みる
  - $P_g(k)/(1+k_{\text{para}}^2\sigma^2)$
- そこそこ合っているが、できればパラメータは導入したくない。



# さらに悪い事に

- Redshift Spaceのバイスペクトルも計算しないといけない。
- 先は長いが、エキサイティングな分野として復活を遂げつつある！
- “An Analytic Model for the Bispectrum of Galaxies in Redshift Space” by Smith, Sheth & Scoccimarro, PRD, in press (0712.0017)

# まとめ

- 摂動論で、
  - 重力の非線形成長
  - 非線形バイアス
- は、何とかかなりそう。
- 赤方偏移空間の歪みは、パワースペクトルとバイスペクトルともに、まだまだ発展途上中
- がんばりましょう！